Digitized by Google

1°A. Gr. b. 539

Euclides

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

<36622071320014

<36622071320014

Bayer. Staatsbibliothek

Digitized by Google

Digitized by Google

a-gi

ANALYSEIS GEOmetricæ sex librorum *Euclidis.*

Saxonis Understorffensis

PRIMI ET QVINTI FACTAE A CHRISTIANO HERLINO: RELIQVAE VNA CVM COMmentariis, & Scholiis perbreuibus in eosdem sex libros Geometricos: à Cunrado Dasypodio.

CVM Indice προβλημάτων καὶ λημμάτων: item aliarum rerum atque uerborum memorabilium.

PRO SCHOLA ARGENTINENSI.

CVM *Gratia & Priuilegio Cæsareo ad annos octo.*

EXCVDEBAT IOSIAS RIHELIVS.

M. D. LXVI.

Digitized by Google

Ioan. Sturmius Lectori. S.

Magna laus Chriſtiano Herlino mathematico noſtro debetur: qui libri primi & quinti Scholas atque συνουσίας Theonis compleuit: ſed non etiam parua, Cunrado Daſypodio, qui reliquorum uoluminum perfecit: & dum uiuit oſtendet, quid Herlinus ſi uixiſſet: perficere conſtitutum habuerit.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Ampliſsimo Senatorum Ordini

Reipublicæ Scaphuſianæ Dominis prudentiſsimis,
Cunradus Daſypodius S. P. D.

QVANTVM EX LECTIONE VETERVM SCRIPTOrum cum Græcorum, tum Latinorũ licet colligere: ſtudia diſciplinarum mathematicarum nõ niſi ab iis fuerunt culta: qui penitius naturæ abſtruſiora introſpicientes; animaduerterunt, abſque harũ cognitione & perceptione; nihil poſſe in aliis ſcientiis & diſciplinis perfecte tradi & percipi: nihil etiam in ciuili hominũ conuerſatione & ſocietate aptè, concinnè, atque artificioſe fieri; in quo non appareat aliquid, quod ex hiſce ortum ſit diſciplinis, quia per totam rerum naturã diffuſæ ſunt. qui uero in literarũ & artium cognitione aliquouſꝗ tãtum progreſſi fuerunt: uel admirabantur tantum has ſcientias: quia eas deguſtarant: uel penitus contemnebant: quia ignorarũt. Eiuſmodi homines iniquè de his ſenſerunt diſciplinis: & non aliter quam imperitum uulgus hominum: quod affectibus magis, quam prudenti conſilio, aut experientia, aut cognitione rerum regitur.

Etſi uero multæ in medium adferri poſſunt cauſæ quibus demõſtraremus: cur hoc noſtro ſęculo, eadem diſciplinarũ mathematicarum, imprimis tamen geometriæ ſtudia neglecta iaceant: & quare plærıꝗ in puluerem deſcendere geometricum detrectent: tamen unam eamque præcipuam eſſe puto: quæ eos ab hoc ſtudiorum genere abſterret: quod ſcilicet ſterilis uideatur figurarum, linearũ, angulorum, cęterarumꝗ delineationum contẽplatio: & quod arbitrentur in eiuſmodi deſcriptionibus geometrarum: uel nullum, uel exiguum ſaltem ineſſe uſum. Hæc itaꝗ ſimplex rerum geometricarum natura: hæc abſque ornamento delineamenta: hæ ſine fuco natiuæ rerum formæ: faciunt ut plærique ſe ad aliarum ſcientiarum ſtudia potius; quam ad hæc conferant: præſertim cum in iaciendis geometriæ fundamẽtis diutius ſit inſudandum: natura uero comparatum habeamus: ut laborem quantum fieri poteſt, uitemus: fructum uero quem ex laboribus capimus, ſtatim appetamus.

Sed ſi quis exactius rem conſideret: geometriam omnibus nominibus celebrandam ſtatuet: quæ nos non tantum in terris bene uerſari facit: ſed etiam ad cœleſtium corporũ cognitionem facili & compendioſa uia perducit. Ideo enim à Platone duæ alæ ſunt conſtitutæ Geometria, & Arithmetica, quibus in cœlum uolamus. quis enim uel mediocri ſaltem iudicio præditus non uidet, delineationes, σχήματα, angulos, linearum ſpecies & differentias; corporum ſolidorum diuerſas formas, proportiones denique, ſectiones, comparationes, conſtitutiones, rerum geometricarum in omnibus undiquaque locis, in ædificiis, in mœnibus, in picturis, aliisꝗ ad uitam uel tuendam, uel ſuſtentandam rebus neceſſariis apparere? Præterea ſi cœtum intuearis doctorum & eruditorum uirorum: ſi ipſas artes & diſciplinas contempleris: ſi quoꝗ phi

Digitized by Google

losophorum scripta scruteris: semper se offeret Geometria: semper suam operam strenuè nauabit: nunquam non Geometricum quippiam inuenies.

Itaq; nō immerito hęc scientia, cum Arithmetica principem locū inter cęteras disciplinas tenet. hæ enim scientiæ tales sunt: ut his sublatis solem è mundo sustuleris. Quare in tenebris cœci hinc inde oberrent in æternum: omnes qui pulcherrimas has scientias: societati humanæ maxime necessarias contemnunt, irrident, & calumniantur. satis dignas tamē ut arbitror pœnas suæ dant inscitiæ & negligentiæ: dum opifices in suis artificiis, literarum studiosi in disciplinis longo tempore sine ratione, & methodo oberrant: & quid priore, quid posteriore loco discendum ignorant: aut quomodo singula cohæreant non perpendunt: causas etiam rerum non contemplantur: nec quicquam earum rerum tenent, quæ pueris Græcorum, elementorum loco erant: imò opificibus perspecta & cognita existebant.

Quæ quidem elementa à paucis hodie percipiuntur, cum tamen tantam rebus omnibus lucem adferant: ut obscurissima quæq;, fiant clarissima: & si quis hæc ad alias res accommodet expeditissima omnia fiant. Consideret namq; aliquis, quanto artificio, quanta facilitate, quo contextu & ordine singula sese mutuo subsequantur. Punctum quod in partes diuidi nequit, & idcirco est minimum: ponit primum & simplicissimum principium, postea concinnè & aptè singula connectit, & ad corporum constitutionem in infinitū usque ascendit. imò singula singulis ita cohærent, ut si unum punctum tollas: non dico tollas, sed in proximum tantum locum transponas: omnia confundes. ea enim est συνέχεια, eaq; οἰκονομία: ut pulchriorem & magis ornatam & concinnam dispositionem atque administrationem nemo fingere possit. neque audiendi sunt qui de obscuritate geometricarum rerum multum conqueruntur: sed potius illorum incusanda erit negligentia & socordia: quod cum mutæ illæ delineationes, suam utilitatem prima fronte non ostendant: statim degustatis nonnullis geometricis delineationibus ad alia transuolant.

Ex his sane στοιχείοις tanquam uberrimo fonte omnis latitudinum, longitudinum, & altitudinum seu profunditatum dimensio oritur: agrorum, insularum, montium, cæterorum locorum & interuallorum inquisitio demanat: ita eo quod ponderum & mensurarum ratio: apparentiarum in speculis uisio: picturarum delineamenta: stellarum per instrumenta obseruatio, his elementis tanquam firmo & solido firmamento nitantur atque consistant.

Essent plura quidem quæ in medium adferre possem: & non Geometriæ tantum dignitatem, sed & horum elementorum utilitatem demonstrare: sed quia ab aliis dicta sunt, neque huius uideantur esse loci, ad alia transibo: & consilium meum in edendis his resolutionibus exponam: ut studiosi intelligant quid ex his ἀποδείξεσι γραμμικοῖς, aut ἀναλύσεσι fructus capere possint: & quid uelim illis ἐξετάσεσι, ὑποθέσεσι, λήμμασι, & quicquid harum est rerum quod in ipsis adfertur resolutionibus.

Cum ut in Procli, & meis commentariis uidere licet in quauis propositione geometrica sint sex quæ obseruantur: Πρότασις, Ἔκθεσις, Διορισμὸς, Κατασκευὴ, Ἀπόδειξις, Συμπέρασμα: hæc uero in commentariis Theonis tam facile perspici non possent. idcirco uisum fuit domino Christiano Herlinò meo præceptori: hęc singula ob oculos ponere: & distinguere δεδόμενον, datum seu subiectum à ζητουμένου, quæsito seu prædicato: præterea quia non satis erat has propositionis partes distinxisse: sed multa etiam ad faciendam demonstrationem requirerentur κατασκευὴν: seiungimus ab ἀποδείξει: ἀπόδειξις ipsa interdum ex multis constat syllogismorum argumentis seu mediis. ad tollendam

Digitized by Google

dam itaque obscuritatem & difficultatem: syllogismorum propositiones seiunguntur: & quæ à Theone acutissima breuitate sunt connexa: hic fusius sunt dilatata, & apertiora reddita.

Hoc itaque tentauit Præceptor meus in libro primo & in quinto, ego uero consilio bonorum & eruditorum uirorum, in reliquis idem præstare conatus sum: idq; in gratiam bonorum adolescentum, si non ea facilitate & perspicuitate, qua præceptor meus: tamen æquo & beneuolo animo erga studiosos Geometriæ: utilitatem illi sentient, qui aliquandiu se in his exercebunt. nam quantum lucis adferant lectioni aliorum geometrarum: ego indies experior, qui præ manibus nunc habeo Menelai, Apollonii, Barlaami scripta.

Erunt fortassis qui dicent hæc nimis scholastica & puerilia esse: fateor & apertè atque candidè dico pueris me hæc scribere, & nostris discipulis qui ex classibus post cognitionē linguarū, adhęc Rhetoricę & Dialecticę: deducuntur ad geometras, & descendunt in arenam geometrarum, ut ibi se exerceant: & iudicium quod tenerum adhuc est, confirment: animum quoque suū hisce contemplationibus iuuent: denique ipsam memoriam in qua multum est situm corroborent.

Verum ne quid eiusmodi adolescentibus deesset, breuiter quædam ex Procli commentariis, & maximè ea quæ ad Euclidis cognitionem uidebantur necessaria esse, selegi, atque nostris subiunxi resolutionibus: loca etiam nonnulla reliquorum librorum difficiliora explicaui. non tam ut succurrerē nostris discipulis: quam ut ad Geometriæ studium eos excitarem. atque hoc meum fuit consilium, quod apud homines sincero & æquo animo præditos, locum, ut minime dubito, habebit.

Quod uero uos uiri Ornatiss. atque Prudentiss. appellarim, multæ sunt causæ, sed ex omnibus hæc præcipuum apud me locum habuit: quod multa uestra extent in parentem meum Petrum Dasypodium beneficia: multa etiā in me à uobis sint collata. quare ut gratum meum declararem animum uos delegi ex multis, quos patronos meorum laborum esse uolui: qui singulari ardore animi erga studia literarum estis affecti: & uestrorum ciuium filios magnis sumptibus sustentatis, cum in nostra schola, tum in aliis, ut linguarum & disciplinarum cognitionem sibi comparent: & Reipub. Christianæ atque patriæ aliquando prodesse possint. Vos itaq; uiri ornatissimi atque prudentissimi etiam atque etiam oro, ut hos labores meos in uestrum dignemini recipere patrocinium. ego pro eo ac debeo omni officiorum genere uestris ciuibus adesse: & uolo, & studiosè cupio. Decimo Augusti M. D. LXVI.

V. Studiosiss.

Cunradus Dasypodius.

Digitized by Google

INDEX ΠΟΡΙΣΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΛΗΜΜΑΤΩΝ.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι καὶ ὁσαιδηποτοῦν εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας: τὰς πρὸς τῇ τομῇ γωνίας τετράσιν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσουσι.

Ex hoc manifestum est, quod quæcunque lineæ rectæ sese mutuo secant: angulos ad punctum sectionis faciunt æquales quatuor rectis. Propos. 15. libri primi.

Ἐκ δὴ τούτων φανερόν ἐστιν: ὅτι ἐν τοῖς τετραγώνοις χωρίοις: τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα τετράγωνά ἐστιν.

Ex his fit manifestum, quod in figuris quadratis: parallelogramma quæ sunt circa diametrum, sint quadrata. Prop. quarta libri secundi.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ἐὰν ἐν κύκλῳ τις εὐθεῖα εὐθεῖάν τινα δίχα τέμνει καὶ πρὸς ὀρθὰς: ἐπὶ τῆς τεμνούσης ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Ex hoc manifestum est, quod si in circulo aliqua recta, aliam rectam secat in duas partes æquales, & ad angulos rectos: in linea recta secante est centrum circuli. Prop. 1. libri tertij.

Ἐκ δὴ τούτων φανερὸν, ὅτι ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ᾽ ἄκρας ἀγομένη: ἐφάπτεται τοῦ κύκλου: καὶ ὅτι εὐθεῖα κύκλου καθ᾽ ἓν σημεῖον μόνον ἐφάπτεται. ἐπειδήπερ καὶ ἡ κατὰ δύο αὐτῷ συμβάλλουσα: ἐντὸς αὐτοῦ πίπτουσα ἐδείχθη.

Ex his manifestum fit, quod recta quæ diametro circuli ab extremitate eius ad angulos rectos ducitur: circulum tangat. deinde quod recta circulũ tangat in uno tantum puncto. siquidem quæ in duobus punctis eam tangit demonstrata est cadere intra circumferentiam. Prop. 16. lib. tertij.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ἐὰν τριγώνου ἡ μία γωνία δυσὶν ἴση ᾖ: ὀρθή ἐστι. διὰ τὸ καὶ τὴν ἐκείνης ἐφεξῆς ταῖς αὐταῖς ἴσην εἶναι: ὅταν δὲ αἱ ἐφεξῆς γωνίαι ἴσαι ὦσιν ὀρθαί εἰσιν.

Ex his patet quod si in triangulo unus angulus duobus est æqualis: rectus sit angulus. quia angulus ei ἐφεξῆς est æqualis. quando uero anguli ἐφεξῆς sunt æquales: uterque est rectus. Propos. 31. libri tertij.

Καὶ φανερὸν ὅτι ὅτι μὲν ἐντὸς τοῦ τριγώνου πίπτει τὸ κέντρον τοῦ κύκλου: ἡ ὑπὸ βαγ γωνία ἐν μείζονι τμήματι τοῦ ἡμικυκλίου τυγχάνουσα ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς: ὅτι δὲ ἐπὶ τῆς βγ ἐν ἡμικυκλίῳ οὖσα ὀρθὴ ἔσται: ὅταν δ᾽ ἐκτὸς τῆς βγ εὐθείας τὸ κέντρον πίπτει ἡ ὑπὸ βαγ ἐν ἐλάττονι τμήματι ἡμικυκλίου τυγχάνουσα μείζων ὀρθῆς ἐστιν. ὥστε καὶ ὅταν ἐλάττων ὀρθῆς τυγχάνῃ ἡ διδομένη γωνία: ἐντὸς τοῦ τριγώνου συμπεσοῦνται αἱ δζ, εζ: ὅταν δὲ ὀρθὴ ἐπὶ τῆς βγ: ὅταν δὲ μείζων ὀρθῆς ἐκτὸς τῆς βγ.

Atque manifestum est si quando intra triangulum cadit centrum circuli: tum angulus βαγ, in segmento maiore est minor recto: cum uero in βγ, cadit & in semicirculo existit: sit rectus. cum uero extra rectam βγ, centrum circuli cadit angulus βαγ, in segmento minore: maior sit recto. quare si minor recto fuerit datus angulus: intra triangulum concurrent rectæ δζ, εζ. si uero rectus in βγ, rectæ concurrent: cum denique maior, rectæ extra βγ, rectam conuenient. Propos. 5. libri quarti.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου: καὶ ἐὰν διὰ τῶν α, β, γ, δ, ε, ζ σημείων ἐφαπτομένας τοῦ κύκλου ἀγάγωμεν: περιγραφήσεται περὶ τὸν κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τι, καὶ ἰσογώνιον. ἀκολούθως τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου εἰρημένοις: καὶ ἔτι διὰ τῶν ὁμοίων, τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου εἰρημένοις εἰς τὸν δοθέντα ἑξάγωνον κύκλον ἐγγράψομεν.

Ex his patet quod latus hexagoni, sit æquale rectæ ex centro ductæ hoc est semidiametro: & si per puncta α, β, γ, δ, ε, ζ, duxerimus rectas tangentes circulum: tum circumscriptum erit hexagonon æquilaterum & æquiangulum simili ratione, ut in pentagono dictũ est. deniq; per similia ijs quæ dicta sunt de inscribendo pentagono: etiam hexagonon inscribemus circulo. Prop. 15. libri quarti.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ: καὶ ἀνάπαλιν ἀνάλογον ἔσται.

Ex hoc manifestum est si quatuor magnitudines sunt proportionales: etiam ἀνάπαλιν proportionales erunt. Prop. 4. libri quinti.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ: ἡ ἀχθεῖσα, τῶν τῆς βάσεως τμημάτων μέση ἀνάλογόν ἐστιν. καὶ ἔτι τῆς βάσεως, καὶ ὁποτερουοῦν τῶν τμημάτων ἡ πρὸς τῷ τμήματι πλευρὰ μέση ἀνάλογόν ἐστιν.

Ex hoc patet, quod si in triangulo rectangulo, ab angulo recto ad basim ducta fuerit perpendicularis: recta quæ ducitur: erit media proportionalis segmentorum basis. adhæc ipsius basis & alterutrius segmentorum media proportionalis est latus ad ipsum segmentum. Propos. 8. lib. sexti.

Ὡσαύτως δὴ καὶ ἐπὶ τῶν τετραπλεύρων δειχθήσεται: ὅτι ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ τῶν τριγώνων. ὥστε καὶ καθόλου τὰ ὅμοια εὐθύγραμμα σχήματα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. Et paulo post alterum πόρισμα. Ὥστε καὶ καθόλου φανερὸν ὅτι ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν ἔσται ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην: οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης

δεύτερον: πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας: τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον.

Sic etiam in figuris quatuor laterum demonstrabitur: quod sint in dupla ratione laterum comproportionalium. sed & in triangulis fuit demonstratum. quare uniuersaliter similes figuræ rectilineæ, sunt inter se dupla in ratione laterũ comproportionalium. Alterũ πόρισμα. Quare & uniuersaliter manifestum est, si fuerint tres lineæ rectæ proportionales quod ut se habet prima: ad tertiam: ita se habet figura à prima descripta ad figuram à secunda descriptam, similem & similiter descriptam. Propos. 20. lib. sexti.

Καὶ δῆλον, ὅτι ὡς τομεὺς πρὸς τομέα: οὕτως καὶ ἡ γωνία πρὸς τὴν γωνίαν.

Vnde manifestum, ut se habet sector ad sectorem: sic se habet angulus ad angulum. Prop. 33. lib. sexti.

LEMMATA QVIbus in his sex libris utimur.

Si fuerit magnitudo prima æqualis magnitudini secundæ: & secunda maior tertia: erit etiam prima maior tertia.

Si fuerit magnitudo prima maior secunda: secunda æqualis tertiæ: erit etiam prima maior tertia.

Si fuerit magnitudo prima maior secunda: secunda uero maior tertia: erit etiam prima maior tertia.

Quadrata linearum æqualium: inter se sunt æqualia.

Aequalium quadratorum: æqualia sunt latera.

Rectangula rectis lineis æqualibus contenta: & ipsa inter se sunt æqualia.

Quæ lineæ rectæ duæ: duabus lineis rectis sunt æquales altera alteri: illæ æqualia constituunt rectangula. Vel,

Aequalium linearum rectarum: æqualia sunt rectangula.

Si prima magnitudo fuerit æqualis secundæ: secunda uero dupla tertiæ: etiam prima dupla erit tertiæ.

Quæ eiusdem sunt quadrupla: inter se sunt æque multiplicia.

Quæ eiusdem sunt æqualiter multiplicia: illa inter se sunt æqualia.

Omnis angulus rectilineus, æqualis dimidio anguli recti: & ipse dimidium recti est.

Omnis angulus rectilineus æqualis angulo recto: & ipse rectus est.

Magnitudines æquales, eiusdem magnitudinis sunt æqualiter multiplices.

Aequalium dimidia, inter se sunt æqualia; sic & dupla &c.

Si æquale addatur æquali: constituunt duplum alterutrius eorum.

Si fuerit magnitudo prima minor secunda: secunda uero æqualis tertiæ: etiam prima minor erit tertia.

Si prima fuerit æqualis secundæ: secunda dupla tertiæ: etiam prima dupla est tertiæ.

Si prima fuerit æqualis secundæ: secunda minor tertia: etiam prima minor erit tertia.

Quæ eiusdem magnitudinis sunt eadem pars: illa inter se sunt æqualia.

Sunt & quædam alia hinc inde, in his sex libris: quæ tamen studiosus lector, facile ex his intelligere poterit: siquidem & hæ propositiones λημματικαὶ, medium locum tenent inter ipsa principia, & propositiones quæ principia sequuntur.

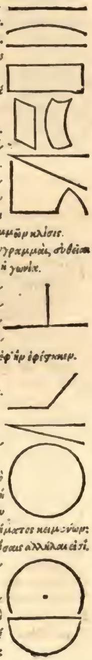
Euclidis

Euclidis elementum primum.

ΟΡΟΙ.

Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.
Γραμμὴ δὲ, μῆκος ἀπλατές.
Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα.
Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ᾽ ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.
Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.
Ἐπιφανείας δὲ πέρατα, γραμμαί.
Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ᾽ ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.
Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων· καὶ μὴ ἐπ᾽ εὐθείας κειμένων: πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.
Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ, εὐθεῖαι ὦσιν: εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.
Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα: τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ: ὀρθὴ ἐστιν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν. Καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα, κάθετος καλεῖται, ἐφ᾽ ἣν ἐφέστηκεν.

Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν, ἡ μείζων ὀρθῆς.
Ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.
Ὅρος ἐστὶν, ὅ τινός ἐστι πέρας.
Σχῆμά ἐστι, τὸ ὑπό τινος, ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.
Κύκλος ἐστὶ, σχῆμα ἐπίπεδον: ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια: πρὸς ἣν ἀφ᾽ ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων: πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.
Κέντρον δὲ, τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.
Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν, εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη: καὶ περατουμένη ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας: ἥτις, καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.
Ἡμικύκλιον δέ ἐστι, τὸ περιεχόμενον σχῆμα, ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ᾽ αὐτῆς τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.



DEFINITIONES.

Punctum est, quod partem non habet.
Linea est, longitudo absq; latitudine.
Termini lineæ sunt puncta.
Linea recta est, quæ ex æquo posita est inter sua puncta.
Superficies est, quæ longitudinem & latitudinem tantum habet.
Termini superficiei sunt lineæ.
Plana superficies est, quæ ex æquo posita est inter suas lineas rectas.
Angulus planus est, duarũ linearum sese in plano tangentiũ: & non ex aduerso positarum mutua inclinatio.
Rectilineum vocamus angulum, quem lineæ rectæ continent.
Cum recta super rectam stans, angulos vicinos inter se fecerit æquales: rectus est vterq; æqualium illorum angulorum.
Recta verò linea angulos illos æquales faciens: perpendicularis dicitur ad eam lineam, super qua consistit.
Obtusus angulus est, qui recto est maior.
Acutus verò, qui recto est minor.
Terminus est, quod alicuius finis est.
Figura est, quæ termino aliquo, aut aliquibus terminis continetur.
Circulus est figura plana, vna linea contenta, quam vocamus circumferentiam: ad quam ab vno aliquo ex punctis, quæ intra ipsam sunt, omnes lineæ rectæ procidentes: inter se sunt æquales.

Centrum verò circuli, vocatur hoc in circulo medium.
Dimetiens circuli est, recta quædam linea, per Centrum circuli ducta: vtrinq; ad circumferentiam circuli definens: ipsumq; circulũ in duas partes æquales diuidens.

Semicirculus est figura, quam dimetiens circuli, & intercepta à dimetiente circumferentia continet.

Τμῆμα κύκλου ἐστί, τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

Εὐθύγραμμα σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.

Τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν.

Τετράπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

Πολύπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ πλειόνων, ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων, ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς.

Σκαληνὸν δὲ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον μίαν ὀρθὴν γωνίαν.

Ἀμβλυγώνιον δὲ, τὸ μίαν ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

Ὀξυγώνιον δὲ, τὸ τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων: Τετράγωνον μέν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τε ἐστι, καὶ ὀρθογώνιον.

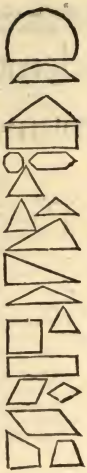
Ἑτερόμηκες δὲ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

Ῥόμβος δὲ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

Ῥομβοειδὲς δὲ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ἔχον: ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε ὀρθογώνιον.

Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα: Τραπέζια καλείσθω.

Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵ τινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι: καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐπ᾽ ἄπειρον, ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη: ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.



Segmentum circuli, est figura, quam linea recta, & circuli circumferentia continet.

Rectilineæ figuræ sunt: quas rectæ lineæ ambiunt.

Trilateræ quidem, quas ambiunt tres rectæ.

Quadrilateræ verò, quas plures, quàm quatuor rectæ ambiunt.

Ex trilateris autẽ figuris. Triangulus æquilaterus est: qui tria habet æqualia latera.

AEquicrurus, qui duo tantum habet æqualia latera.

Scalenus triangulus, qui tria habet inæqualia latera.

Item ex trilateris figuris, triangulus rectangulus est: qui angulum habet rectum.

Amblygonius, qui angulũ habet obtusum.

Oxygonius, qui angulos tres acutos habet.

Ex quadrilateris figuris, quadratũ est, quod æquilaterum est, & rectangulum.

Quadrangulum oblõgum, quod rectangulum quidem est, sed non æquilaterum.

Rhombus, quod æquilaterum quidem est, sed non rectangulum.

Rhomboeides, quod latera è regione posita habet æqualia, ac etiam angulos: non tamen est æquilaterũ neque rectangulũ.

Omnes reliquæ præter has quadrilateræ figuræ, Trapezia vocentur.

AEquedistãtes rectæ lineæ sunt, quæ in eodẽ plano sitæ: & in infinitum ex vtraque parte extensæ: in neutra tamen concurrunt.

ΑΙΤΗΜΑΤΑ.

ΗΤΗΣΘΩ, ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ᾽ εὐθείας ἐκβάλλειν.

Καὶ παντὶ κέντρῳ, καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

POSTVLATA.

Petatur. A quouis puncto, ad quoduis punctum rectam lineam describere.

Item, lineam rectam finitam, in infinitum vsque extendere.

Item, quouis centro, & interuallo describere circulum.

ΚΟΙΝΑΙ ΕΝΝΟΙΑΙ.

ΤΑ ΤΩ αὐτῷ ἴσα: καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα, προστεθῇ: τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

COMMVNES NOTIONES, *seu sententiæ.*

Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia.

Si æqualibus æqualia fuerint adiecta: etiam tota sunt æqualia.

Digitized by Google

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῆ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῆ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῆ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα.

Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ᾽ ἄλληλα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζον ἐστί.

Καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς ἐντὸς, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῆ: ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὗται εὐθεῖαι ἐπ᾽ ἄπειρον, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις, ἐφ᾽ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

Καὶ δύο εὐθεῖαι, χωρίον οὐ περιέχουσιν.

Si ab æqualibus æqualia fuerint ablata: etiã quæ relinquuntur, sunt æqualia.

Si inæqualibus æqualia fuerint adiecta: etiã tota sunt inæqualia.

Si ab inæqualibus æqualia fuerint sublata: quæ relinquuntur sunt inæqualia.

Quæ sunt eiusdem dupla: inter se sunt æqualia.

Quæ eiusdem sunt dimidia: inter se sunt æqualia.

Quæ applicata inter se conueniunt, sunt æqualia.

Totum est maius sua parte.

Omnes recti anguli: inter se sunt æquales.

Cum in duas rectas, recta incidens linea, duos internos ex vna parte angulos, duobus rectis facit minores: productæ istæ duæ lineæ rectæ in infinitum, ex ea parte concurrent, vbi sunt illi duo anguli duobus rectis minores.

Duæ lineæ rectæ figuram non faciunt.

PROPOSITIO I.

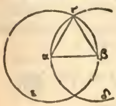
Problema.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης: τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Super data linea recta finita, triangulum æquilaterum constituere.

ἡ ἔκθεσις.

Sit data linea recta finita $\overline{\alpha\beta}$.



ὁ διορισμός. Oportet super linea recta $\overline{\alpha\beta}$: triangulum æquilaterũ constituere. ἡ κατασκευή. Centro $\overline{\alpha}$, interuallo $\overline{\alpha\beta}$, describatur circulus $\beta\overline{\gamma}\delta$. Itẽ, Cẽtro $\overline{\beta}$, interuallo $\beta\overline{\alpha}$, describatur circulus $\alpha\gamma\overline{\epsilon}$. Ducãtur lineæ rectæ $\overline{\alpha\gamma}$, $\overline{\gamma\beta}$. ὁ διορισμός. Dico quod triangulus $\alpha\overline{\gamma}\beta$, est æquilaterus.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.

Primus. In omni circulo rectæ à centro, ad circumferentiam ductæ: sunt æquales. Figura $\beta\overline{\gamma}\delta$, est circulus, eius centrum $\overline{\alpha}$. Ergo, Recta $\overline{\alpha}\gamma$, est æqualis rectæ $\overline{\alpha\beta}$. *Explicatio.* Maior est definitio circuli. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* In omni circulo. &c. ut supra. Figura $\alpha\overline{\gamma}\epsilon$, est circulus: centrum eius $\overline{\beta}$. Ergo, Recta $\overline{\gamma}\beta$, est æqualis rectæ $\beta\overline{\alpha}$. *Explicatio*, ut supra. *Tertius.* Quæ eidem sunt æqualia: illa etiam inter se sunt æqualia. Vtraque rectarum $\overline{\alpha}\gamma$, $\overline{\gamma}\beta$, est æqualis rectæ $\overline{\alpha}\beta$. Ergo, Recta $\overline{\alpha}\gamma$, est æqualis rectæ $\overline{\gamma}\beta$. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Quicunque triangulus continetur tribus lineis rectis æqualibus: is est triangulus æquilaterus. Triangulus $\alpha\overline{\gamma}\beta$, continetur tribus rectis lineis æqualibus. Ergo, Triangulus $\alpha\overline{\gamma}\beta$, est æquilaterus. *Explicatio.* Maior est definitio trianguli æquilateri. Minor est conclusio syllogismi tertij. τὸ συμπέρασμα. Triangulus $\alpha\overline{\gamma}\beta$, est æquilaterus, & consistit super data recta linea $\overline{\alpha\beta}$. Super data igitur recta linea $\overline{\alpha\beta}$, cõstitutus est triangulus æquilaterus. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

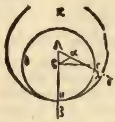
PROPOSITIO II.
Problema.

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Ad punctum datum, lineæ rectæ datæ: æqualem rectā lineam ponere.

ἡ ἔκθεσις.

Sit punctum datum α, & linea recta data βγ.

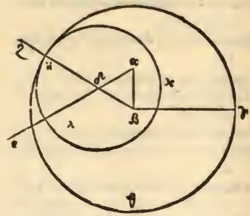


ὁ διορισμός. Ad punctum datum α, datæ rectæ lineæ βγ: ponenda est recta linea æqualis. ἡ κατασκευή. Ab α puncto, ad β punctum, ducatur recta linea αβ. Super linea αβ, statuatur triangulus æquilaterus αδβ. Extendantur lineæ rectæ, δα, δβ, uersus puncta ε, ζ. Centro β, interuallo βγ, describatur circulus γκθ, secans rectam δζ in puncto κ. Item Centro δ, interuallo δκ, describatur circulus ικλ, secans rectam δε, in puncto λ. ὁ διορισμός. Dico quod recta αλ, est æqualis rectæ βγ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.

Primus. In omni circulo rectæ à centro ad circumferentiam ductę sunt æquales. Figura γκθ, est circulus, eius centrum β. *Ergo*, Recta βε, est æqualis rectæ βκ. *Explicatio.* Maior est definitio circuli. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* In omni circulo, &c. *ut supra.* Figura ικλ, est circulus, eius centrū δ. *Ergo*, Recta δλ, est æqualis rectæ δκ. *Explicatio*, ut supra. *Tertius.* Si ab æqualibus æqualia fuerint sublata, etiam quę relinquuntur erūt æqualia. Ab ęqualibus lineis δλ, δκ, tolle duas ęquales lineas δα, δβ. *Ergo*, Manet recta αλ, ęqualis rectę βκ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est cōclusio syllogismi secundi. Posterior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Quartus.* Quę eidem sunt ęqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Vtraque rectarum αλ, βγ, est ęqualis rectę βκ. *Ergo*, Recta αλ, est ęqualis rectæ βγ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi tertij. Posterior est conclusio syllogismi primi. τὸ συμπέρασμα. Recta αλ, est æqualis rectæ βγ, & est sita ad punctum datum α. Ad datum igitur punctū α, datæ lineę rectę βγ, æqualis posita est recta linea αλ, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



Alia κατασκευή. Ab α puncto, ad β punctū ducatur recta αβ Super recta αβ, statuatur triangulus æquilaterus αδβ. Extendātur rectæ αδ, βδ, uersus puncta ε, ζ. Centro β, interuallo βγ, describatur circulus γκθ, secās rectam βζ in puncto κ. *Item* Centro δ, interuallo δκ, describatur circulus ικλ, secans rectam αε in puncto λ. ὁ διορισμός. Dico quod recta αλ, est æqualis rectæ βγ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.

Primus, ut supra. *Secundus*, ut supra. *Tertius.* Si æqualibus addita fuerint æqualia, etiam quę fiunt, erunt æqualia Recta αδ, est æqualis rectæ βδ. *Item* Recta δλ, est æqualis rectæ δκ. *Ergo*, Tota αλ, est æqualis toti βκ. *Explicatio*. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. Posterior est cōclusio syllogismi secundi. *Quartus*, ut supra. τὸ συμπέρασμα, ut supra.

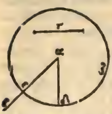
PROPOSITIO III.
Problema.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς μείζονος, τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Duabus rectis inæqualibus datis, ex maiore minori æqualem rectam lineam auferre.

ἡ ἔκθε-

ἡ ἔκθεσις.



Sit data recta maior, αβ, minor uero γ. ὁ διορισμός. Ex maiore linea αβ, tollēda est recta ęqualis lineæ γ. ἡ κατασκευή. Ponatur ad punctum α, lineę γ, ęqualis recta linea αδ. Centro α, interuallo αδ, describatur circulus δεζ, secans rectam αβ, in puncto ε. ὁ διορισμός. Dico quod recta αε, est ęqualis rectæ lineæ γ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi duo.

Primus. In omni circulo rectæ à centro. &c. Figura δεζ, est circulus, centrum eius α. Ergo, Recta αε, est ęqualis rectæ αδ. *Explicatio.* Maior est definitio circuli. Minor est nota *ἐν τῆς κατασκευῆς. Secundus.* Quæ eidem sunt æqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Vtraque rectarum αε, γ, est ęqualis rectæ αδ. Ergo, Recta αε, est æqualis rectæ lineæ γ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est ὑπόθεσις. Τὸ συμπέρασμα. Recta αε, est æqualis rectæ lineę γ, & est pars lineæ αβ. Duabus igitur rectis datis αβ, γ, ex maiore αβ, ablata est αε, æqualis minori γ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSITIO IIII.

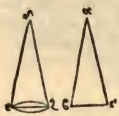
Theorema.

EAN δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς, ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην: καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει: καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται: καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι, ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus habuerint æqualia alterum alteri: & angulum angulo æqualem, qui æqualibus rectis lineis continetur: etiam basin basi habebunt æqualem: & triangulus triangulo erit æqualis: & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, alter alteri, quos æqualia latera subtendunt.

ἡ ἔκθεσις.

Sint duo trianguli αβγ, δεζ, habētes duo latera αβ, αγ, ęqualia duobus lateribus δε, δζ, alterum alteri, latus scilicet αβ, lateri δε, & latus αγ, lateri δζ. Item, Angulum βαγ, æqualem angulo εδζ. ὁ διορισμός. Dico quod basis βγ, est ęqualis basi εζ. Et triangulus αβγ, est ęqualis triangulo δεζ. Et reliqui anguli, reliquis angulis sunt æquales alter alteri, quos æqualia latera subtendunt. Id est.



Angulus αβγ, est æqualis angulo δεζ. & angulus αγβ, est æqualis angulo δζε. ἡ κατασκευή. Quando enim punctum α, ponitur super puncto δ, et recta αβ, applicatur rectę æquali δε, cadet etiam punctum β, super punctū ε, Deinde cum angulus βαγ, applicatur æquali angulo εδζ, cadet etiam recta αγ, in rectam sibi æqualem δζ, & punctum γ, in punctum ζ. Quoniam igitur in hac mutua triangulorum applicatione punctum β, uenit in punctum ε, & punctum γ, in punctum ζ, manifestum est etiam rectam βγ, applicari rectæ εζ. Nisi enim recta βγ, caderet in ipsam rectam εζ, contingeret duas rectas χωρίον περιέχειν, quod est impossibile. Recta igitur βγ, applicatur rectæ εζ. Cum igitur tres rectæ tribus rectis applicātur, manifestum est etiam triangulum triangulo applicari.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.

Primus. Quæcunque inter se applicātur, illa sunt æqualia. Recta βγ, applicatur rectæ εζ. Ergo, Recta βγ, est æqualis rectæ εζ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς. Secundus.* Quæcunque inter se applicantur, illa sunt æqualia. Triangulus αβγ, applicatur triangulo δεζ. Ergo, Triangulus αβγ, est æqualis triangulo δεζ. *Explicatio* ut in primo. *Tertius.* Quæcunque inter se app. &c. Angulus αβγ, applicatur angulo δεζ. Ergo, Angulus αβγ, est æqualis angulo δεζ. *Explicatio* ut supra. *Quartus.* Quæcunque inter se app. &c. Angulus αγβ, applicatur angulo δζε. Ergo, Angulus αγβ, est æqualis angulo δζε. *Explicatio* ut supra. τὸ συμπέρασμα. Si igitur duo trianguli duo latera duobus lateribus &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Digitized by Google

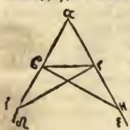
PROPOSITIO V.
Theorema.

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Triangulorũ qui duo æqualia habent latera: anguli ad basin sunt æquales. Et productis æqualibus illis rectis: etiam qui sub basi sunt anguli, inter se erunt æquales.

ἡ ἔκθεσις.

Sit triangulus æquicrurus αβγ, habens latus αβ, æquale lateri αγ. & ducantur lineis αβ, αγ, ἐπ' εὐθείας lineæ βδ, γε. ὁ διορισμός. Dico quod angulus αβγ, est æqualis angulo αγβ. Et quod angulus γβδ, est æqualis angulo βγε. ἡ κατασκευή. Sumatur in linea βδ, punctum quodvis ζ. Tollatur à maiore linea αε, minori αζ, æqualis linea αη. per propositionem tertiam. Ducantur rectæ ζγ, ηβ.



ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.

Primus. Quicunque duo trianguli habent duo latera duobus lateribus æqualia, alterũ alteri: & angulum angulo æqualem: qui æqualibus rectis lineis cõtinetur: etiam basin basi habebunt æqualẽ, & reliquos angulos, reliquis angulis æquales: alterum alteri, quos æqualia latera subtendunt. Trianguli βαη, γαζ, habent duo latera βα, αη, æqualia duobus lateribus γα, αζ. alterum alteri, latus βα, lateri γα, & latus αη, lateri αζ. Et habent angulum βαη communem. Ergo. Trianguli βαη, γαζ, habent basin βη, æqualem basi γζ, & Angulum αβη, æqualem angulo αγζ. & Angulum αηβ, æqualem angulo αζγ. *Explicatio.* Maior est propositio quarta. Minoris pars prima est ὑπόθεσις. Secunda est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. Tertia est nota per se. *Secundus.* Si ab ęqualibus tollantur ęqualia: quę relinquuntur sunt æqualia. A lineis æqualibus αζ, αη, tolle lineas æquales αβ, αγ. Ergo. Manet recta βζ, ęqualis rectę γη. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. Posterior est ὑπόθεσις. *Tertius.* Quicunque duo trianguli habẽt &c. ut syllog. pri. Trianguli βηγ, γζβ habent duo latera βη, ηγ, æqualia duobus lateribus γζ, ζβ, alterum alteri, latus βη, lateri γζ, & latus ηγ, lateri ζβ, & habent angulum βηγ, ęqualẽ angulo γζβ, Ergo. Trianguli βηγ, γζβ, habent angulum βγη, æqualem angulo γβζ, & angulum γβη, æqualem angulo βγζ. *Explicatio.* Maior est propositio quarta. Minoris pars prima & tertia est conclusio syllog. primi. Secunda est conclusio syll. secundi. *Quartus.* Si ab æqualibus tollantur æqualia, quæ relinquuntur sunt æqualia. Ab æqualibus angulis αβη, αγζ, Tolle æquales angulos γβη, βγζ. Ergo. Manet angulus αβγ, æqualis angulo αγβ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est cõclusio syll. primi. Posterior est conclusio syll. tertij. τὸ συμπέρασμα. Ex conclusione syll. quarti liquet trianguli αβγ, angulos αβγ, αγβ, qui sunt ad basin esse æquales. Et ex conclusione syll. tertij liquet angulos βγη, γβζ, qui sunt sub basi esse æquales. Triangulorum igitur qui duo habent æqualia latera &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

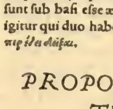
PROPOSITIO VI.
Theorema.

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Si trianguli duo anguli æquales inter se fuerint: etiam latera quæ ęquales illos angulos subtendunt, æqualia erunt inter se.

ἡ ἔκθεσις.

Sit triangulus αβγ, habens angulum αβγ, ęqualem angulo αγβ. ὁ διορισμός. Dico quod latus αβ, est æquale lateri αγ. *Examen.* Recta αβ, est æqualis rectæ αγ, aut maior quàm αγ, aut minor. *Obiectiones duæ. Prima.* Quid si recta αβ, sit maior quàm αγ. ὑπόθεσις. Fingamus igitur rectam αβ, esse maiorẽ quàm est recta αγ. ἡ κατασκευή. Ex recta αβ, tolle li-



le lineam βδ, equalem lineæ αγ. Propos. 3. Ducatur linea δγ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

Primus. Quicunq; duo trianguli habẽt duo latera duobus lateribus equalia alterum alteri: & angulum angulo æqualem qui equalibus rectis lineis cõtinetur: etiam ipsi sunt æquales. Trianguli δβγ, αγβ, habẽt duo latera δβ, βγ, æqualia duobus lateribus αγ, γβ, alterum alteri, latus δβ, lateri αγ, & latus βγ cõmune: & habent angulũ δβγ, equalem angulo αγβ. Ergo, Triangulus δβγ, est æqualis triangulo αγβ. *Explicatio.* Maior est propositio quarta. Minoris pars prima est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. Secunda est nota per se. Tertia est ὑπόθεσις. *Solutio obiectionis.* *Secundus syllogis.* Si est linea αβ, maior quàm linea αγ, erit etiam triangulus δβγ, æqualis triangulo αβγ. Sed triangulus δβγ, non est æqualis triangulo αβγ. Ergo, Nec linea αβ, est maior quàm linea αγ. *Explicatio.* Maior est nota ex syllogismo primo. Minor est nota, quoniã pars non æquat totum. *Obiectio secunda.* Quid si linea αβ, sit minor quam linea αγ. ὑπόθεσις. Fingamus igitur lineam αβ, esse minorem, quàm est linea αγ. ἡ κατασκευή. Ducatur lineæ βα, ἐπ' εὐθείας linea αδ, & fiat lineæ αγ, æqualis linea βδ, & ducatur linea δγ. ἡ ἀπόδειξις. *Tertius,* ut supra primus. *Quartus,* ut supra secundus. *Quintus.* Linea αβ, est æqualis lineæ αγ, uel maior quam αγ, uel minor. Sed linea αβ, non est maior quàm αγ, neque etiam minor quam αγ. Ergo, Linea αβ, est æqualis lineæ αγ. *Explicatio.* Maior est nota per se. Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi. Posterior est conclusio syllogismi quarti. τὸ συμπέρασμα. Triangulus αβγ, habens duos angulos αβγ, αγβ, æquales: habet etiam duo latera αβ, αγ, æqualia. Si igitur trianguli duo anguli æquales inter se fuerint &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO VII.

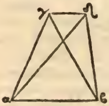
Theorema.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας: δύσι ταῖς αὐταῖς εὐθείαις: ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, οὐ συσταθήσονται, πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ: ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη: τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

Super eadem recta: duabus eisdẽ rectis: aliæ duæ rectæ æquales altera alteri: non statuentur ad aliud atq; aliud punctũ: in easdem partes: eosdem habentes terminos quos lineæ primæ.

ἡ ἔκθεσις.

Sit linea recta αβ: & super ea ad punctũ γ, consistentes duæ rectæ lineæ αγ, γβ. Sint etiam aliæ duæ rectę lineę εδ, δζ, equales duabus rectis lineis αγ, γβ, altera alteri, linea εδ, lineæ αγ, & linea δζ, lineę γβ.



ὁ διορισμός. Si iam duę lineę εδ, δζ, statuantur super linea αβ, uersus γ sic ut punctũ ε, sit in α, & punctum ζ, in β. Dico quod punctũ δ non cadet nisi in pũctum γ. *Examen.* Ponantur duę lineę εδ, δζ, super linea αβ, in partes γ, (ut dictum est) Cadet igitur punctum δ, in punctũ γ, uel extra, et si extra, cadet etiam uel extra lineas αγ, γβ, uel inter eas, uel in alterã illarum. *Obiectiones tres.* *Prima.* Quid si punctum δ, cadat extra lineas αγ, γβ. ὑπόθεσις. Fingamus igitur punctum δ, cadere extra lineas αγ, γβ. ἡ κατασκευή. Ducatur linea γδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi duodecim.

Primus. Triangulus equicrurus, habet angulos ad basin equales inter se. Trianguli γαδ, latus αγ, est equale lateri αδ. Ergo. Trianguli γαδ, angulus αγδ, est equalis angulo αδγ. *Explicatio.* Maior est propositio quinta. Minor est ὑπόθεσις. *Secundus.* Si fuerit magnitudo prima, equalis magnitudini secundę: secunda uero maior quã tertia: erit etiam magnitudo prima, maior quàm tertia. Angulus αδγ, est æqualis angulo αγδ: sed angulus αγδ, est maior angulo βγδ. Ergo. Angulus αδγ, est maior angulo βγδ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior, est conclusio syllogismi primi. Posterior est κοινὴ ἔννοια. *Tertius.* Si fuerit magnitudo prima maior quàm secunda: secunda item maior quam tertia: erit etiam magnitudo prima, maior quàm tertia. Angulus βδγ, est maior angulo αδγ: angulus item αδγ, est maior angulo βγδ. Ergo. Angulus βδγ, est maior

angulo βγδ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior est *κοινὴ ἔννοια.* Posterior est conclusio syllogismi secundi.

Quartus. Triangulus æquicrurus habet angulos ad basin, æquales inter se. Trianguli βγδ, latus βγ, est æquale lateri βδ. *Ergo.* Trianguli βγδ, angulus βδγ, est æqualis angulo βγδ. *Explicatio.* Maior est propositio quinta. Minor est *ὑπόθεσις.* *Solutio obiectionis.* *Quintus.* Si punctum δ, cadit extra lineas αγ, γδ, erit etiam angulus βδγ, simul æqualis & maior angulo βγδ. Sed angulus βδγ, non potest simul esse æqualis & maior angulo βγδ. *Ergo.* Nec punctũ δ, cadet extra lineas αγ, γβ. *Explicatio.* Maioris pars prior est conclusio syllogismi quarti. Posterior est conclusio syllogismi tertij. Minor est nota per se. *Obiectio secunda.* Quid si punctũ δ, cadat intra lineas αγ, γβ. *ὑπόθεσις.* Fingamus igitur punctum δ, cadere intra lineas αγ, γβ. *ἡ κατασκευή.* Ducatur linea γδ. & ducantur lineis βδ, βγ, *ἐπ' εὐθείας* lineæ δε, γζ. *ἡ ἀπόδειξις.* *Sextus.* Triangulus æquicrurus, protractis æqualibus rectis lineis: habet angulos sub basi æquales inter se. Trianguli γβδ, latus γβ, est æquale lateri βδ. *Ergo,* Angulus εδγ, est æqualis angulo δγζ. *Explicatio.* Maior est propositio quinta. Minor est *ὑπόθεσις.* *Septimus.* Si fuerit magnitudo prima æqualis magnitudini secundæ: secunda uero maior quàm tertia: erit etiã magnitudo prima maior quàm tertia. Angulus εδγ, est æqualis angulo δγζ: sed angulus δγζ, est maior angulo δγα. *Ergo,* Angulus εδγ, est maior angulo δγα. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior est conclusio syllogismi sexti. Posterior est nota per se. *Octauus.* Si fuerit magnitudo prima maior quàm secunda: secunda item maior quàm tertia; erit etiã magnitudo prima maior quàm tertia. Angulus αδγ, est maior angulo εδγ: angulus item εδγ, est maior angulo δγα. *Ergo.* Angulus αδγ, est maior angulo δγα. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior est nota per se. Posterior est conclusio syllogismi septimi. *Nonus.* Triangulus æquicrurus habet angulos ad basin æquales inter se. Trianguli δαγ, latus αδ, est æquale lateri αγ. *Ergo,* Trianguli δαγ, angulus αδγ, est æqualis angulo δγα. *Explicatio.* Maior est propositio quinta. Minor est *ὑπόθεσις.* *Solutio obiectionis.* *Decimus.* Si punctum δ, cadit intra lineas αγ, γβ, erit etiam angulus αδγ, simul æqualis & maior angulo δγα. Sed non potest angulus αδγ, simul esse æqualis, & maior angulo δγα. *Ergo,* Nec punctum δ, cadet intra lineas αγ, γβ. *Explicatio.* Maioris pars prior est conclusio syllogismi noni Posterior est conclusio syllogismi octaui. Minor est nota per se. *Obiectio tertia.* Quid si punctũ δ cadat in lineam αγ, inter α, & γ. *ὑπόθεσις.* Fingamus igitur punctum δ, cadere in lineam αγ, inter α, & γ. *ἡ ἀπόδειξις.* *Vndecimus.* Si punctum δ, cadit in lineam αγ, inter α, & γ, erit linea αγ, simul æqualis lineæ αδ, & etiam maior quàm αδ. Sed non potest linea αγ, simul esse æqualis lineæ αδ, & etiam maior quàm αδ. *Ergo,* Nec punctum δ, cadet in lineam αγ, inter α, & γ. *Explicatio.* Maioris pars prior est *ὑπόθεσις.* Posterior est nota per se. Minor est nota per se. *Duodecimus.* Punctum δ, cadet in punctum γ, uel extra: & si extra, cadet etiam uel extra lineas αγ, γβ: uel intra eas, uel in alteram illarum. Sed punctum δ, non potest cadere extra lineas αγ, γβ, neque intra eas, neque in alteram illarum. *Ergo,* Punctum δ, cadit in punctũ γ. *Explicatio.* Maior est nota per se. Minoris pars prima est conclusio syllogismi quinti. Secunda est conclusio syllogismi decimi. Tertia est conclusio syllogismi undecimi. *τὸ συμπέρασμα.* Punctum δ, non cadit nisi in punctum γ. Super eadem igitur recta, duabus eisdem rectis, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSITIO VIII.
Theorema.

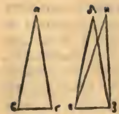
Ἐὰν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς, ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν, τῇ βάσει ἴσην· καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Si duo triãguli, duo latera duobus lateribus habuerint æqualia alterum alteri: habuerint uero etiam basin æqualem basi: etiam angulum angulo habebunt æqualem, quem æquales rectæ lineæ continent.

ἡ ἔκθεσις.

Sint duo trianguli αβγ, δεζ, habẽtes duo latera αβ, αγ, æqualia duobus lateribus δε, δζ, alterum alteri: latus scil. αβ, æquale lateri δε, & latus αγ, lateri δζ. Item, basin

βγ



βγ, æqualem basi εζ. ὁ διορισμός. Dico quod angulus βαγ, est æqualis angulo εδζ. ἡ κατασκευή. Quando enim punctū β, imponitur puncto ε, & recta βγ, applicatur rectæ æquali εζ, cadet etiam punctum γ, in punctum ζ.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi duo.

Primus. Super eadem recta, duabus eisdem rectis, aliæ duæ rectæ æquales altera alteri: non statuentur ad aliud atque aliud punctū: in easdem partes: eosdem habentes terminos quos lineæ primæ. Super eadem recta linea εζ, duabus eisdem lineis rectis εδ, δζ, aliæ duæ rectæ æquales altera alteri βα, αγ, consistunt in easdē partes ζ, eosdem habentes terminos quos lineæ εδ, δζ. Ergo, Rectæ duæ lineę βα, αγ, non statuentur ad punctum diuersum à puncto δ. Hoc est punctum α, cadet in punctum δ. *Explicatio.* Maior est propositio septima. Minoris pars prima est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. Secunda est ὑπόθεσις. Tertia est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. Quarta item, duę enim ęquales scil. αβ, δε, habent eundem communem terminum ε. Et duę ęquales αγ, δζ habent eundē communem terminum ζ. *Secundus.* Quęcunque inter se applicantur, illa sunt ęqualia. Angulus βαγ, applicātur angulo εδζ. Ergo, Angulus βαγ, est æqualis angulo εδζ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est nota ex superiore syllogismo. Quoniam enim punctum β, est in ε. & punctum γ, in ζ. & punctum α, in δ, notum iam est rectas βα, αγ, applicari rectis εδ, δζ, & angulū βαγ, angulo εδζ. τὸ συμπέρασμα. Trianguli duo βαγ, εδζ. habentes duo latera βα, αγ, æqualia lateribus εδ, δζ, & basin βγ, basi εζ, habent etiam angulum βαγ, æqualem angulo εδζ. Si igitur duo trianguli, &c, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO IX.
Problema.

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον: δίχα τεμεῖν.

Datum angulum rectilineum: medium dissecare.

ἡ ἔκθεσις.

Sit datus angulus rectilineus βαγ. ὁ διορισμός. Angulus βαγ, medius est dissecandus ἡ κατασκευή. Sumatur in linea αβ, pūctum quoduis δ. Tollatur ex linea αγ, lineæ αδ, æqualis recta linea αε. Ducatur linea δε. Statuatur super linea δε, triangulus æquilaterus δζε. Ducatur linea αζ. ὁ διορισμός. Dico quod linea αζ, medium dissecat angulum βαγ.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismus unus.

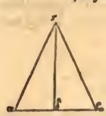
Quicunque duo trianguli habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & basin æqualem basi: habent etiam æqualibus lateribus contentos angulos æquales. Trianguli δαζ, εαζ, habent duo latera δα, αζ, æqualia duobus lateribus εα, αζ, alterum alteri, latus δα, lateri εα, & latus αζ, commune. Et habent basin δζ, æqualem basi εζ. Ergo, Trianguli δαζ, εαζ, habent angulum δαζ æqualem angulo εαζ. *Explicatio.* Maior est propositio octaua. Minoris pars prima, & tertia sunt notæ ἐκ τῆς κατασκευῆς. Secunda est nota per se. τὸ συμπέρασμα. Angulus δαζ, est æqualis angulo εαζ. Datus igitur angulus βαγ rectilineus medius est dissectus. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSITIO X.
Problema.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην: δίχα τεμεῖν.

Datam lineam rectam finitam: medium dissecare.

ἡ ἔκθεσις.



Sit data linea recta finita αβ. ὁ διορισμός. Recta linea finita αβ, media est dissecanda. ἡ κατασκευή. Statuatur super recta αβ, triangulus æquilaterus αγβ. propos. prima. Dissecetur angulus αγβ, medius linea recta γδ. Propos. nona.

ὁ διορισμός. Dico quod linea recta αβ, media est dissecta in puncto δ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismus unus.

Quicunque duo trianguli habent duo latera, duobus lateribus æqualia alterum alteri: & angulum angulo æqualem, qui æqualibus rectis lineis continetur: etiam basin habebunt æqualem basi. Trianguli αγδ, βγδ, habent duo latera αγ, γδ, duobus lateribus βγ, γδ, æqualia alterum alteri, latus αγ, lateri βγ: & latus γδ, commune: & angulum αγδ, angulo βγδ, æqualem. *Ergo*, Trianguli αγδ, βγδ, habent basin αδ, æqualem basi δβ. *Explicatio.* Maior est propositio quarta. Minoris partes prima & tertia sunt notæ ἐκ τῆς κατασκευῆς. Secunda est nota per se. τὸ συμπέρασμα. Linea αδ, est æqualis lineæ δβ. Data igitur recta finita αβ, media dissecta est in δ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSITIO XI.

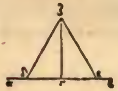
Problema.

ΤΗ δοθείσῃ εὐθείᾳ: ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου: πρὸς ὀρθὰς γωνίας, εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Datæ lineæ rectæ, à dato in ea puncto, rectos facientem angulos rectã lineam ducere.

ἡ ἔκθεσις.

Sit data linea recta αβ, & datũ in ea punctum γ. ὁ διορισμός. Ducẽda est à puncto γ, linea recta rectos faciens angulos cum linea αβ. ἡ κατασκευή. Sumatur in linea αγ, quodvis pũctum δ.



Fiat lineæ γδ, æqualis linea γε. Statuatur super linea δε, triangulus æquilaterus δζε. Ducatur linea ζγ. ὁ διορισμός. Dico quod linea recta γζ, ducta à dato puncto γ, rectos facit angulos cum linea αβ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi duo.

Primus. Quicunque duo trianguli habẽt duo latera duobus lateribus æqualia, alterũ alteri: & basin æqualem basi: habent etiam æqualibus lateribus contentos angulos æquales. Trianguli δγζ, εγζ, habent duo latera δγ, γζ, æqualia duobus lateribus εγ, γζ, alterum alteri, latus δγ, lateri εγ, & latus γζ commune. & habent ζδ, basin æqualem basi ζε. Ergo, Trianguli δγζ, εγζ, habent angulum δγζ, æqualem angulo εγζ. *Explicatio.* Maior est propositio octaua. Minoris partes prima & tertia sunt notæ ἐκ τῆς κατασκευῆς. Secunda est nota per se. *Secundus.* Cum linea recta, super recta stans, angulos ἐφεξῆς æquales inter se facit: rectus est uterq: æqualium angulorũ. Recta linea γζ, stans super recta αβ, facit angulos ἐφεξῆς αγζ, βγζ, inter se æquales. *Ergo*, Vterque angulorũ αγζ, βγζ, est rectus. *Explicatio.* Maior est definitio anguli recti. Minor est conclusio syllogismi primi. τὸ συμπέρασμα. Linea recta γζ, facit rectos angulos cum linea αγ. Datæ igitur rectæ lineæ αβ, à dato in ea puncto γ, ad angulos rectos ducta est linea γζ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSITIO XII.

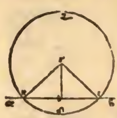
Problema.

ΕΠὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον: ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς: κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ad lineam rectam datam infinitam: à dato puncto quod in ea non est: perpendicularem rectam lineam ducere.

ἡ ἔκθεσις.

Sit data linea recta infinita αβ. & punctũ datum quod in ea non est γ. ὁ διορισμός.



A puncto dato γ, ad datam lineam rectam infinitam αβ: ducenda est linea recta perpendicularis. ἡ κατασκευή. Sumatur ex altera parte lineæ αβ. punctum quodvis δ, Cẽtro γ, interuallo γδ describatur circulus εζη, secans lineam αβ, in punctis ε, η. Dissecetur linea εη, media in puncto θ. Ducantur lineæ γη, γθ, γε. ὁ διορισμός. Dico quod recta linea γθ, ducta à puncto γ, ad lineam αβ, perpendicularis est ad lineam αβ.

ἡ ἀπό

Digitized by Google

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi tres.

Primus. In omni circulo rectæ à centro ad circumferentiã ductæ sunt æquales inter se. Circulus est εζκ, centrum eius γ. *Ergo*, Recta γκ, est æqualis rectæ γε. *Explicatio.* Maior est definitio circuli. Minor est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Secundus.* Quicunque duo trianguli habẽt duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & basin æqualem basi: habent etiã æqualibus lateribus contentos angulos inter se æquales. Trianguli γθκ, γθε, habent duo latera γθ, θκ, duobus lateribus γθ, θε, æqualia alterum alteri, latus θκ, lateri θε, & latus γθ, commune. & habent basin γκ, æqualem basi γε. *Ergo*, Trianguli γθκ, γθε, habent angulum γθκ, æqualẽ angulo γθε. *Explicatio.* Maior est propositio octaua. Minoris pars prima est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* Secunda est nota per se. Tertia est conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Quęcunque linea recta super recta stans angulos *ἐφεξῆς* æquales inter se facit: ea est perpendicularis ei cui insistit. Linea recta γθ, stans super recta αβ, facit angulos *ἐφεξῆς* γθα, γθβ, inter se æquales. *Ergo*, Recta γθ, est perpendicularis ad rectam lineam αβ. *Explicatio*, Maior est definitio lineæ perpendicularis. Minor est conclusio syllogismi secundi. *τὸ συμπέρασμα.* Recta γθ, est perpendicularis ad lineam αβ, ducta à puncto γ, dato. A dato igitur puncto, ad datam lineam rectam infinitam ducta est linea perpendicularis. *ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

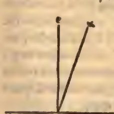
PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Ὡς ἂν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα, γωνίας ποιῇ· ἤτοι δύο ὀρθάς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

Vtut recta super recta stans, angulos fecerit: uel duos rectos, uel duobus rectis ęquales eos faciet.

ἡ ἔκθεσις.



Recta quędam αβ, stans super recta γδ, faciat angulos γβα, αβδ. *Examen.* Anguli γβα, αβδ. uel sunt æquales inter se, uel nõ sunt. *Casus primus.* Sint anguli γβα, αβδ inter se æquales. *ὁ διορισμός.* Dico quod anguli γβα, αβδ, sunt duo recti.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi sex.

Primus. Cum linea recta super recta stans angulos *ἐφεξῆς* æquales inter se facit: rectus est uterque æqualium angulorum. Recta αβ, stans super recta γδ, facit angulos *ἐφεξῆς* γβα, αβδ, inter se æquales. *Ergo.* Anguli γβα, αβδ, duo recti sunt. *Explicatio.* Maior est definitio anguli recti. Minor est *ὑπόθεσις.* *Casus secundus.* Sint anguli γβα, αβδ, non æquales inter se. *ὁ διορισμός.* Dico quod anguli γβα, αβδ, sunt æquales duobus rectis. *ἡ κατασκευή.* Ducatur à puncto β, linea recta βε, rectos faciens angulos cum linea δγ. *ἡ ἀπόδειξις.* *Secundus.* Quęcunque inter se applicantur, illa sunt ęqualia inter se. Anguli γβα, αβε, applicantur angulo γβε. *Ergo.* Anguli γβα, αβε, sunt ęquales angulo γβε. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor est nota per se. *Tertius.* Si æqualibus addita fuerint æqualia, etiam quæ fiunt, erunt æqualia. Anguli γβα, αβε, sunt æquales angulo γβε, & est communis angulus εβδ. *Ergo*, Tres anguli γβα, αβε, εβδ, sunt æquales duobus angulis γβε, εβδ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi. Posterior est nota per se. *Quartus.* Quæcunque inter se applicantur, illa sunt æqualia inter se. Anguli αβε, εβδ, applicantur angulo αβδ. *Ergo*, Anguli αβε, εβδ, sunt æquales angulo αβδ. *Explicatio* ut supra. *Quintus.* Si æqualibus addita fuerint ęqualia, etiam quę fiunt, erunt æqualia. Anguli αβε, εβδ, sunt æquales angulo αβδ. & est communis angulus γβα. *Ergo.* Tres anguli γβα, αβε, εβδ, ęquales sunt duobus angulis γβα, αβδ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est conclusio syllogismi quarti. Posterior est nota per se. *Sextus.* Quę eidem sunt æqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Duo anguli γβα, αβδ, sunt ęquales tribus angulis γβα, αβε, εβδ. & duo recti anguli γβε, εβδ, eisdem tribus angulis γβα, αβε, εβδ, sunt æquales. *Ergo*, Duo anguli γβα, αβδ, sunt æquales duobus rectis angulis γβε, εβδ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est conclusio syllogismi quinti. Posterior est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς*, &

conlusione syllogismi tertij. τὸ συμπέρασμα. Anguli γβα, αβδ, sunt duo recti, uel duobus rectis æquales. Vtut igitur recta super recta stans, angulos fecerit, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO XIIII.

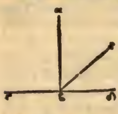
Theorema.

Ἂν πρός τινι εὐθεῖᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ: δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι: τὰς ἐφεξῆς γωνίας, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν: ἐπ' εὐθείας ἔσονται, ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Si ad lineam quandam rectam: & punctum in ea datum: duæ rectæ nõ in easdem partes sitæ: angulos ἐφεξῆς duobus rectis angulis æquales fecerint: duæ istæ rectę, ἐπ' εὐθείας inter se erunt, altera alteri.

ἡ ἔκθεσις.

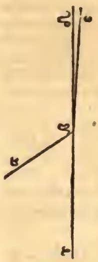
Ad lineam quandam rectam αβ. & ad pũctum in ea datum β: Duæ lineæ rectæ βγ, βδ, non in easdem partes sitæ: faciant angulos ἐφεξῆς αβγ, αβδ, æquales duobus angulis rectis. ὁ διορισμός. Dico quod recta βδ, est ἐπ' εὐθείας rectæ γβ. Examen. Linea recta quæ ex puncto β, ducitur ἐπ' εὐθείας lineæ γβ, cadet uel supra lineam βδ, uel infra lineam βδ. *Obiectiones duæ. Prima,* Quid si recta quæ ex puncto β, ducitur ἐπ' εὐθείας rectæ γβ, cadat supra lineam βδ. ὑπόθεσις. Fingamus igitur rectam ex puncto β, ἐπ' εὐθείας rectę γβ, ductam cadere supra lineam βδ.



ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi sex.

Primus. Linea recta super recta stans, & angulos faciens: facit eos æquales duobus rectis. Recta αβ, stans super recta γβε, facit angulos γβα, αβε. Ergo, Anguli γβα, αβε sunt æquales duobus angulis rectis. *Explicatio.* Maior est propositio decimatertia. Minoris pars prior est ὑπόθεσις. Posterior est nota per se. *Secundus.* Omnes anguli recti inter se sunt ęquales. & Quę eidem sunt æqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Anguli γβα, αβε, sunt æquales duobus angulis rectis. & Anguli γβα, αβδ, etiam sunt æquales duobus angulis rectis. Ergo, Anguli γβα, αβε, sunt æquales angulis γβα, αβδ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est ὑπόθεσις. *Tertius.* Si ab æqualibus sublata fuerint æqualia, quæ relinquuntur sunt æqualia. Anguli γβα, αβε, sunt æquales angulis γβα, αβδ. à quibus tolle communem angulum γβα. Ergo, Manet angulus αβε, æqualis angulo αβδ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi. Posterior est nota per se. *Solutio obiectionis.* *Quartus.* Si linea recta quæ ex puncto β, ducitur ἐπ' εὐθείας lineæ γβ, cadit supra lineam βδ, erit angulus αβε, æqualis angulo αβδ, minor maiori. Sed angulus αβε, non est æqualis angulo αβδ. Ergo, Nec recta quæ ex puncto β, ducitur ἐπ' εὐθείας lineæ γβ, cadet supra lineam βδ. *Explicatio.* Maioris pars prior est ὑπόθεσις. Posterior est conclusio syllogismi tertij. Minor est κοινὴ ἔννοια. *Obiectio secunda.* Quid si recta quæ ex puncto β, ducitur ἐπ' εὐθείας rectæ γβ, cadat infra lineam βδ. ὑπόθεσις. Fingamus igitur rectã quę ex puncto β, ducitur ἐπ' εὐθείας lineæ γβ, cadere infra lineam βδ. *Quintus.* Iidem illi superiores syllogismi efficiunt lineam rectam, quę ex pũcto β, ducitur ἐπ' εὐθείας lineæ γβ, non cadere infra lineam βδ. *Sextus.* Recta quæ ex puncto β, ducitur ἐπ' εὐθείας lineæ γβ, cadit uel supra lineam βδ, uel infra lineam βδ, uel in ipsam lineã βδ. Sed recta quæ ex puncto β, ducitur ἐπ' εὐθείας lineæ γβ, nõ cadit supra lineã βδ, neque infra lineam βδ. Ergo, Recta quæ ex puncto β, ducitur ἐπ' εὐθείας lineæ γβ, cadit in ipsam lineam βδ. Hoc est linea βδ, est ἐπ' εὐθείας, lineæ γβ. *Explicatio.* Maior est nota per se. Minoris pars prior est conclusio syllogismi quarti. Posterior est cõclusio syllogismi quinti. τὸ συμπέρασμα. Ex puncto β, lineæ rectæ αβ, in diuersas partes ductæ lineæ rectæ βγ, βδ, faciẽtes angulos ἐφεξῆς αβγ, αβδ, æquales duobus rectis, sunt ἐπ' εὐθείας inter se. Si igitur ad lineã quandam rectam &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



PRO.

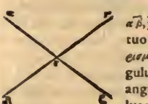
PROPOSITIO XV.

Theorema.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας: τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσι.

Quæcunque duæ lineæ rectæ ſeſe mutuo ſecant: illæ faciunt angulos ad uerticem inter ſe æquales.

ἡ ἔκθεσις.



Duæ lineæ rectæ αβ, γδ, ſecent ſeſe mutuo in puncto ε. ὁ διορισμός. Dico quod angulus αεγ, eſt æqualis angulo δεβ. & angulus γεβ, angulo αεδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi quinque.

Primus. Linea recta ſuper recta ſtans: & angulos faciens, facit eos æquales duobus rectis. Recta αε, ſtans ſuper γδ, facit angulos γεα, αεδ. Ergo, Anguli γεα, αεδ, ſunt æquales duobus rectis. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio decimatertia. Minor eſt nota per ſe. *Secundus.* Linea recta ſtãs ſuper recta, &c. ut in ſyllogiſmo ſuperiore. Recta δε, ſtans ſuper recta αβ, facit angulos αεδ, δεβ. Ergo, Anguli αεδ, δεβ, ſunt æquales duobus rectis. *Explicatio* ut ſupra. *Tertius.* Quæ eidem ſunt æqualia, illa etiam inter ſe ſunt æqualia. Anguli γεα, αεδ, ſunt æquales duobus rectis. Et anguli αεδ, δεβ, etiam ſunt æquales duobus angulis rectis. Ergo, Duo anguli γεα, αεδ, ſunt æquales duobus angulis αεδ, δεβ. *Explicatio.* Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior eſt concluſio ſyllogiſmi primi. Poſterior eſt concluſio ſyllogiſmi ſecundi. *Quartus.* Si ab æqualibus ſublata fuerint æqualia, quæ relinquuntur ſunt æqualia. Anguli γεα, αεδ, ſunt æquales angulis αεδ, δεβ, è quibus tolle angulum communem αεδ. Ergo, Manet angulus γεα, æqualis angulo δεβ. *Explicatio.* Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior eſt concluſio ſyllogiſmi tertij. Poſterior eſt nota per ſe. *Quintus.* Iidem illi ſuperiores ſyllogiſmi efficiunt angulum αεδ, eſſe æqualem angulo γεβ. τὸ συμπέρασμα. Anguli γεα, δεβ, ſunt inter ſe æquales: & Anguli αεδ, γεβ, ſunt inter ſe æquales. Si igitur duæ lineæ rectæ ſeſe mutuo ſecent: facient angulos ad uerticem inter ſe æquales. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

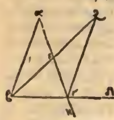
PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν ἐκβληθείσης: ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπ' ἐναντίον μείζων ἐστίν.

Omnis trianguli uno ex lateribus protracto: extraneus angulus utroque eorum qui intra triangulum ſunt, quibus ipſe opponitur, eſt maior.

ἡ ἔκθεσις.



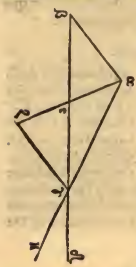
Sit triangulus αβγ, & protrahatur latus eius βγ, ad punctum δ. ὁ διορισμὸς πρῶτος. Dico quod angulus αγδ, eſt maior angulo βαγ. ἡ κατασκευή. Diſſecetur latus αγ, medium in puncto ε. propoſitione decima. Ducatur linea βε, & producatur ad pũctum ζ. Fiat lineæ βε, æqualis linea εζ. Ducatur linea ζγ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi ſex.

Primus. Cum duæ lineæ rectæ ſeſe mutuo ſecant: faciunt angulos ad uerticem inter ſe æquales. Duæ lineæ rectæ αγ, βζ, ſeſe mutuo ſecant in puncto ε. Ergo, Angulus γεζ, eſt æqualis angulo αεβ. Maior eſt propoſitio decimaquinta. Minor eſt nota per ſe. *Secundus.* Quicunque duo trianguli habent duo latera duobus lateribus æqualia alterũ alteri, & angulum angulo æqualem qui æqualibus rectis lineis continetur: etiam reliquos angulos habent æquales, alterum alteri, quos æqualia latera ſubtendunt. Trianguli γεζ, αεβ, habent duo latera γε, εζ, æqualia duobus lateribus αε, εβ, alterum alteri, latus γε, lateri αε, & latus εζ, lateri εβ. & habent angulum γεζ, æqualem angulo αεβ. Ergo, Trianguli γεζ, αεβ, habent angulum εγζ, æqualem angulo εαβ. Maior eſt propoſitio quarta. Minoris partes duæ priores ſunt notæ ἐκ τῆς κατασκευῆς. Tertia eſt concluſio ſyllogiſmi primi. *Tertius.* Si fuerit magnitudo prima maior quàm ſecunda, ſecunda uero

to æqualis tertiæ, erit etiam prima magnitudo maior quàm tertia. Angulus $\alpha\gamma\delta$, est maior angulo $\alpha\gamma\zeta$ angulus uero $\alpha\gamma\zeta$, est æqualis angulo $\epsilon\alpha\beta$. Ergo, Angulus $\alpha\gamma\delta$, est maior angulo $\gamma\alpha\beta$. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior est nota per se. Posterior est conclusio syllogismi secundi. ὁ διορισμὸς δεύτερος. Dico quod angulus $\alpha\gamma\delta$, maior est angulo $\alpha\beta\gamma$. ἡ κατασκευή. Dissecetur latus $\beta\gamma$, medium in puncto ϵ. Ducatur linea $\alpha\epsilon$, & producatur ad punctum ζ. Fiat lineæ $\alpha\epsilon$, æqualis linea $\epsilon\zeta$. Ducatur linea $\zeta\gamma$. producatur linea $\alpha\gamma$, ad punctum κ. ἡ ἀπόδειξις. *Quartus.* Iidē illi superiores syllogismi efficiunt angulum $\beta\gamma\kappa$, esse maiorem angulo $\alpha\beta\gamma$. *Quintus.* Cum duę lineę rectę sese mutuo secant, faciunt angulos ad uerticē inter se æquales. Duę rectæ $\alpha\kappa$, $\beta\delta$, sese mutuo secāt in puncto γ. Ergo, Angulus $\alpha\gamma\delta$, est æqualis angulo $\beta\gamma\kappa$. *Explicatio.* Maior est propositio decima quinta. Minor est nota per se. *Sextus.* Si fuerit magnitudo prima æqualis magnitudini secundæ, secunda uero maior quàm tertia, erit etiā prima magnitudo maior quàm tertia. Angulus $\alpha\gamma\delta$, est æqualis angulo $\beta\gamma\kappa$, & angulus $\beta\gamma\kappa$, est maior angulo $\alpha\beta\gamma$. Ergo, Angulus $\alpha\gamma\delta$, est maior angulo $\alpha\beta\gamma$. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior est conclusio syllogismi quinti. Posterior est conclusio syllogismi quarti. τὸ συμπέρασμα. Angulus $\alpha\gamma\delta$, est maior angulo $\beta\alpha\gamma$, & est etiam maior angulo $\alpha\beta\gamma$. Omnis igitur trianguli uno ex lateribus protracto, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



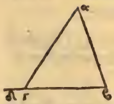
PROPOSITIO XVII.

Theorema.

ΠΑντὸς τριγώνου, αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Omnis trianguli, quiuis duo anguli: duobus rectis angulis sunt minores.

ἡ ἔκθεσις.



Sit triangulus $\alpha\beta\gamma$. ὁ διορισμός. Dico quod trianguli $\alpha\beta\gamma$, duo trianguli $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\gamma\beta$, sunt minores duobus angulis rectis. ἡ κατασκευή. Producatur linea $\beta\gamma$, ad punctū δ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.

Primus. Omnis trianguli uno ex lateribus protracto extraneus angulus utroque eorū qui intra triangulū sunt, quibus ipse opponitur, est maior. Triāguli $\alpha\beta\gamma$, latus $\beta\gamma$, protractū est ad punctū δ. Ergo, Angulus $\alpha\gamma\delta$, est maior angulo $\alpha\beta\gamma$. *Explicatio.* Maior est propositio decimasexta. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Si inæqualibus addita fuerint æqualia: etiā quæ fiunt, erunt inæqualia. Angulus $\alpha\gamma\delta$, est maior angulo $\alpha\beta\gamma$, & est angulus $\alpha\gamma\beta$, communis. Ergo, Duo anguli $\alpha\gamma\delta$, $\alpha\gamma\beta$, sunt maiores duobus angulis $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\gamma\beta$. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est nota per se. *Tertius.* Linea recta super recta stans, & angulos faciens, facit eos æquales duobus rectis. Recta $\alpha\gamma$, stans super recta $\beta\delta$, facit angulos $\alpha\gamma\delta$, $\alpha\gamma\beta$. Ergo, Anguli $\alpha\gamma\delta$, $\alpha\gamma\beta$, sunt æquales duobus rectis. *Explicatio.* Maior est propositio decima tertia. Minor est nota per se. *Quartus.* Anguli $\alpha\gamma\delta$, $\alpha\gamma\beta$, sunt æquales duobus rectis. Anguli $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\gamma\beta$, sunt minores duobus angulis $\alpha\gamma\delta$, $\alpha\gamma\beta$. Ergo, Anguli $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\gamma\beta$, sunt minores duobus angulis rectis. *Explicatio.* Maior est conclusio syllogismi tertij. Minor est nota ex conclusione syllogismi secundi. τὸ συμπέρασμα. Trianguli $\alpha\beta\gamma$, duo anguli $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\gamma\beta$, sunt minores duobus angulis rectis. & ijsdem syllogismis efficitur duos $\beta\alpha\gamma$, $\alpha\gamma\beta$, esse minores duobus rectis. Item duos $\gamma\alpha\beta$, $\alpha\beta\gamma$, esse minores duobus rectis. Omnis igitur trianguli quiuis duo anguli sunt minores duobus angulis rectis. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO XVIII.

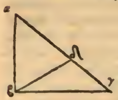
Theorema.

ΠΑντὸς τριγώνου, ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Vt

Vt quoduis latus trianguli est maius: ita maiorem angulum subtendit.

ἡ ἔκθεσις.



Sit triangulus αβγ, habens latus αγ, maius latere αβ. ὁ διορισμός. Dico quod trianguli αβγ, angulus αβγ, est maior angulo αγβ. ἡ κατασκευή. Tollatur ex linea recta maiore αγ: minori lineæ αβ, æqualis recta linea αδ. Ducatur linea recta βδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.

Primus. Omnis trianguli uno ex lateribus protracto: extraneus angulus vtroque eorum qui intra triangulum sunt, quibus ipse opponitur, est maior. Trianguli βγδ, latus γδ, est protractum ad punctum α. *Ergo*, Angulus αδβ, est maior angulo αγβ. *Explicatio.* Maior est propositio decima sexta. Minor est nota per se. *Secundus.* Triangulus æquicrurus habet angulos ad basin æquales inter se. Triangulus αβδ, habet latus αβ, æquale lateri αδ. *Ergo*, Trianguli αβδ, angulus αβδ, est æqualis angulo αδβ. *Explicatio.* Maior est propositio quinta. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Tertius.* Si fuerit magnitudo prima æqualis magnitudini secundæ: secunda uero maior quàm tertia: erit etiam magnitudo prima maior quàm tertia. Angulus αβδ, est æqualis angulo αδβ, & angulus αδβ, est maior angulo αγβ. *Ergo.* Angulus αβδ, est maior angulo αγβ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi. Posterior est conclusio syllogismi primi. *Quartus.* Si fuerit magnitudo prima maior quàm secunda: secunda item maior quàm tertia: erit etiã magnitudo prima maior quàm tertia. Angulus αβγ, est maior angulo αβδ: & angulus αβδ, est maior angulo αγβ. *Ergo.* Angulus αβγ, est maior angulo αγβ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior est nota per se. Posterior est conclusio syllogismi tertij. τὸ συμπέρασμα. Triangulus αβγ, habens latus αγ, maius latere αβ, habet etiam angulum αβγ, maiorem angulo αγβ. Vt igitur quoduis latus trianguli est maius, ita maiorem angulum subtendit. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

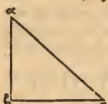
PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν: ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Vt triangulus aliquis angulum quemuis habuerit maiorem: ita etiã maiorem habebit eam lineã rectam, quæ illum angulum subtendit.

ἡ ἔκθεσις.



Sit triangulus αβγ, habẽs angulum αβγ, maiorem angulo αγβ. ὁ διορισμός. Dico quod trianguli αβγ, latus αγ, est maius latere αβ. *Examen.* Latus αγ, est æquale lateri αβ, aut minus quam αβ, aut maius quam αβ. *Obiectiones duæ.* *Prima.* Quid si latus αγ, sit æquale lateri αβ. ὑπόθεσις. Fingamus igitur latus αγ, esse æquale lateri αβ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

Primus. Quicunque triangulus habet duo æqualia latera: is habet etiã duos angulos inter se æquales, quos æqualia illa latera subtendunt. Triangulus αβγ, habet latus αγ, æquale lateri, αβ. *Ergo*, Trianguli αβγ, angulus αβγ, est æqualis angulo αγβ. *Explicatio.* Maior est propositio quinta. *Minor* est ὑπόθεσις. *Solutio obiectionis.* *Secundus.* Si trianguli αβγ, latus αγ, est æquale lateri αβ: erit etiam angulus αβγ, ęqualis angulo αγβ. Sed angulus αβγ, non est æqualis angulo αγβ, quia maior. *Ergo*, Trianguli αβγ, latus αγ, non est æquale lateri αβ. *Explicatio.* Maior est nota ex syllogismo primo. Minor est ὑπόθεσις. *Obiectio secunda.* Quid si trianguli αβγ, latus αγ, sit minus latere αβ. ὑπόθεσις. Fingamus igitur trianguli αβγ, latus αγ, esse minus latere αβ. ἡ ἀπόδειξις. *Tertius.* Vt trianguli latus aliquod fuerit maius: ita maiorem etiam angulum subtendet. Trianguli αβγ, latus αβ, est maius latere αγ. *Ergo*, Trianguli αβγ, angulus βγα, est maior angulo αβγ. *Explicatio.* Maior est propositio decima octaua. Minor est ὑπόθεσις. *Solutio obiectionis.* *Quartus.* Si trianguli αβγ, latus αγ, est minus latere αβ, erit etiam angulus αβγ, minor angulo αγβ.

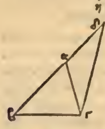
Sed angulus αβγ, nō est minor angulo αγβ. maior enim. Ergo. Trianguli αβγ, latus αγ, non est minus latere αβ. *Explicatio*. Maior est nota ex syllogismo tertio. Minor est ὑπόθεσις. *Quintus*. Trianguli αβγ, latus αγ, uel est æquale lateri αβ: uel est minus eo, uel maius. Sed trianguli αβγ, latus αγ, non est æquale lateri αβ, neque item minus latere αβ. Ergo, Trianguli αβγ, latus αγ, est maius latere αβ. *Explicatio*. Maior est nota per se. Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi. Posterior est conclusio syllogismi quarti. τὸ συμπέρασμα. Triangulus αβγ, habens angulum αβγ, maiorem angulo αγβ, habet etiam latus αγ, maius latere αβ. Vt igitur triangulus &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO XX.
Theorema.

Παντὸς τριγώνου, αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Omnis trianguli quæuis duo latera: sunt maiora reliquo.

ἡ ἔκθεσις.



Sit triangulus αβγ, ὁ διοθείς. Dico quod trianguli αβγ, duo latera βα, αγ, sunt maiora latere βγ. ἡ κατασκευή. Producatur linea βα, ad punctū δ. Fiat lineę αγ, æqualis linea αδ. Ducatur linea γδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

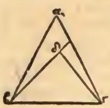
Primus. Quicunq; triangulus habet duo latera æqualia inter se, is habet etiam duos angulos inter se æquales, quos æqualia illa latera subtendunt. Triangulus γαδ, habet latus αγ, æquale lateri αδ. Ergo, Triangulus γαδ, habet angulum αγδ, æqualem angulo αδγ. *Explicatio*. Maior est propositio quinta. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus*. Si fuerit magnitudo prima maior quàm secunda: secunda uero æqualis magnitudini tertiæ: erit prima quoque magnitudo maior quàm tertia. Angulus βγδ, est maior angulo αγδ, & angulus αγδ, est æqualis angulo αδγ. Ergo, Angulus βγδ, est maior angulo αδγ. *Explicatio*. Maior est lemma. Minoris pars prior est nota per se. Posterior est conclusio syllogismi primi. *Tertius*. Vt triangulus aliquis, &c. Trianguli βγδ, angulus βγδ, est maior angulo βδγ. Ergo, Trianguli βγδ, latus βδ, est maius latere βγ. *Explicatio*. Maior est propositio decima nona. Minor est conclusio syllogismi secundi. *Quartus*. Si æqualibus addita fuerint æqualia: etiam quæ fiunt erunt æqualia. Linea recta αγ, est æqualis rectæ αδ, & est communis linea βα. Ergo, Duæ lineæ rectæ βα, αγ, sunt æquales lineæ βδ. *Explicatio*. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. Posterior est nota per se. *Quintus*. Si fuerit magnitudo prima æqualis magnitudini secundæ: secunda uero maior quàm tertia: erit etiam magnitudo prima maior quàm tertia. Duæ rectæ lineæ βα, αγ, sunt æquales rectæ lineæ βδ, & linea βδ, est maior quàm linea βγ. Ergo, Duæ lineæ rectæ βα, αγ, sunt maiores quàm linea βγ. *Explicatio*. Maior est lemma. Minoris pars prior est cōclusio syllogismi quarti. Posterior est conclusio syllogismi tertij. τὸ συμπέρασμα. Trianguli αβγ, duo latera βα, αγ, sunt maiora latere βγ. & ijsdem syllogismis efficitur duo latera αβ, βγ, esse maiora latere αγ, & duo βγ, γα, esse maiora latere αβ. Omnis igitur trianguli quæuis duo latera sunt maiora reliquo. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO XXI.
Theorema.

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν, ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν: αἱ συσταθεῖσαι, τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.

Si à finibus unius lateris trianguli cuiusuis: duæ rectæ lineæ intra triangulum ad punctum idem statuantur: erunt quidē istæ duæ rectæ lineæ reliquis duobus trianguli eius lateribus minores, uerum maiorem angulum comprehendent.

ἡ ἔκθεσις.



Super latere βγ, trianguli αβγ, à finibus β, & γ, duæ lineæ rectæ βδ, δγ, intra triangulum statuūtur. ὁ διοθείς. Dico quod lineæ duæ rectæ βδ, δγ, minores

nores ſunt reliquis duobus trianguli huius lateribus βα, αγ, & quod angulus βδγ, eſt maior angulo βαγ. ἡ κατασκευή. Producatur linea βδ, ad punctum ε.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi octo.

Primus. Omnis trianguli quæuis duo latera ſunt maiora reliquo. Triangulus eſt βαε. Ergo, Duæ lineæ rectæ βα, αε, ſunt maiores quàm eſt linea βε. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio uigeſima. Minor eſt nota per ſe. *Secundus.* Si inæqualibus addita fuerint æqualia: etiam quæ fiunt, erūt inæqualia. Duæ lineæ rectæ βα, αε, ſunt maiores quàm linea βε. & eſt communis linea recta εγ. Ergo, Duæ lineæ rectæ βα, αγ, ſunt maiores duabus lineis rectis βε, εγ. *Explicatio.* Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Prior pars minoris eſt concluſio ſyllogiſmi primi. Poſterior eſt nota per ſe. *Tertius.* Duæ lineæ rectæ γε, εδ, ſunt minores quā eſt linea γδ, ut ſupra ſyllogiſmo primo. *Quartus.* Duæ lineæ rectæ γε, εβ, ſunt maiores duabus lineis γδ, δβ. ut ſupra ſyllogiſmo ſecundo. *Quintus.* Si fuerit magnitudo prima maior quàm ſecunda: & ſecunda item maior quàm tertia: erit etiam magnitudo prima maior quàm tertia. Duæ lineæ rectæ βα, αγ, ſunt maiores duabus lineis βε, εγ, & duæ rectæ βε, εγ, ſunt maiores duabus βδ, δγ. Ergo, Duæ rectæ βα, αγ, ſunt maiores duabus βδ, δγ. *Explicatio.* Maior eſt lemma. Minoris pars prior eſt cōcluſio ſyllogiſmi ſecundi. Poſterior eſt concluſio ſyllogiſmi quarti. *Sextus.* Omnis trianguli uno ex lateribus protracto: extraneus angulus utroque eorum qui intra triangulum ſunt, quibus ipſe opponitur: eſt maior. Trianguli γεδ, latus εδ, eſt protractum ad punctum β. Ergo, Angulus βδγ, eſt maior angulo δεγ. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio decima ſexta, Minor eſt nota per ſe. *Septimus.* Trianguli βαε, angulus extraneus δεγ, eſt maior angulo βαε. ut ſupra ſyllogiſmo ſexto. *Octauus* Si fuerit magnitudo prima maior quàm ſecunda: &c. ut ſupra ſyllogiſmo quinto. Angulus βδγ, eſt maior angulo βεγ, & angulus βεγ, eſt maior angulo βαγ. Ergo, Angulus βδγ, eſt maior angulo βαγ. *Explicatio.* Maior eſt lemma. Minoris pars prior eſt concluſio ſyllogiſmi ſexti. Poſterior eſt concluſio ſyllogiſmi ſeptimi. τὸ συμπέρασμα. Duæ lineę rectę βδ, δγ, ſunt minores duabus rectis βα, αγ, & angulus βδγ, eſt maior angulo βαγ. Si igitur ſuper uno latere triāguli, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO XXII.

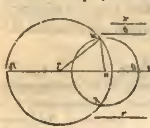
Problema.

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις: τρίγωνον συστήσασθαι. Δεῖ δὴ τὰς δύο, τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας: διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς, τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβανομένας.

Ex tribus lineis rectis, quæ ſunt æquales tribus rectis lineis datis: triangulum conſtituere. Oportet uero quaſuis duas reliqua eſſe maiores, propterea quod in omni triangulo quæuis duo latera ſunt maiora reliquo.

ἡ ἔκθεσις.

Sint tres lineæ rectæ datæ α, β, γ, & ſint quæuis duæ maiores quàm reliqua. Scilicet α, β, maiores quā γ. Et α, γ, maiores quàm β. Item β, γ, maiores quàm α. ὁ διορισμός. Oportet iam ex tribus lineis rectis quæ datis tribus α, β, γ, ſunt ęquales triangulum componere. ἡ κατασκευή. Sumatur recta aliqua linea δε, finita quidem ad punctum δ, infinita uero uerſus ε. Fiat lineæ rectæ α, ęqualis linea δζ. Fiat item rectę β, æqualis recta ζη. Fiat præterea rectæ γ, ęqualis recta ηθ. Centro ζ, interuallo ζδ, deſcribatur circulus δκλ. Item, Centro η, interuallo ηθ, deſcribatur circulus κλθ, ſecans circulū δκλ in puncto κ Ducantur lineæ rectæ ζκ, κη, ὁ διορισμός. Dico quod ex lineis tribus rectis quę ſunt æquales tribus rectis datis compoſitus eſt triangulus κζη.



ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi quatuor.

Primus. In omni circulo lineæ rectæ à centro ad circumferentiam ductæ: ſunt ęquales. Circulus eſt δκλ, centrum eius ζ. Ergo,

Linea recta ζκ, est æqualis rectæ ζθ. *Explicatio.* Maior est definitio circuli. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Ex eisdem efficitur quod linea recta ηκ, est æqualis rectæ ηθ. *Tertius.* Quæ eidem sunt æqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Recta ζκ, est æqualis rectæ ζδ. & recta ηκ, etiam est æqualis rectæ ζθ. Ergo, Recta linea ζκ, est æqualis rectæ lineæ ηκ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Quartus.* Ex eisdem efficitur quod recta ηκ, est æqualis rectæ lineæ γ. τὸ συμπέρασμα. Trianguli ζηκ, latus ζκ, est æquale datæ rectæ lineæ α & latus ζη, est æquale datæ rectæ lineæ β. Item latus ηκ, est æquale datæ rectæ lineæ γ. Ex tribus igitur lineis rectis quæ sunt &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

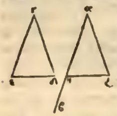
PROPOSIT. XXIII.
Problema.

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ: καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ: τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ: ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Ad datam lineam rectam: & datũ in ea punctũ: dato angulo rectilineo: æqualem angulum rectilineum statuere.

ἡ ἔκθεσις.

Sit data linea recta αβ. Sit datũ in ea punctum α. Sit angulus rectilineus datus δγε. ὁ διορισμός. Ad lineam rectam datam αβ, & punctum in ea datum α, statuendus est angulus rectilineus æqualis angulo δγε, rectilineo dato. ἡ κατασκευή. Sumãtur in lineis rectis γδ, γε, puncta quævis δ ε. Ducatur linea recta δε. Ex tribus lineis rectis quæ sunt æquales tribus rectis γδ, δε, γε, componatur triangulus αζη, sic ut lineæ γδ, sit æqualis linea αζ, & lineæ γε, linea αη. Itẽ δε, linea ζη. ὁ διορισμός. Dico quod angulus rectilineus βαη, positus ad lineam rectam datam αβ, & punctum in ea datum α, est æqualis angulo δγε, rectilineo dato.



ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismus unus.

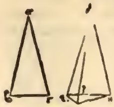
Quicunque duo trianguli habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: & basin æqualem basi: illi habent etiam æqualibus lateribus contentos angulos æquales. Trianguli ηαζ, δγε, habent duo latera ηα, αζ, æqualia duobus lateribus εγ, γδ, alterum alteri, latus, αη, lateri γε, & latus αζ, lateri γδ. Ergo, Trianguli ηαζ, δγε, habent angulum ηαζ, æqualem angulo δγε. *Explicatio.* Maior est propositio octaua. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. τὸ συμπέρασμα. Angulus ηαζ, est æqualis angulo rectilineo δγε dato. Ad datam igitur lineã rectam, & datum, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSIT. XXIIII.
Theorema.

Ἐὰν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ: τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ: τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην: καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

Si fuerint trianguli unius duo latera æqualia duobus lateribus trianguli alterius alterum alteri, sed angulus unius maior angulo alterius, quem æquales rectæ lineæ compræhẽdunt: etiam basis basi maior erit.

ἡ ἔκθεσις.



Sint duo trianguli αβγ, δεζ, quorum duo latera αβ, αγ, æqualia duobus lateribus δε, δζ, alterum alteri, latus αβ, lateri δε, & latus αγ, lateri δζ. Sed angulus βαγ, maior angulo εδζ. ὁ διορισμός. Dico quod basis βγ, est maior basi εζ. ἡ κατασκευή. Statuatur ad lineam rectam εδ, & punctum in ea δ, angulus εδη, æqualis angulo βαγ. Fiat alterutri linearum αγ, δζ, æqualis linea δη. Ducantur lineæ ηε, ζη.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi sex.

Primus. Quicunque duo trianguli habent duo latera duobus lateribus æqualia alterũ alteri: & angulum angulo æqualem qui æqualibus lineis rectis cõtinetur: illi etiam basin habent æqualem basi. Trianguli βαγ, εδη, habent duo latera duobus lateribus æqualia

qualia alterũ alteri, latus βα, lateri εδ, & latus αγ, lateri δη. & habent angulum βαγ, æqualem angulo εδη. *Ergo*, Trianguli βαγ, εδη, habent basin βγ, ęqualem basi εη. *Explicatio.* Maior est propositio quarta. Minoris pars prima est ὑπόθεσις. Secunda & tertia sunt notæ ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Triangulus æquicrurus, habet angulos ad basin æquales inter se. Triangulus ζδη, habet latus δζ, æquale lateri δη. *Ergo*, Trianguli ζδη, angulus δζη, est æqualis angulo δηζ. *Explicatio.* Maior est propositio quinta. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Tertius.* Si fuerit magnitudo prima ęqualis magnitudini secundæ: secũda uero maior quàm tertia: erit etiam magnitudo prima maior quàm tertia. Angulus δζη, est æqualis angulo δηζ: & angulus δηζ, est maior angulo εηζ. Ergo, Angulus δζη, est maior angulo εηζ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi. Posterior est nota per se. *Quartus.* Si fuerit magnitudo prima maior quàm secunda: secunda item maior quàm tertia: erit etiam magnitudo prima maior quàm tertia. Angulus εζη, est maior angulo δζη: & angulus δζη est maior angulo εηζ. *Ergo.* Angulus εζη, est maior angulo εηζ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior est nota per se. Posterior est conclusio syllogismi tertij. *Quintus.* Vt triangulus aliquis &c. Trianguli εζη, angulus εζη: est maior angulo εηζ. *Ergo*, Trianguli εζη, latus εη, est maius latere εζ. *Explicatio.* Maior est propositio decima nona. Minor est cõclusio syllogismi quarti. *Sextus.* Si fuerit magnitudo prima æqualis magnitudini secundæ, &c. ut supra syllogismo tertio. Linea recta βγ, est æqualis lineę rectę εη. & linea εη, est maior quàm lineę εζ. Ergo, Linea recta βγ, est maior quàm linea recta εζ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est conclusio syllogismi quinti. τὸ συμπέρασμα. Trianguli duo αβγ, δεζ, habentes duo latera βα, αγ, ęqualia duobus lateribus εδ, δζ, alterũ alteri: & angulum βαγ, maiorẽ angulo εδζ: habent etiam basin βγ, maiorem basi εζ. Si igitur duo trianguli habuerint, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

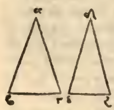
PROPOSITIO XXV.

Theorema.

Ἐὰν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· τὴν βάσιν δὲ τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ· καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Si fuerint trianguli unius duo latera æqualia duobus lateribus trianguli alterius, alterum alteri: sed basis unius maior basi alterius: erit etiam angulus unius maior angulo alterius, quem æquales rectæ lineæ compræhendunt.

ἡ ἔκθεσις.



Sint duo trianguli αβγ, δεζ, quorũ duo latera αβ, αγ, æqualia duobus lateribus δε, δζ, alterum alteri: latus αβ, lateri δε, & latus αγ, lateri δζ. Sed basis βγ, maior basi εζ. ὁ διορισμός. Dico quod angulus βαγ, maior est angulo εδζ. *Examen.* Angulus βαγ, est maior angulo εδζ, uel æqualis angulo εδζ, uel minor angulo εδζ. *Obiectiones duæ.* *Prima.* Quid si angulus βαγ, sit æqualis angulo εδζ. ὑπόθεσις. Fingamus igitur angulum βαγ, esse æqualem angulo εδζ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

Primus. Quicunque duo trianguli habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: & angulum angulo æqualem qui æqualibus lineis rectis continetur: illi etiam basin habent æqualem basi. Trianguli βαγ, εδζ, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, latus βα, lateri εδ, & latus αγ, lateri δζ. Et habent angulum βαγ, æqualem angulo εδζ. *Ergo*, Trianguli αβγ, δεζ, habent basin βγ, æqualem basi εζ. *Explicatio.* Maior est propositio quarta. Minor est nota ἐκ τῶν ὑποθέσεων. *Solutio obiectionis.* *Secundus.* Si triãgulorũ αβγ, δεζ, angulus βαγ, est æqualis angulo εδζ, erit etiam basis βγ, æqualis basi εζ. Sed triangulorum αβγ, δεζ, basis βγ, non est æqualis basi εζ, maior enim. Ergo, Triangulorum αβγ, δεζ, angulus βαγ, non est æqualis angulo εδζ. *Explicatio.* Maior est nota ex syllogismo primo. Minor est ὑπόθεσις. *Obiectio secunda.* Quid si triangulorum αβγ, δεζ, angulus βαγ, sit minor angulo εδζ. ὑπόθεσις. Fingamus igitur triãgulorum αβγ,

δεζ, angulum βαγ, esse minorem angulo εδζ. Hoc est angulum εδζ, maiorem angulo βαγ. ἡ ἀπόδειξις. *Tertius.* Quicunque duo trianguli habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: habent uero angulum angulo maiorem qui æqualibus lineis rectis continetur: illi etiam basin habebunt maiorem basi. Trianguli εδζ, βαγ, habēt duo latera εδ, δζ, æqualia duobus lateribus βα, αγ, alterum alteri, latus εδ, lateri βα, & latus δζ, lateri αγ. Et habent angulum εδζ, maiorem angulo βαγ. Ergo, Trianguli εδζ, βαγ, habent basin εζ, maiorem basi βγ. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima quarta. Minor est nota *ἐκ τῶν ὑποθέσεων.* *Solutio obiectionis.* *Quartus.* Si triangulorum αβγ, δεζ, angulus βαγ, est minor angulo εδζ, erit etiam basis βγ, minor basi εζ. Sed triangulorum αβγ, δεζ, basis βγ, non est minor basi εζ, maior enim. Ergo, Triangulorum αβγ, εδζ, angulus βαγ, non est minor angulo εδζ. *Explicatio.* Maior est nota ex syllogismo tertio. Minor est *ὑπόθεσις.* *Quintus.* Triangulorum αβγ, δεζ, angulus βαγ, uel est maior angulo εδζ, uel est æqualis angulo εδζ, uel est minor angulo εδζ. Sed triangulorum αβγ, δεζ, angulus βαγ, non est æqualis angulo εδζ, & non est minor angulo εδζ. Ergo, Triangulorum αβγ, εδζ, angulus βαγ, est maior angulo εδζ. *Explicatio.* Maior est nota per se. Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi. Posterior est conclusio syllogismi quarti. *τὸ συμπέρασμα.* Trianguli αβγ, δεζ, habentes duo latera αβ, βγ, æqualia duobus lateribus εδ, δζ, alterum alteri: & basin βγ, maiorem basi εζ, habent etiam angulum βαγ, maiorem angulo εδζ. Si igitur duo trianguli. &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSIT. XXVI.

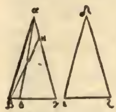
Theorema.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας, ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ: καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην: ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν: καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ: καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν, τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Quorum triangulorum duo anguli unius fuerint æquales duobus angulis alterius, alter alteri: & latus unum lateri uni æquale: siue illud appositum sit æqualibus illis angulis, siue subtendat unum ex æqualibus, illis angulis: illorum tum reliqua latera inter se erunt æqualia, alterum alteri: tum reliquus angulus, reliquo angulo erit æqualis.

ἡ ἔκθεσις.

Sint duo trianguli αβγ, δεζ, habētes duos angulos αβγ, βγα, æquales duobus angulis δεζ, εζδ, alterum alteri, angulum αβγ, angulo δεζ, & angulum βγα, angulo εζδ. Habentes item latus unum lateri uni æquale, quod positum est ad æquales angulos, latus scil. βγ lateri εζ. *ὁ διορισμός.* Dico quod trianguli αβγ, δεζ, etiam reliqua latera βα, αγ, reliquis lateribus εδ, δζ, habent æqualia, alterum alteri, latus αβ, lateri δε, & latus αγ, lateri δζ. Item angulum βαγ, æqualem angulo εδζ.



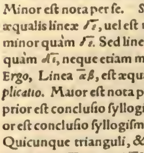
Examen. Triangulorum αβγ, δεζ, latus αβ, uel est æquale lateri δε, uel maius eo, uel minus. *Obiectiones duæ.* *Prima.* Quid si triangulorum αβγ, δεζ, latus αβ, sit maius latere δε. *ὑπόθεσις.* Fingamus igitur triangulorum αβγ, δεζ, latus αβ, esse maius latere δε. *ἡ κατασκευή.* Tollatur ex linea recta maiore αβ, rectæ minori δε, æqualis recta linea βη. Ducatur linea recta γη.

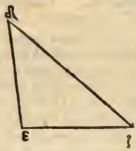
ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi septem.

Primus. Quicunque duo trianguli habēt duo latera duobus lateribus æqualia, alterum alteri: & angulum angulo æqualem qui æqualibus lineis rectis continetur: illi etiam reliquos angulos reliquis angulis habent æquales, quos æqualia latera subtendunt. Trianguli ηβγ, δεζ, habent duo latera ηβ, βγ, duobus lateribus εδ, δζ, æqualia, alterum alteri, latus ηβ, lateri δε, & latus βγ, lateri εζ. Et habent angulū ηβγ, æqualē angulo δεζ. Ergo, Trianguli ηβγ, δεζ, habent angulum ηγβ, æqualem angulo δζε. *Explicatio.* Maior est propositio quarta. Minor est nota *ἐκ τῶν ὑποθέσεων.* *Secundus.* Quæ eidem sunt æqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Angulus ηγβ, est æqualis angulo δζε, & angulus

$\alpha\overline{\gamma}\beta$, etiam est æqualis angulo $\delta\overline{\zeta}\epsilon$. Ergo, Angulus $\kappa\overline{\gamma}\beta$, est æqualis angulo $\alpha\overline{\gamma}\beta$. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi, posterior est ὑπόθεσις. *Solutio obiectionis.* *Tertius.* Si linea $\overline{\alpha\beta}$, est maior linea $\delta\overline{\epsilon}$, erit angulus $\kappa\overline{\gamma}\beta$, æqualis angulo $\alpha\overline{\gamma}\delta$. Sed angulus $\kappa\overline{\gamma}\beta$, non est æqualis angulo $\overline{\alpha}\gamma\beta$. Ergo, Linea recta $\overline{\alpha\beta}$, non est maior quàm linea recta $\delta\epsilon$. *Explicatio.* Maior est nota ex superioribus syllogismis. Minor est nota per se. *Obiectio secunda.* Quid si linea recta $\overline{\alpha\beta}$, sit minor quàm linea recta $\delta\epsilon$. ὑπόθεσις. Fingamus igitur rectam $\overline{\alpha\beta}$, esse minorem quàm est recta $\delta\epsilon$. ἡ κατασκευή. Producatur linea $\beta\alpha$, ad punctum θ. Fiat lineæ $\delta\epsilon$, æqualis lineæ $\beta\theta$. Ducatur linea $\theta\gamma$. ἡ ἀπόδειξις. *Quartus.* Iisdem syllogismis efficitur quod angulus $\alpha\overline{\gamma}\beta$, est æqualis angulo $\theta\gamma\beta$. *Solutio obiectionis.* *Quintus.* Si linea $\overline{\alpha\beta}$, est minor quàm linea $\delta\epsilon$, erit angulus $\alpha\overline{\gamma}\beta$, æqualis angulo $\theta\gamma\beta$. Sed angulus $\alpha\overline{\gamma}\beta$, non est æqualis angulo $\theta\gamma\beta$. Ergo, Linea $\overline{\alpha\beta}$, non est minor quàm linea $\delta\epsilon$. *Explicatio.* Maior est nota ex superioribus syllogismis. Minor est nota per se. *Sextus.* Linea $\overline{\alpha\beta}$, est æqualis lineæ $\delta\epsilon$, uel est maior quàm $\delta\epsilon$, uel minor quàm $\delta\epsilon$. Sed linea $\overline{\alpha\beta}$, non est maior quàm $\delta\epsilon$, neque etiam minor quàm $\delta\epsilon$. Ergo, Linea $\overline{\alpha\beta}$, est æqualis lineæ $\delta\epsilon$. *Explicatio.* Maior est nota per se. Minoris pars prior est conclusio syllogismi tertij. Posterior est conclusio syllogismi quinti. *Septimus.* Quicunque trianguli, &c. ut supra syllogismo primo. Trianguli $\overline{\alpha\beta}\gamma$, $\delta\epsilon\zeta$, habent duo latera $\overline{\alpha\beta}$, $\beta\overline{\gamma}$, æqualia duobus lateribus $\delta\epsilon$, $\overline{\epsilon\zeta}$, alterum alteri, latus $\overline{\alpha\beta}$, lateri $\delta\epsilon$, & latus $\beta\overline{\gamma}$, lateri $\overline{\epsilon\zeta}$. Et habent angulum $\alpha\beta\overline{\gamma}$, æqualem angulo $\delta\epsilon\zeta$. Ergo, Trianguli $\overline{\alpha\beta}\gamma$, $\delta\epsilon\zeta$, habent basin $\alpha\overline{\gamma}$, æqualem basi $\delta\overline{\zeta}$. & angulum $\beta\alpha\overline{\gamma}$, æqualem angulo $\overline{\epsilon}\delta\zeta$. *Explicatio.* Maior est propositio quarta. Minoris pars prima est conclusio syllogismi sexti. Secunda & tertia sunt notæ ἐκ τῆς ὑποθέσεως. ἄλλη ἔκθεσις. Sint duo trianguli $\overline{\alpha\beta}\gamma$, $\delta\epsilon\zeta$, habentes duos augulos &c. ut supra. habentes item latus unum, lateri uni æquale, id scil. quod subtendit unũ ex æqualibus angulis, latus $\overline{\alpha}\beta$ lateri $\delta\overline{\epsilon}$. ὁ διορισμός. Di-





co quod trianguli $\alpha\beta\overline{\gamma}$, $\delta\overline{\epsilon\zeta}$. etiã reliqua latera reliquis lateribus habent æqualia, alterum alteri, latus $\beta\overline{\gamma}$, lateri $\overline{\epsilon\zeta}$, & latus $\alpha\overline{\gamma}$, lateri $\delta\overline{\zeta}$. Item angulum $\beta\overline{\alpha}\gamma$, æqualem angulo $\overline{\epsilon}\delta\zeta$. *Examen.* Linea $\beta\overline{\gamma}$, est æqualis lineæ $\overline{\epsilon\zeta}$, uel maior quàm linea $\overline{\epsilon\zeta}$, uel minor quàm $\overline{\epsilon\zeta}$. *Obiectiones duæ.* *Prima.* Quid si linea $\beta\overline{\gamma}$, sit maior quàm $\overline{\epsilon\zeta}$. ὑπόθεσις. Fingamus igitur lineam $\beta\overline{\gamma}$, esse maiorẽ quàm est linea $\overline{\epsilon\zeta}$. ἡ κατασκευή. Tollatur ex linea maiore $\beta\overline{\gamma}$, rectæ minori $\overline{\epsilon\zeta}$, æqualis recta linea $\beta\overline{\kappa}$. Ducatur linea $\overline{\alpha\kappa}$.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi octo.

Primus. Quicunque duo trianguli habent, &c. ut supra syllogismo primo. Trianguli $\alpha\beta\overline{\kappa}$, $\delta\overline{\epsilon\zeta}$, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, latus $\overline{\alpha\beta}$, lateri $\delta\overline{\epsilon}$. & latus $\beta\overline{\kappa}$, lateri $\overline{\epsilon\zeta}$. & habent angulum $\alpha\beta\overline{\kappa}$, æqualem angulo $\delta\overline{\epsilon\zeta}$. Ergo, Trianguli $\overline{\alpha}\beta\kappa$, $\delta\overline{\epsilon\zeta}$, habent angulum $\overline{\alpha}\kappa\beta$, æqualem angulo $\delta\overline{\zeta}\epsilon$. *Explicatio* Maior est propositio quarta. Minor est nota ἐκ τῶν ὑποθέσεων. *Secundus.* Quæ eidem sunt æqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Angulus $\overline{\alpha}\kappa\beta$, est æqualis angulo $\delta\overline{\zeta}\epsilon$. Et angulus $\overline{\alpha}\kappa\beta$, etiã est æqualis angulo $\delta\overline{\zeta}\epsilon$. Ergo, Angulus $\overline{\alpha}\kappa\beta$, est æqualis angulo $\overline{\alpha}\gamma\beta$. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est ὑπόθεσις. *Tertius.* Omnis trianguli uno è lateribus protracto: extraneus angulus utroque eorum qui intra triangulum sunt, quibus ipse opponitur est maior. Triãguli $\alpha\overline{\gamma}\kappa$, latus $\gamma\overline{\kappa}$, est protractum ad punctum β. Ergo, Angulus $\alpha\overline{\kappa}\beta$, est maior angulo $\alpha\overline{\gamma}\beta$. *Explicatio.* Maior est propositio decimasexta. Minor est nota per se. *Solutio obiectionis.* *Quartus.* Si linea $\beta\overline{\gamma}$, est maior quàm linea $\overline{\epsilon\zeta}$, erit angulus $\alpha\overline{\kappa}\beta$, æqualis angulo $\alpha\overline{\gamma}\beta$. Sed angulus $\alpha\overline{\kappa}\beta$, non est æqualis angulo $\alpha\overline{\gamma}\beta$. Ergo, Linea $\beta\overline{\gamma}$, non est maior quàm linea $\overline{\epsilon\zeta}$. *Explicatio.* Maior est nota ex syllogismo primo & secundo. Minor est nota ex cõclusione syllogismi tertij. *Obiectio secunda.* Quid si linea $\beta\overline{\gamma}$, sit minor quàm linea $\overline{\epsilon\zeta}$. ὑπόθεσις. Fingamus igitur lineam $\beta\overline{\gamma}$, esse

Digitized by Google

minorem quàm est linea $\overline{\epsilon\zeta}$. *ἡ κατασκευή.* Producatur linea $\beta\gamma$, ad punctum λ, fiat lineæ $\overline{\epsilon\zeta}$, æqualis linea $\beta\lambda$. Ducatur lineæ $\alpha\lambda$. *ἡ ἀπόδειξις.* Iisdem syllogismis efficitur primo quod angulus $\alpha\gamma\beta$, est æqualis angulo $\alpha\lambda\beta$, deinde quod idem angulus $\alpha\gamma\beta$, est maior angulo $\alpha\lambda\beta$. *Sextus.* Si linea $\beta\gamma$, est minor quàm linea $\overline{\epsilon\zeta}$, erit angulus $\alpha\gamma\beta$, æqualis angulo $\alpha\lambda\beta$. Sed angulus $\alpha\gamma\beta$, non est maior angulo $\alpha\lambda\beta$. Ergo, Linea $\beta\gamma$, non est minor quàm linea $\overline{\epsilon\zeta}$. *Explicatio.* Maior est prior pars syllogismi quinti. Minor est posterior pars eiusdem. *Septimus.* Linea $\beta\gamma$, est æqualis lineæ $\overline{\epsilon\zeta}$, uel maior quàm $\overline{\epsilon\zeta}$, uel minor quàm $\overline{\epsilon\zeta}$. Sed linea $\beta\gamma$, non est maior quàm linea $\overline{\epsilon\zeta}$, neque etiam minor quàm $\overline{\epsilon\zeta}$. Ergo, Linea $\beta\gamma$, est æqualis lineæ $\overline{\epsilon\zeta}$. *Explicatio.* Maior est nota per se. Minoris pars prior est conclusio syllogismi quarti. Posterior est conclusio syllogismi sexti. *Octauus.* Vt supra in prima parte demonstrationis syllogismus septimus.

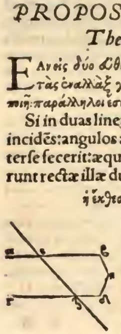
τὸ συμπέρασμα. Trianguli duo $\alpha\beta\gamma$, $\delta\epsilon\zeta$, habentes duos angulos $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\gamma\beta$, æquales duobus angulis $\delta\epsilon\zeta$, $\delta\zeta\epsilon$, alterum alteri, & latus $\beta\gamma$, æquale lateri $\overline{\epsilon\zeta}$, habent etiam latus $\alpha\beta$, æquale lateri $\delta\epsilon$, & latus $\alpha\gamma$, lateri $\delta\zeta$, angulum item $\beta\alpha\gamma$, æqualem angulo $\epsilon\delta\zeta$. Item trianguli duo $\alpha\beta\gamma$, $\delta\epsilon\zeta$, habentes duos angulos $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\gamma\beta$, æquales duobus angulis $\delta\epsilon\zeta$, $\delta\zeta\epsilon$, alterum alteri, & latus $\alpha\beta$, æquale lateri $\delta\epsilon$, habent etiam latus $\beta\gamma$, æquale lateri $\overline{\epsilon\zeta}$, & latus $\alpha\gamma$, æquale lateri $\delta\zeta$, & angulũ $\beta\alpha\gamma$, æqualem angulo $\epsilon\delta\zeta$. Si igitur duo trianguli duos angulos, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSIT. XXVII.
Theorema.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ· παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Si in duas lineas rectas recta linea incidēs: angulos alternos æquales inter se fecerit: æquedistantes inter se erunt rectæ illæ duæ lineæ.

ἡ ἔκθεσις.



In lineas duas rectas $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, incidens recta linea $\overline{\epsilon\zeta}$, angulos alternos $\alpha\epsilon\zeta$, $\epsilon\zeta\delta$, æquales inter se faciat. *ὁ διορισμός.* Dico quod linea recta $\alpha\beta$, æquedistat linea rectæ $\gamma\delta$. *Examen.* Lineæ duæ rectæ $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, æquedistantes inter se sunt, uel non sunt. Hoc est lineæ duæ rectæ $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, protractæ in infinitum usque concurrunt, uel non concurrunt, & si concurrunt, id faciunt in partes β, δ, ductæ, uel in partes α, γ.

Obiectiones duæ. Prima. Quid si lineæ $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, concurrant in partes β, δ, ductæ. *ὑπόθεσις.* Fingamus igitur lineas $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, protractas in partes β, δ, concurrere in puncto η.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.

Primus. Omnis trianguli uno è lateribus protracto, extraneus angulus utroque eorũ qui intra triangulum sunt quibus ipse opponitur est maior. Trianguli $\zeta\eta\epsilon$, latus $\eta\epsilon$, est protractum ad punctum α. Ergo, Angulus $\alpha\epsilon\zeta$, est maior angulo $\epsilon\zeta\delta$. *Explicatio.* Maior est propositio decimasexta. Minor est *ὑπόθεσις. Solutio obiectionis. Secundus.* Si lineæ rectæ $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, protractæ in partes β, δ concurrunt, erit angulus $\alpha\epsilon\zeta$, maior angulo $\epsilon\zeta\delta$. Sed angulus $\alpha\epsilon\zeta$, non est maior angulo $\epsilon\zeta\delta$. Ergo, Lineæ rectæ, $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, non concurrunt protractæ in partes β, δ. *Explicatio.* Maior est nota ex superiore syllogismo. Minor est *ὑπόθεσις. Obiectio secunda.* Quid si lineæ rectæ $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, concurrant in partes α, γ, ductæ. *ὑπόθεσις.* Fingamus igitur lineas $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, protractas α in partes γ, cōcurrere. *ἡ ἀπόδειξις. Tertius.* Iisdē syllogismis efficitur lineas $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, nō cōcurrere ductas in partes α, γ. *Quartus.* Quæcunque lineæ rectæ in eodem plano sitæ & in utranque partem in infinitum usque ductæ, in neutra tamen concurrunt, illæ sunt inter se ęquedistantes. Lineę rectę $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, in eodem plano sitę, & in utranque partem protractæ, in neutra tamen concurrunt. Ergo. Lineę rectę $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, inter se sunt ęquedistantes. *Explicatio.* Maior est definitio linearum ęquedistantium. Minor est nota ex superiorib. syllogis. *τὸ συμπέρασμα.* In lineas rectas $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, incidens linea recta $\overline{\epsilon\zeta}$, facit angulos alternos $\alpha\epsilon\zeta$, $\epsilon\zeta\delta$, inter se ęquales, & ipse lineę $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, sunt ęquedistantes inter se. Si igitur recta incidens in duas rectas, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSIT. XXVIII.
Theorema.

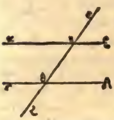
Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὴν ἐκτὸς γωνίαν, τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον

Digitized by Google

τίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ· παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Si linea recta in duas rectas incidens: extraneum angulum interno cui opponitur ex eadem parte, fecerit æqualem: uel si duos internos ex eadem parte fecerit æquales duobus angulis rectis: æquedistantes inter se erunt duæ illę lineæ rectæ.

ἡ ἔκθεσις πρώτη.



In lineas duas rectas αβ, γδ, incidens linea recta εζ, angulum extraneum εηβ, interno opposito ex eadem parte angulo ηθδ, faciat ęqualem. *ὁ διορισμός.* Dico quod linea recta αβ, ęquedistat lineę rectę γδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi duo.

Primus. Cum duę lineę rectę sese mutuo secant faciunt angulos ad uerticem ęquales inter se. Duę lineæ rectę αβ, εζ, sese mutuo secant in puncto η. *Ergo,* Angulus αηθ, est ęqualis angulo εηβ. *Explicatio.* Maior est propositio decimaquinta. Minor est nota per se. *Secundus.* Quę eidem sunt ęqualia, illa etiam inter se sunt ęqualia. Angulus αηθ, est ęqualis angulo εηβ. Et angulus ηθδ, etiam est ęqualis angulo εηβ. *Ergo,* Angulus αηθ, est æqualis angulo ηθδ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est ὑπόθεσις. *Tertius.* Cum linea recta incidens in duas lineas rectas, facit angulos alternos inter se æquales: tum istæ duæ lineæ inter se sunt æquedistantes. Linea recta εζ, incidens in duas lineas rectas αβ, γδ, facit angulos alternos αηθ, ηθδ, inter se æquales. *Ergo,* Linea recta αβ, æquedistat lineæ rectæ γδ. *Explicatio.* Maior est propositio uigesimaseptima. Minor est conclusio syllogismi secundi. *ἡ ὑπόθεσις δευτέρα.* In lineas duas rectas αβ, γδ, incidens linea recta εζ, faciat duos angulos internos ex eadem parte βηθ, ηθδ, ęquales duobus angulis rectis. *ὁ διορισμός.* Dico quod linea recta αβ, æquedistat lineæ rectæ γδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.

Primus. Linea recta super rectam stans & angulos faciens: facit eos æquales duobus angulis rectis. Linea recta ηθ, stans super recta αβ, facit angulos αηθ, βηθ. *Ergo,* Anguli αηθ, βηθ, sunt ęquales duobus angulis rectis. *Explicatio.* Maior est propositio decimatertia. Minor est nota per se. *Secundus.* Omnes anguli recti sunt æquales inter se: & quæ eidem sunt æqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Duo anguli βηθ, ηθδ, sunt æquales duob. angulis rectis. Et duo anguli βηθ, αηθ, etiam sunt æquales duobus angulis rectis. *Ergo,* Duo anguli βηθ, αηθ, sunt æquales duobus angulis βηθ, ηθδ. *Explicatio.* Maioris pars utraque est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est ὑπόθεσις. Posterior est conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Si ab æqualibus sublata fuerint æqualia: quæ relinquuntur sunt æqualia. Duo anguli βηθ, αηθ, sunt æquales duobus angulis βηθ, ηθδ, de quibus tolle angulum communem βηθ. *Ergo,* Manet angulus αηθ, æqualis angulo ηθδ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est cõclusio syllogismi secundi. Posterior est nota per se. *Quartus.* Idem est qui supra in priore parte tertius. *τὸ συμπέρασμα.* In lineas duas rectas, recta incidens linea εζ, facit angulos oppositos εηβ, ηθδ, inter se æquales. Item duos internos ex eadem parte βηθ, ηθδ, æquales duobus rectis: & ipsæ lineæ αβ, γδ, sunt æquedistantes. Si igitur in duas rectas, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

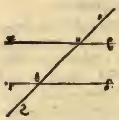
PROPOSIT. XXIX.

Theorema.

Η εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα: τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς, τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἴσην: καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Linea recta in duas rectas æquedistantes lineas incidens: facit angulos alternos inter se æquales: & angulum externum interno opposito ex eadem parte facit æqualem: Item duos internos ex eadem parte facit æquales duobus rectis.

ἡ ἔκθεσις.



Sint lineæ duæ rectæ αβ, γδ, æquedistantes, & in eas incidat linea recta, εζ. ὁ διορισμὸς πρῶτος. Dico quod angulus αηθ, est æqualis angulo ηθδ. Examen. Angulus αηθ, est æqualis angulo ηθδ, uel maior eo, uel minor. *Obiectiones duæ.* *Prima.* Quid si angulus αηθ, sit maior angulo ηθδ. ὑπόθεσις. Fingamus igitur angulum αηθ, esse maiorem angulo ηθδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi duodecim.

Primus. Si inæqualibus æqualia fuerint addita: etiam quæ fiunt erunt inæqualia. Angulus αηθ, est maior angulo ηθδ, & est angulus βηθ, communis. Ergo, Anguli duo αηθ, βηθ, sunt maiores duobus angulis βηθ, ηθδ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est ὑπόθεσις. Posterior est nota per se. *Secundus.* Linea recta stans super linea recta, & angulos faciens: facit eos æquales duobus rectis. Recta ηθ, stans super recta αβ, facit angulos αηθ, βηθ. Ergo, Anguli αηθ, βηθ, sunt æquales duobus angulis rectis. *Explicatio.* Maior est propositio decimatertia. Minor est nota per se. *Tertius.* Si fuerit magnitudo prima minor quàm secunda: secunda uero fuerit æqualis magnitudini tertiæ: erit etiam magnitudo prima minor quàm tertia. Duo anguli βηθ, ηθδ, sunt minores duobus angulis αηθ, βηθ, & duo anguli αηθ, βηθ, sunt æquales duobus angulis rectis. Ergo, Duo anguli βηθ, ηθδ, sunt minores duobus angulis rectis. *Explicatio.* Maior est corollarium lemmatis. Minoris pars prior est nota ex conclusione syllogismi primi. Posterior est conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Lineæ rectæ à duobus angulis qui sunt minores duobus angulis rectis, in infinitum usque ductæ concurrunt. Duo anguli βηθ, ηθδ, sunt minores duobus angulis rectis. Ergo, Duæ lineæ rectæ in partes β, δ, ductæ concurrunt. Hoc est duæ lineæ αβ, γδ, non sunt æquedistantes. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est conclusio syllogismi tertij. *Solutio obiectionis.* *Quintus.* Si est angulus αηθ, maior angulo ηθδ, tum lineæ rectæ duæ αβ, γδ, in partes β, δ, ductæ concurrunt. Sed lineæ duæ rectæ αβ, γδ, in infinitum etiam ductæ non concurrunt. Ergo, Angulus αηθ, non est maior angulo ηθδ. *Explicatio.* Maior est nota ex superioribus syllogismis. Minor est nota ἐκ τῆς ὑποθέσεως. *Obiectio secunda.* Quid si angulus αηθ, sit minor angulo ηθδ. ὑπόθεσις. Fingamus igitur angulum αηθ, esse minorem angulo ηθδ. ἡ ἀπόδειξις. *Sextus.* Διὰ τὰ αὐτὰ ostēditur quod angulus αηθ, non est minor angulo ηθδ. *Septimus.* Angulus αηθ, est æqualis angulo ηθδ, uel est maior eo, uel minor. Sed angulus αηθ, non est maior, neque item minor angulo ηθδ. Ergo, Angulus αηθ, est æqualis angulo ηθδ. *Explicatio.* Maior est nota per se. Minoris pars prior est conclusio syllogismi quinti. Posterior est conclusio syllogismi sexti. ὁ διορισμὸς δεύτερος. Dico quod angulus εηβ, est æqualis angulo ηθδ. ἡ ἀπόδειξις. *Octauus.* Cum duæ lineæ rectæ sese mutuo secant: faciunt angulos ad uerticem inter se æquales. Duæ lineæ rectæ αβ, εζ, sese mutuo secant in puncto η. Ergo, Angulus εηβ, est æqualis angulo αηθ. *Explicatio,* Maior est propositio decimaquinta. Minor est nota per se. *Nonus.* Quæ eidem sunt æqualia: illa etiam inter se sunt æqualia. Angulus εηβ, est ęqualis angulo αηθ. Et angulus ηθδ, etiam est æqualis angulo αηθ. Ergo, Angulus εηβ, est æqualis angulo ηθδ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi octaui Posterior est conclusio syllogismi septimi. ὁ διορισμὸς τρίτος. Dico quod duo anguli βηθ, ηθδ, sunt æquales duobus angulis rectis. ἡ ἀπόδειξις. *Decimus.* Linea recta super recta stās: & angulos faciens, facit eos ęquales duobus angulis rectis. Linea recta ηβ, super recta εζ, stās: facit angulos εηβ, βηθ. Ergo, Anguli εηβ, βηθ, sunt ęquales duobus angulis rectis. *Explicatio.* Maior est propositio decimatertia. Minor est nota per se. *Vndecimus.* Si æqualibus addita fuerint æqualia: etiā quę fiunt, erūt ęqualia. Angulus εηβ, est æqualis angulo ηθδ, & angulus βηθ, est cōmunis. Ergo, Duo anguli εηβ, βηθ, sunt æquales duobus angulis βηθ, ηθδ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est coclusio syllogismi noni. Posterior est nota per se. *Duodecimus.* Omnes anguli recti sunt æquales inter se. & quæ eidem sunt æqualia: illa etiam inter se sunt æqualia. Duo anguli βηθ, ηθδ, sunt æquales duobus angulis εηβ, βηθ. Et duo anguli εηβ, βηθ, sunt æquales duobus angulis rectis. Ergo, Duo anguli βηθ, ηθδ, sunt æquales duobus angulis rectis. *Explicatio.* Maioris pars utraque est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est

conclu-

conclusio syllogismi undecimi. Posterior est conclusio syllogismi decimi. *τὸ συμπέρασμα.* Linea recta εζ, incidens in duas lineas rectas æquedistantes αβ, γδ, facit angulos αηθ, ηθδ, inter se æquales. Item duos εηβ, ηθδ, inter se æquales. Preterea duos βηθ, ηθδ æquales duobus angulis rectis. Si igitur in duas lineas rectas æquedistantes: recta linea inciderit, ipsa faciet angulos &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

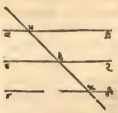
PROPOSIT. XXX.

Theorema.

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι: καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Quæ eidem lineæ rectæ æquedistant: illæ etiam inter se æquedistant.

ἡ ἔκθεσις.



Sit linea recta αβ, æquedistans lineæ rectæ εζ. Item sit linea recta γδ, æquedistans lineæ rectæ εζ. *ὁ διορισμός.* Dico quod linea recta αβ, æquedistat lineæ rectæ γδ. *ἡ κατασκευή.* Incidat in prædictas lineas, recta quædam linea ηκ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.

Primus. Linea recta incidens in lineas æquedistantes: facit angulos alternos inter se æquales. Linea recta αβ, æquedistat lineæ rectæ εζ. Et incidit in eas linea recta ηκ. Ergo, Angulus αηθ, est æqualis angulo ηθζ. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima nona. Minoris pars prior est *ὑπόθεσις.* Posterior est nota per se. *Secundus.* Linea recta incidens in lineas æquedistantes facit angulum exteriorem æqualem angulo interiori opposito ex eadem parte. Linea recta γδ, æquedistat lineæ rectæ εζ. & incidit in eas linea recta ηκ. Ergo, Angulus ηθζ, est æqualis angulo ηκδ. *Explicatio,* quæ supra. *Tertius.* Quæ eidem sunt æqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Angulus αηκ, est æqualis angulo ηθζ. & angulus ηκδ, etiam est æqualis angulo ηθζ. Ergo, Angulus αηκ, est æqualis angulo ηκδ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Si in duas lineas rectas, recta incidens linea facit angulos alternos inter se æquales: æquedistantes inter se sunt istæ duæ lineæ. In lineas duas rectas αβ, γδ, incidens recta linea ηκ, facit angulos alternos αηκ, ηκδ, inter se æquales. Ergo, Linea recta αβ, æquedistat lineæ rectæ γδ. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima septima. Minor est conclusio syllogismi tertij. *τὸ συμπέρασμα.* Vtraque linearum αβ, γδ, æquedistat lineæ εζ, & ipsæ etiam inter se æquedistant. Quæ igitur eidem rectæ lineæ æquedistant, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

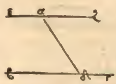
PROPOSIT. XXXI.

Problema.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου: τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ: παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

A puncto dato: datæ lineæ rectæ: rectam lineam æquedistantem ducere.

ἡ ἔκθεσις.



Sit punctum datum α. & Data linea recta βγ. *ὁ διορισμός.* A dato puncto α, ducenda est linea recta æquedistans lineæ rectæ datæ βγ. *ἡ κατασκευή.* Sumatur in linea recta βγ, punctum quoduis δ. Ducatur linea recta αδ. Ad lineam rectam αδ, & punctum in ea α, angulo rectilineo αδγ, æqualis statuatur angulus rectilineus δαε. Ducatur linea αζ, *ἐπ' εὐθείας* lineæ εα. *ὁ διορισμός.* Dico quod linea εζ, æquedistat lineæ rectæ βγ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismus unus.

Si in duas lineas rectas, recta incidens linea: facit angulos alternos inter se æquales: æquedistantes inter se sunt istæ duæ lineæ rectæ. In lineas duas rectas εζ, βγ, recta incidens linea αδ, facit angulos alternos εαδ, αδγ, inter se æquales. Ergo, Linea recta εζ, æquedistat lineæ rectæ βγ. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima septima. Minor est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *τὸ συμπέρασμα.* Recta linea εζ, æquedistat lineæ rectæ βγ, ducta per punctum α. Per datum igitur punctum, &c. *ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

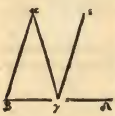
PROPOSIT. XXXII.

Theorema.

Παντὸς τριγώνου, μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης: ἡ ἐκτὸς γωνία, δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί: καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Omnis trianguli, uno è lateribus protracto: exterior angulus duobus angulis interioribus, quibus opponitur est æqualis: & trianguli tres interiores anguli: duobus rectis sunt æquales.

ἡ ἔκθεσις.



Sit triangulus αβγ, & protrahatur latus eius βγ, ad punctum δ. ὁ διορισμός. Dico quod angulus αγδ, est æqualis duobus angulis γαβ, αβγ, interioribus quibus opponitur. Et quod anguli tres interiores αβγ, βγα, γαβ, sunt æquales duobus angulis rectis. ἡ κατασκευή. Ducatur à puncto γ, lineæ rectæ αβ, æquedistãs linea recta γε.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi sex.

Primus. Linea recta incidens in lineas æquedistantes: facit angulos alternos inter se æquales. Linea recta αγ, incidit in lineas rectas æquedistantes αβ, γε. *Ergo,* Angulus αγε, est æqualis angulo γαβ. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima nona. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Linea recta incidens in lineas duas rectas æquedistantes, facit angulum exteriorem æqualem angulo interiori opposito ex eadem parte. Linea recta βδ, incidit in lineas rectas æquedistantes αβ, γε. *Ergo,* Angulus εγδ, est æqualis angulo αβγ. *Explicatio* quæ supra. *Tertius.* Si æqualibus addita fuerint æqualia, etiam quæ fiunt, sunt æqualia. Angulus αγε, est æqualis angulo γαβ: & angulus εγδ, est æqualis angulo αβγ. *Ergo,* Angulus totus αγδ, est æqualis duobus angulis γαβ, αβγ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Si æqualibus addita fuerint æqualia: etiam quæ fiunt sunt æqualia. Angulus αγδ, est æqualis duobus angulis γαβ, αβγ. Et est angulus βγα, communis. *Ergo,* Duo anguli αγδ, αγβ, sunt æquales tribus angulis γαβ, αβγ, βγα. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi tertij. Posterior est nota per se. *Quintus.* Linea recta super recta stans & angulos faciẽs, facit eos æquales duobus rectis. Linea recta αγ, stans super recta βδ, facit angulos αγδ, αγβ. *Ergo,* Anguli αγδ, αγβ, sunt æquales duobus angulis rectis. *Explicatio.* Maior est propositio decimatertia. Minor est nota per se. *Sextus.* Omnes anguli recti sunt æquales inter se: & quæ eidem sunt æqualia, illa etiã inter se sunt æqualia. Anguli tres γαβ, αβγ, βγα, sunt æquales duobus angulis αγδ, αγβ. Et duo anguli αγδ, αγβ, sunt æquales duobus rectis. *Ergo,* Tres anguli γαβ, αβγ, βγα, sunt æquales duobus angulis rectis. *Explicatio.* Maioris pars utraque est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi quarti. Posterior est cõclusio syllogismi quinti. τὸ συμπέρασμα. Angulus αγδ, est æqualis duobus angulis γαβ, αβγ, & tres anguli γαβ, αβγ, βγα, sunt æquales duobus rectis. Omnis igitur trianguli, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

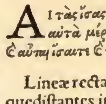
PROPOSIT. XXXIII.

Theorema.

Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι: καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

Lineæ rectæ, quæ æquales, & æquedistantes inter se lineas rectas ex eadem parte coniungunt: etiam ipsæ æquales, & æquedistantes inter se sunt.

ἡ ἔκθεσις.



Sit linea recta αζ, æqualis & æquedistãs lineæ rectæ γδ. Coniungant eas ex eisdẽ partibus lineæ rectæ αγ, ζδ. ὁ διορισμός. Dico quod linea recta αγ, æqualis est, & æquedistat lineæ rectæ ζδ. ἡ κατασκευή. Ducatur linea recta ζγ.

ἡ ἀπό-

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi tres.

Primus. Linea recta incidens in lineas rectas equedistantes: facit angulos alternos inter se æquales. Linea recta $\overline{\beta\gamma}$, incidit in lineas rectas æquedistantes $\overline{\alpha\beta}, \overline{\gamma\delta}$. Ergo, Angulus $\overline{\alpha\beta\gamma}$, est æqualis angulo $\overline{\beta\gamma\delta}$. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima nona. Minor est nota *ἐν τῆς ὑποθέσεως*. *Secūdus.* Quicunq; duo trianguli habēt duo latera duob. lateribus æqualia, alterum alteri: & angulum angulo equalem qui æqualibus rectis lineis continetur: illi habent etiam basin æqualem basi: & reliquos angulos æquales reliquis angulis alterum alteri, quos æqualia latera subtendunt. Trianguli $\overline{\alpha\beta\gamma}, \overline{\beta\gamma\delta}$, habēt duo latera $\overline{\alpha\beta}, \overline{\beta\gamma}$, æqualia duobus lateribus $\overline{\delta\gamma}, \overline{\gamma\beta}$, alterum alteri: latus $\overline{\alpha\beta}$, æquale lateri $\overline{\delta\gamma}$, & latus $\overline{\beta\gamma}$, cōmune. Et habent angulū $\overline{\alpha\beta\gamma}$, æqualē angulo, $\overline{\delta\gamma\beta}$. Ergo, Trianguli $\overline{\alpha\beta\gamma}, \overline{\gamma\beta\delta}$, habēt basin $\overline{\alpha\gamma}$, æqualem basi $\overline{\beta\delta}$, Et Angulum $\overline{\alpha\gamma\beta}$, æqualem angulo $\overline{\delta\beta\gamma}$. *Explicatio.* Maior est propositio quarta. Minoris pars prima est *ὑπόθεσις*. Secunda est per se nota. Tertia est conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Si in duas lineas rectas, recta incidens linea: facit angulos alternos inter se æquales, æquedistantes inter se sunt duæ istæ lineæ rectæ. In lineas duas rectas $\overline{\alpha\gamma}, \overline{\beta\delta}$, incidens linea recta $\overline{\beta\gamma}$, facit angulos alternos $\overline{\alpha\gamma\beta}, \overline{\delta\beta\gamma}$, inter se æquales. Ergo, Linea recta $\overline{\alpha\gamma}$, æquedistat lineæ rectæ $\overline{\beta\delta}$. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima septima. Minor est conclusio syllogismi secundi. *τὸ συμπέρασμα.* Lineæ rectæ duæ $\overline{\alpha\beta}, \overline{\gamma\delta}$, sunt æquales inter se & æquedistantes. Deinde lineæ duæ rectæ $\overline{\alpha\gamma}, \overline{\beta\delta}$, sunt æquales inter se & æquedistantes. Lineæ igitur rectæ quæ æquales & æquedistantes, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

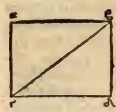
PROPOS. XXXIIII.

Theorema.

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων, αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Areæ quæ æquedistantibus lineis rectis continētur: habent latera opposita, & angulos oppositos inter se æquales: Et dimetiens ipsas medias secat.

ἡ ἔκθεσις.



Sit area æquedistantibus rectis lineis contenta $\overline{\alpha\gamma}, \overline{\delta\beta}$. Dimetiens eius linea $\overline{\beta\gamma}$. *ὁ διορισμός.* Dico quod areæ $\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$, latus $\overline{\alpha\beta}$, est æquale lateri $\overline{\gamma\delta}$. Item latus $\overline{\alpha\gamma}$, lateri $\overline{\beta\delta}$. Preterea triangulus $\overline{\alpha\beta\gamma}$, æqualis triangulo $\overline{\beta\gamma\delta}$.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

Primus. Linea recta incidens in lineas rectas equedistantes: facit angulos alternos inter se æquales. Linea recta $\overline{\beta\gamma}$, incidit in lineas rectas æquedistantes $\overline{\alpha\beta}, \overline{\gamma\delta}$. Ergo, Angulus $\overline{\alpha\beta\gamma}$, est æqualis angulo $\overline{\beta\gamma\delta}$. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima nona. Minor est *ὑπόθεσις*. *Secundus.* Linea recta, &c. ut supra Linea recta $\overline{\beta\gamma}$, incidit in lineas rectas æquedistantes $\overline{\alpha\gamma}, \overline{\beta\delta}$. Ergo, Angulus $\overline{\alpha\gamma\beta}$, est æqualis angulo $\overline{\delta\beta\gamma}$. *Explicatio* quæ supra. *Tertius.* Quicunque duo trianguli habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri: & latus lateri æquale, quod adiacet æqualibus illis angulis: illi etiam reliqua latera reliquis lateribus habent æqualia, & reliquum angulum reliquo angulo. Trianguli $\overline{\alpha\beta\gamma}, \overline{\beta\gamma\delta}$, habent duos angulos $\overline{\alpha\beta\gamma}, \overline{\alpha\gamma\beta}$, æquales duobus angulis $\overline{\delta\gamma\beta}, \overline{\delta\beta\gamma}$, alterum alteri, angulum $\overline{\alpha\beta\gamma}$, æqualem angulo $\overline{\delta\gamma\beta}$, & angulum $\overline{\alpha\gamma\beta}$, æqualem angulo $\overline{\delta\beta\gamma}$. & habent latus $\overline{\beta\gamma}$, commune. Ergo, Trianguli $\overline{\alpha\beta\gamma}, \overline{\beta\gamma\delta}$, habent latus $\overline{\alpha\beta}$, æquale lateri $\overline{\gamma\delta}$, & latus $\overline{\alpha\gamma}$, æquale lateri $\overline{\beta\delta}$. Et Angulum $\overline{\beta\alpha\gamma}$, æqualem angulo $\overline{\beta\delta\gamma}$. *Explicatio.* Maior est propositio uigesimasexta. Minoris pars prima est conclusio syllogismi primi. Secunda est conclusio syllogismi secundi. Tertia est nota per se. *Quartus.* Si æqualibus addita fuerint æqualia: etiam quæ fiunt sunt æqualia. Angulus $\overline{\alpha\beta\gamma}$, est æqualis angulo $\overline{\beta\gamma\delta}$. & Angulus $\overline{\delta\beta\gamma}$, est æqualis angulo $\overline{\alpha\gamma\beta}$. Ergo, Totus angulus $\overline{\alpha\beta\delta}$, est æqualis toti angulo $\overline{\alpha\gamma\delta}$. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια*. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est conclusio syllogismi secundi. *Quintus.* Quicunque duo trianguli habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: & angulum angulo æqualem, qui æqualibus lineis rectis continetur: illi etiam

inter se sunt æquales. Trianguli αβγ, βγδ, habent duo latera αβ, βγ, æqualia duobus lateribus δγ, γβ, alterum alteri, latus αβ, lateri δγ, & latus γβ, commune. & habent angulum αβγ, æqualem angulo δγβ. Ergo, Trianguli αβγ, βγδ, sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est propositio quarta. Minoris pars prima est conclusio syllogismi tertij: Secunda est nota per se. Tertia est conclusio syllogismi primi. *τὸ συμπέρασμα.* Area αγδβ, habet latus αβ, æquale lateri γδ, & latus αγ, æquale lateri βδ. Item angulum αβδ, æqualem angulo αγδ, & angulum βαγ, æqualem angulo γδβ, præterea est triangulus αβγ, æqualis triangulo βγδ. Areæ igitur quę æquedistantibus rectis lineis, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

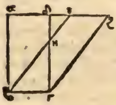
PROPOS. XXXV.

Theorema.

TA παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα: καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις: ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Quæ parallelogramma, eandem habent basin: & in eisdem æquedistantibus sunt lineis rectis: illa sunt ęqualia inter se.

ἡ ἔκθεσις.



Sint parallelogramma αβγδ, εβγζ, in eadem basi βγ, & eisdem lineis rectis æquedistantibus αζ, βγ. *ὁ διορισμός.* Dico quod parallelogrāmon αβγδ, est æquale parallelogrammo εβγζ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi octo.

Primus. Area quæ ęquedistantibus rectis lineis continetur: habet latera opposita inter se ęqualia. Area αβγδ, continetur lateribus ęquedistantibus. Ergo, Linea recta αβ, est ęqualis lineę rectę γδ, & recta αδ, est ęqualis rectę βγ. *Explicatio.* Maior est propositio trigesimaquarta. Minor est *ὑπόθεσις.* *Secundus.* *Διὰ τὰ αὐτὰ* est linea recta εζ, ęqualis lineę rectę βγ, & recta εβ, ęqualis rectę ζγ. *Tertius.* Quę eidem sunt ęqualia, illa etiam inter se sunt ęqualia. Linea recta αδ, est æqualis lineæ rectæ βγ, Et recta εζ, est æqualis rectæ βγ. Ergo, Linea recta αδ, est æqualis lineæ rectæ εζ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Si æqualibus addita fuerint æqualia: etiam quæ fiunt sunt æqualia. Linea recta αδ, est æqualis lineæ rectæ εζ, & est communis linea recta δε. Ergo, Tota linea recta αε, est æqualis toti δζ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est conclusio syllogismi tertij. Posterior est nota per se. *Quintus.* Linea recta incidens in lineas duas rectas æquedistantes: facit angulum exteriorem æqualem angulo interiori opposito ex eadem parte. Linea recta αζ, incidit in lineas duas rectas æquedistantes αβ, γδ. Ergo, Angulus εαβ, est æqualis angulo ζδγ. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima nona. Minor est nota *ἐκ τῆς ὑποθέσεως.* *Sextus.* Quicunq: duo trianguli habent duo latera duobus lateribus æqualia, alterum alteri, & angulum angulo æqualem, qui æqualibus lineis rectis continetur: illi inter se sunt æquales. Trianguli εαβ, ζδγ, habent duo latera εα, αβ, æqualia duobus lateribus ζδ, δγ, alterum alteri, latus εα, lateri ζδ, & latus αβ, lateri δγ. Et habent angulum εαβ, æqualem angulo ζδγ. Ergo, Triangulus εαβ, est æqualis triangulo ζδγ. *Explicatio.* Maior est propositio quarta. Minoris pars prima est conclusio syllogis. quarti. Secunda est nota *ἐκ τῆς ὑποθέσεως.* Tertia est conclusio syllogismi quinti. *Septimus.* Si ab æqualibus sublata fuerint æqualia: quæ relinquuntur sunt inter se æqualia. Triangulus εαβ, est æqualis triangulo δζγ. Hinc tolle communem triangulum εδη. Ergo, Manet trapezion αβηδ, æquale trapezio εηγζ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est conclusio syllogismi sexti. Posterior est nota per se. *Octauus.* Si æqualibus addita fuerint æqualia: etiam quæ fiunt sunt æqualia inter se. Trapezion αβηδ, est æquale trapezio εηγζ. Et cōmunis triangulus ηβγ. Ergo, Parallelogrammon αβγδ, est æquale parallelogrammo εβγζ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est conclusio syllogismi septimi. Posterior est nota per se. *τὸ συμπέρασμα.* Parallelogramma αβγδ, εβγζ, sunt in eadem basi, & eisdem æquedistantibus lineis rectis, & sunt æqualia inter se. Quæ igitur parallelogramma eandem habent basin, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPO-

Digitized by Google

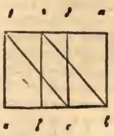
PROPOS. XXXVI.

Theorema.

ΤΑ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα: καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις: ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶν

Quæ parallelogramma, æquales habent bases: & sunt in eisdem ęquedistantibus lineis rectis: illa sunt æqualia inter se.

ἡ ἔκθεσις.



Sint parallelogramma αβγδ, εζηθ, habentes bases βγ, ζη, æquales inter se. In eisdem æquedistantibus lineis rectis αθ, βη. ὁ διορισμός. Dico quod parallelogrāmon αβγδ, est æquale parallelogrammo εζηθ. ἡ κατασκευή. Ducantur lineæ rectę βε, γθ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque:

Primus. Quę eidem sunt ęqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Linea recta βγ, est æqualis rectæ ζη. Et linea recta εθ, est æqualis rectæ ζη. *Ergo,* Linea recta βγ, est æqualis rectæ εθ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est nota ἐκ τῶν ὑποθέσεων. *Secundus.* Lineæ rectæ quæ æquales & æquedistantes inter se lineas rectas, ex eadem parte coniungunt: ipsæ etiam æquales & æquedistantes inter se sunt. Linea recta βγ, æqualis est & æquedistat lineæ rectæ εθ: & coniungunt eas ex eadem parte lineæ rectæ βε, γθ. *Ergo,* Linea recta βε, æqualis est, & æquedistat lineæ rectæ γθ. Hoc est, τὸ εβγθ, est parallelogrammon. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima tertia. Minoris pars prima est conclusio syllogismi primi. Secunda est ὑπόθεσις. Tertia est per se nota. *Tertius.* Quæ parallelogramma eandem habent basin, & sunt in eisdem æquedistantibus lineis rectis: illa sunt æqualia inter se. Parallelogramma αβγδ, εβγθ, habent eandem basin βγ. Et sunt in eisdem æquedistantibus lineis rectis αθ, βγ. *Ergo,* Parallelogrammon αβγδ, est æquale parallelogrammo εβγθ. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima quinta. Minor est nota ἐκ τῶν ὑποθέσεων. *Quartus.* Διὰ τὰ αὐτὰ est etiam parallelogrammon εζηθ, æquale parallelogrammo εβγθ. *Quintus.* Quæ eidem sunt æqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Parallelogrammon αβγδ, est æquale parallelogrammo εβγθ. Et parallelogrammon εζηθ, est æquale parallelogrammo εβγθ. *Ergo,* Parallelogrammon αβγδ, est æquale parallelogrammo εζηθ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi tertij. Posterior est conclusio syllogismi quarti. τὸ συμπέρασμα. Parallelogramma αβγδ, εζηθ, habent bases inter se æquales: & sunt in eisdem æquedistantibus rectis lineis: & sunt æqualia inter se. Quæ igitur parallelogramma æquales habent &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

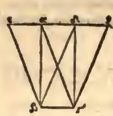
PROPOS. XXXVII.

Theorema.

ΤΑ τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα: καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις: ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Qui trianguli, eandem habent basin: & sunt in eisdē æquedistantibus lineis rectis: illi sunt inter se æquales.

ἡ ἔκθεσις.



Sint trianguli αβγ, δγβ, super eadem basi βγ, in eisdem ęquedistantibus lineis rectis αδ, βγ. ὁ διορισμός. Dico quod triangulus αβγ, est æqualis triangulo δγβ. ἡ κατασκευή. Producatur linea recta αδ, in utranque partem ad puncta ε, ζ. Ex puncto β ducatur linea recta βε, æquedistans lineæ rectæ αγ. Item, Ex puncto γ, ducatur recta γζ, æquedistans lineæ rectæ βδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

Primus. Parallelogrammon est quod ęquedistantibus lineis rectis cōtinetur. τὸ εβγα, continetur lineis rectis inter se æquedistantibus. Item, τὸ δβγζ, continetur lineis rectis inter se æquedistantibus. *Ergo,* τὸ εβγα, est parallelogrammon. Item, τὸ δβγζ, est parallelogrammon. *Explicatio.* Maior est

Digitized by Google

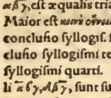
nota. Minor est item nota ἐκ τῆς ὑποθέσεως, καὶ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Quæ parallelogramma habent eandem basin, & sunt in eisdem æquedistantibus lineis rectis: illa sunt inter se æqualia. Parallelogramma εβγα, δϛγζ, habent eandem basin βγ, & sunt in eisdem æquedistantibus lineis rectis εζ, βγ. Ergo, Parallelogrammon εϛγα, est æquale parallelogrammo δβγζ. Explicatio. Maior est propositio trigesima quinta. Minor est nota ἐκ τῶν ὑποθέσεων. *Tertius.* Areas quæ æquedistantibus, lineis rectis cõtinentur: medias disfecat ipsarum dimetiens. Area εβγα, æquedistantibus rectis lineis continetur: & dimetiens eius recta αϛ. Ergo, Triangulus αβγ, est æqualis triangulo εϛα. Hoc est triangulus αϛγ, est dimidium parallelogrammi εϛγα. Explicatio. Maior est propositio trigesima quarta. Minor est conclusio syllog. primi. *Quartus.* Διὰ τὰ αὐτὰ est triangulus δβγ, dimidiũ parallelogrammi δβγζ. *Quintus.* Aequalium magnitudinũ dimidia: inter se sunt æqualia. Parallelogrammon εβγα, est æquale parallelogrammo δϛγζ. Prioris dimidium est triangulus αβγ. Alterius dimidium est triangulus δϛγ. Ergo, Triangulus αβγ, est æqualis triangulo δβγ. Explicatio. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prima est conclusio syllogis. secundi. Secunda est conclusio syllogismi tertij. Tertia est conclusio syllogismi quarti. τὸ συμπέρασμα. Trianguli αϛγ, δβγ, sunt super eadem basi, in eisdem lineis rectis æquedistantibus & sunt æquales inter se. Qui igitur trianguli sunt, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOS. XXXVIII. Theorema.

ΤΑ τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα: καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις: ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν.

Qui trianguli æquales habent bases: & sunt in eisdẽ æquedistantibus, lineis rectis: illi inter se sunt æquales.

ἡ ἔκθεσις.



Sint trianguli αϛγ, δεζ, super basibus æqualibus βγ, εζ, in eisdem æquedistantibus lineis rectis αδ, βζ. ὁ διορισμός. Dico quod triangulus αβγ, est æqualis triangulo δεζ. ἡ κατασκευή. Producatur linea recta αδ, in utranq: partẽ ad pũcta κ, ϛ. Ex puncto β, ducatur linea recta βκ, æquedistans lineæ rectæ αγ. Item ex puncto ζ, ducatur linea recta ζθ, æquedistans lineæ rectæ δε.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

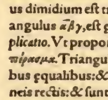
Primus. τὸ κβγα, est parallelogrammon. Item τὸ δεζκ, est parallelogrammon. Syllogismi primi præcedẽtis propositionis. *Secundus.* Quæ parallelogramma habent bases æquales: & sunt in eisdem æquedistantibus lineis rectis: illa sunt inter se æqualia. Parallelogramma κϛγα, δεζθ, habẽt bases æquales ϛγ, εζ, & sunt in eisdem æquedistantibus lineis rectis κθ, βζ. Ergo, Parallelogrammon κβγα, est æquale parallelogrammo δεζθ. Explicatio. Maior est propositio trigesima sexta. Minor est nota ἐκ τῶν ὑποθέσεων. *Tertius.* *Quartus.* Vt in propositione præcedente. *Quintus.* Aequalium magnitudinum dimidia inter se sunt æqualia. Parallelogrammon κβγα, est æquale parallelogrãmo δεζθ. Prioris dimidium est triangulus αβγ. Alterius dimidium est triangulus δεζ. Ergo, Triangulus αβγ, est ęqualis triangulo δεζ. Explicatio. Vt propositione precędente. τὸ συμπέρασμα. Trianguli αϛγ, δεζ, sunt super basibus ęqualibus: & eisdem ęquedistantibus lineis rectis: & sunt inter se ęquales. Qui igitur trianguli sunt, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSI. XXXIX. Theorema.

ΤΑ ἴσα τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα: καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη: καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Trianguli æquales: eandem habentes basin, in eisdem sunt æquedistantibus lineis rectis.

ἡ ἔκθεσις.



Sint ęquales trianguli αβγ, δϛγ, super eadem basi ϛγ. ὁ διορισμός. Dico quod trianguli αϛγ, δβγ, in eisdem sunt ęquedistantibus lineis rectis. Hoc est quod linea ex α, in δ, ducta ęquedistat lineę

lineæ rectæ βγ. *Examen.* Linea recta quæ ducitur ex α, æquedistans lineæ rectæ βγ, transit per punctũ δ, uel supra punctũ ζ, uel infra punctum ι. *Obiectiones duæ. Prima.* Quid si linea recta quæ ducitur per α, æquedistans lineæ rectæ βγ, transit infra punctum δ. ὑπόθεσις. Fingamus igitur lineam rectam quæ ducitur per punctum α, æquedistans lineæ rectæ βγ, transire infra punctum δ. ἡ κατασκευή. Ducatur per punctum α, lineæ rectæ βγ, æquedistans linea recta αε, & secet lineam βδ, in puncto ε. Ducatur linea recta εγ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

Primus. Qui trianguli eandem habent basin, & sunt in eisdem æquedistantibus lineis rectis, illi sunt inter se ęquales. Triãguli αβγ, εβγ, sunt super eadem basi βγ, in eisdem æquedistantibus lineis rectis. *Ergo,* Triangulus εβγ, est æqualis triangulo αβγ. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima septima. Minor est nota ἐκ τῆς ὑποθέσεως. *Secũdus.* Quæ eidem sunt æqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Triangulus δβγ, est æqualis triangulo αβγ. Et triangulus εβγ, est æqualis triangulo αβγ. *Ergo,* Triangulus δβγ, est æqualis triangulo εβγ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est ὑπόθεσις. Posterior est conclusio syllogismi primi. *Solutio obiectionis. Tertius.* Si linea αε, æquedistat lineæ βγ, erit triangulus δβγ, æqualis triangulo εβγ. Sed triangulus δβγ, non est æqualis triangulo εβγ. *Ergo,* Linea recta αε, non æquedistat rectæ βγ. Hoc est linea recta quæ ducitur per α, æquedistans rectæ βγ, non transit infra punctum δ. *Explicatio.* Maior est nota ex superioribus syllogismis. Minor est nota per se. *Obiectio secunda.* Quid si linea recta quæ ducitur per α, æquedistans rectæ βγ, transit supra δ. ὑπόθεσις ut supra. ἡ κατασκευή ut supra. ἡ ἀπόδειξις. *Quartus.* Διὰ τὰ αὐτὰ ostenditur quod linea recta quæ ducitur per α, æquedistans rectæ βγ, non transit supra punctum δ.

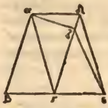
Quintus. Linea recta quæ ducitur per punctum α, æquedistans rectæ βγ, transit uel infra punctum δ, uel supra punctum δ, uel per ipsum punctum δ. Sed linea recta quæ ducitur per punctum α, æquedistans lineæ rectæ βγ, non transit infra punctum δ, neque item supra punctum δ. *Ergo,* Linea recta quæ ducitur per punctũ α, ęquedistãs lineæ rectæ βγ, transit per punctum δ. Hoc est lineæ rectæ αδ, βγ, sunt inter se æquedistantes. τὸ συμπέρασμα. Trianguli αβγ, δβγ, inter se æquales, basin habẽt eandem, & sunt in eisdem æquedistantibus lineis rectis. Trianguli igitur æquales, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO. XL.
Theorema.

Τὰ ἴσα τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα: καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Trianguli æquales, super æqualibus constitui basibus: sunt in eisdem lineis rectis æquedistantibus.

ἡ ἔκθεσις.



Sint trianguli ęquales αβγ, γδε, super basibus æqualibus βγ, γε. ὁ διορισμός. Dico quod trianguli αβγ, γδε, in eisdem sunt æquedistantibus lineis rectis. Hoc est quod linea ex α, in δ, ducta æquedistat lineæ rectæ βε. *Examen.* Linea recta quæ ducitur ex puncto α, æquedistans lineæ rectæ βε, trãsit uel supra punctum δ, uel infra punctum δ, uel per ipsum punctum δ. *Obiectiones duæ. Prima.* Quid si linea recta quæ ducitur ex α, æquedistans rectæ lineæ βε, transit infra punctum δ. ὑπόθεσις. Fingamus igitur lineam rectam quæ ducitur ex puncto α, æquedistans lineæ rectæ βε, transire infra punctum δ. ἡ κατασκευή. Ducatur ex puncto α, linea recta αζ, æquedistans lineæ rectæ βε, & secet lineam rectam γδ, in puncto ζ. Ducatur linea recta ζε.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

Primus. Qui trianguli habent æquales bases, & sunt in eisdem lineis rectis æquedistantibus, illi sunt inter se æquales. Trĩguli αβγ, γζε, habent bases æquales βγ, γε, & sunt in eisdem æquedistantibus lineis rectis αζ, βε. *Ergo,* Triangulus ζγε, est æqualis triangulo αβγ. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima octaua. Minor est nota ἐκ τῆς ὑποθέσεως. *Secundus.* Quæ eidem sunt æqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Triangulus ζγε, est æqualis triangulo αβγ. Et triangulus δγε, est

æqualis triangulo α̅ϐγ. Ergò, Triangulus ζγε, est æqualis triangulo δγε. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est ὑπόθεσις. *Solutio obiectionis.* *Tertius.* Si linea α̅ζ, ęquedistar lineę rectę ϐε, erit triangulus ζγε, ęqualis triangulo ζγε. Sed triangulus ζγε, non est ęqualis triangulo ζγε. Ergo, Linea recta α̅ζ, non ęquedistat lineę rectę ϐε. Hoc est linea recta quę ducitur ex α̅, ęquedistans lineę rectę ϐε, non transit infra punctum δ. *Explicatio.* Maior est nota ex superioribus syllogismis. Minor est nota per se. *Obiectio secunda.* Quid si linea recta quę ducitur ex α̅, ęquedistans lineę rectę ϐγ, transit supra punctum ζ. ὑπόθεσις ut supra. ἡ κατασκευὴ ut supra. ἡ ἀπόδειξις. *Quartus.* Διὰ τὰ αὐτὰ ostenditur quod linea recta quę ducitur ex α̅, ęquedistās lineæ rectæ ϐε, non transit supra punctum ζ. *Quintus.* Linea recta quæ ducitur ex puncto α̅, æquedistans lineæ rectæ ϐε, transit uel infra punctum ζ, uel supra punctū δ, uel per ipsum punctum ζ. Sed linea recta quæ ducitur ex puncto α̅, æquedistans lineæ rectæ ϐε, non transit infra punctum δ, neque item supra punctum ζ. Ergo, Linea recta quæ ducitur ex puncto α̅, æquedistans lineæ rectæ ϐε, transit per punctum δ. Hoc est lineæ rectæ α̅δ, ϐε, sunt inter se æquedistantes. *Explicatio.* Maior est nota per se. Minoris pars prior est conclusio syllogismi tertij. Posterior est conclusio syllogismi quarti. τὸ συμπέρασμα. Trianguli αϐγ, δγε, æquales, & super æqualibus constituti basibus, sunt in eisdem lineis rectis æquedistantibus. Trianguli igitur æquales, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

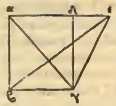
PROPOSITIO XLI.

Theorema.

ΕΑν παραλληλόγραμμον, τριγώνῳ βάσιν τε ἔχει τὴν αὐτὴν: καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ: διπλάσιον ἔσται τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Parallelogrammon trianguli est duplum: si super eadem consistat basi: & in eisdē fuerit æquedistantibus lineis rectis.

ἡ ἔκθεσις.



Parallelogrammon αϐγδ, & triangulus εϐγ, sint super eadem basi ϐγ, in eisdem æquedistantibus lineis rectis αε, ϐγ. ὁ διορισμός. Dico quod parallelogrāmon αϐγδ, est duplum trianguli εϐγ. ἡ κατασκευή. Ducatur linea recta αγ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi tres.

Primus. Qui trianguli eandem habent basin, & sunt in eisdem æquedistantibus lineis rectis, illi sunt inter se æquales. Trīaguli αϐγ, εϐγ, habent eandem basin ϐγ, & sunt in eisdem æquedistantibus lineis rectis. Ergo, Triangulus α̅ϐγ, est æqualis triangulo εϐγ. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima septima. Minor est nota ἐκ τῶν ὑποθέσεων. *Secundus.* Dimetiens parallelogrammōn cuius est dimetiens dissecat medium. Parallelogrammon est τὸ α̅ϐγδ, demetiens eius est linea recta αγ. Ergo, Triangulus αϐγ, est æqualis triangulo αγδ. Hoc est triangulus αϐγ, est dimidium parallelogrammi αϐγδ. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima quarta. Minor est ὑπόθεσις. *Tertius.* Si fuerit prima magnitudo, æqualis magnitudini secundæ: secūda uero pars magnitudinis tertiæ: erit etiam prima magnitudo eadem pars magnitudinis tertiæ. Triangulus εϐγ, est æqualis triangulo α̅ϐγ, & triangulus α̅ϐγ, est dimidium parallelogrammi αϐγδ. Ergo, Trīagulus εϐγ, est dimidium parallelogrammi αϐγδ. Hoc est, Parallelogrammon αϐγδ, est duplum trianguli εϐγ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est conclusio syllogismi secundi. τὸ συμπέρασμα. Parallelogrammon αϐγδ, & triangulus εϐγ, habent eandem basin: & sunt in eisdem æquedistantibus lineis rectis, & est parallelogrammon αϐγδ, duplum trianguli εϐγ. Parallelogrammon igitur trianguli est duplum, si &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOS. XLII.

Problema.

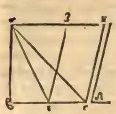
ΤΩι δοθέντι τριγώνῳ: ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι: ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Dato triangulo, æquale statuere parallelo-

Digitized by Google

rallelogrammon in angulo rectilineo dato.

ἡ ἔκθεσις.



Sit triangulus datus αβγ. Et datus angulus rectilineus δ. ὁ διορισμός. Dato triangulo αβγ, statuendum est parallelogrammon æquale, in angulo qui est æqualis angulo rectilineo dato. ἡ κατασκευή. Dissecetur linea recta βγ, media in puncto ε. Ducatur linea αε. Statuatur ad lineam rectam εγ, & punctum eius ε, dato angulo rectilineo δ, æqualis angulus rectilineus γεζ. Ducatur per punctum α, lineæ rectæ γε, æquedistans linea recta αη. Et per punctum γ, lineæ rectæ εζ, æquedistans linea recta γη.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi tres.

Primus. Qui trianguli habent bases æquales: & sunt in eisdem lineis rectis æquedistantibus, illi sunt inter se æquales. Trianguli αβε, εαγ, habent bases æquales βε, εγ, & sunt in eisdem lineis rectis æquedistantibus αη, βγ. *Ergo,* Triangulus αβε, est æqualis triangulo εαγ. Hoc est triãgulus αβγ, est duplus trianguli εαγ. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima octaua. Minor est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Secundus.* Parallelogrãmon trianguli est duplum, si super eadem consistat basi, & in eisdem fuerit æquedistantibus lineis rectis. Parallelogrammon ζεγη, & triangulus εαγ, habent basin eandem εγ, & sunt in eisdem rectis æquedistantibus αη, βγ. *Ergo,* Parallelogrammon ζεγη, est duplum trianguli εαγ. *Explicatio.* Maior est propositio quadragesima prima. Minor est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Tertius.* Quæ eiusdem sunt dupla, illa inter se sunt æqualia. Parallelogrammon ζεγη, est duplum trianguli εαγ, Et triangulus αβγ, est duplus trianguli εαγ. *Ergo,* Parallelogrammon ζεγη, est æquale triangulo αβγ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi. Posterior est conclusio syllogismi primi. *τὸ συμπέρασμα.* Parallelogrammon ζεγη, est æquale triangulo αβγ, & consistit in angulo γεζ, qui est æqualis angulo δ dato. Dato igitur triangulo, &c. *ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

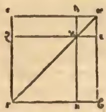
PROPOSIT. XLIII.

Theorema.

Παντὸς παραλληλογράμμου, τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα: ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Omnis parallelogrãmi eorum quæ circa eandem dimetientem sunt parallelogrammõn supplemẽta: æqualia sunt inter se.

ἡ ἔκθεσις.



Sit parallelogrammon αβγδ, dimetiens eius αγ, & circa αγ, sint parallelogramma εθ, ζκ, & quæ uocãtur supplementa sint βκ, κδ. ὁ διορισμός. Dico quod supplementum βκ, est æquale supplemento κδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.

Primus. Dimetiens parallelogrammon cuius est dimetiens dissecat medium. Parallelogrammon est αβγδ, dimetiens eius est linea recta αγ. *Ergo,* Triangulus αβγ, est æqualis triangulo αδγ. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima quarta. Minor est *ὑπόθεσις.* *Secundus.* *Διὰ τὰ αὐτὰ* est triangulus αεκ, æqualis triangulo αθκ. Et triangulus κηγ, æqualis triangulo κζγ. *Tertius.* Si æqualibus addita fuerint æqualia, etiam quæ fiunt sunt æqualia. Triangulus αεκ, est æqualis triangulo αθκ. Et triangulus κηγ, est æqualis triangulo κζγ. *Ergo,* Duo trianguli αεκ, κηγ, æquales sunt duobus triangulis αθκ, κζγ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor est conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Si æqualibus sublata fuerint æqualia, etiã quæ relinquuntur erũt inter se æqualia. Triangulus αβγ, est æqualis triangulo αδγ. Et duo trianguli αεκ, κηγ, sunt æquales duobus triangulis αθκ, κζγ. *Ergo,* Supplementum est βκ, æquale supplemẽto κδ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est conclusio syllogismi tertij. *τὸ συμπέρασμα.* Supplementum βκ, parallelogrammi αβγδ, est æquale supplemento κδ. Omnis igitur pa-

Digitized by Google

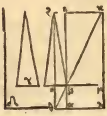
rallelogrammi, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSIT. XLIIII. Problema.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν: τῷ δοθέντι τριγώνῳ: ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν: ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ad datam lineā rectam: dato triangulo: æquale statuere parallelogrammon: in angulo rectilineo dato.

ἡ ἔκθεσις.



Sit data linea recta αβ. Datus triangulus γ. Datus angulus rectilineus δ. ὁ διορισμός. Ad datam lineam rectam αβ, statuēdum est parallelogrammon æquale triangulo γ, in angulo qui est æqualis angulo δ, dato. ἡ κατασκευή. Fiat triangulo γ, æquale parallelogrammon βεζη, in angulo εβη, æquali angulo δ dato. Sit linea recta βε, ἐπ᾽ εὐθείας rectæ αβ. Producatur linea ζη, ad punctum θ. Per punctum α, ducatur alterutri linearum βη, εζ, æquedistans linea recta αθ. Ducatur linea recta θβ. Occupatio. Lineæ duæ rectæ ζε, θβ, in partes εβ, ductæ concurrent.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.

Primus. Linea recta incidens in duas lineas rectas æquedistantes: facit duos angulos interiores ex eadem parte: æquales duobus angulis rectis. Linea recta ζθ, incidit in lineas duas rectas æquedistantes ζε, θα. Ergo, Anguli duo εζθ, ζθα, sunt æquales duobus angulis rectis. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima nona. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Si inæqualibus æqualia fuerint addita, quæ fiunt erunt inæqualia. Angulus ζθα, est maior angulo ζθβ. Et communis angulus εζθ. Ergo, Duo anguli εζθ, ζθα, sunt maiores duobus angulis εζθ, ζθβ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est per se nota. *Tertius* Si fuerit magnitudo prima æqualis magnitudini secundæ, secunda uero maior quàm tertia, erit etiam magnitudo prima maior quàm tertia. Duo anguli recti sunt æquales duobus angulis εζθ, ζθα. Et duo anguli εζθ, ζθα, sunt maiores duobus angulis εζθ, ζθβ. Ergo, Duo anguli recti sunt maiores duobus angulis εζθ, ζθβ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Lineæ rectæ à duobus angulis qui sunt minores duobus angulis rectis, in infinitum usque ductæ concurrunt. Duo anguli εζθ, ζθβ, sunt minores duobus angulis rectis. Ergo, Duæ lineæ rectæ ζε, θβ, in partes εβ, ductæ concurrunt. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est conclusio syllogismi tertij. ἡ κατασκευή. Producantur duæ lineæ rectæ ζε, θβ, & concurrāt in puncto κ. Per punctum κ, ducatur alterutri linearum ζθ, εα, æquedistans recta linea κλ. Producantur lineæ rectæ ηβ, θα, ad puncta usque μ, λ. ὁ διορισμός. Dico quod parallelogrammon est τὸ, βλ, & est æquale triangulo γ, & consistit in angulo αβμ, qui est æqualis angulo δ, dato.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

Primus. Parallelogrammon est quod æquedistantibus lineis rectis continetur. Figura βλ, continetur æquedistantibus lineis rectis. Ergo, Figura βλ, est parallelogrammon. *Explicatio.* Maior est definitio parallelogrammi. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Omnis parallelogrammi eorum quæ circa eandem dimetientem sunt parallelogrammon, supplementa: sunt inter se æqualia. Parallelogrammon est θλκζ, dimetiens eius recta θκ, circa quàm sunt parallelogramma αη, με, supplementa uero sunt λβ, βζ. Ergo, Parallelogrammon λβ, est æquale parallelogrammo βζ. *Explicatio.* Maior est propositio quadragesima tertia. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Tertius.* Quæ eidem sunt æqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Triangulus γ, est æqualis parallelogrammo βζ. Et parallelogrammon λβ, est æquale parallelogrammo βζ. Ergo, Parallelogrammon λβ, est æquale triangulo γ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. Posterior est conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Cum duæ lineæ rectæ sese mutuo secant: faciunt angulos ad uerticem inter se æquales. Duæ lineæ rectæ αε, ημ, sese mutuo secant in puncto β. Ergo, Angulus αβμ, est æqualis angulo εβη. *Explicatio.* Maior est propositio decimaquinta. Minor est per se nota. *Quintus.* Quæ eidem

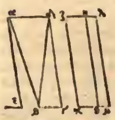
eidem sunt æqualia: illa etiam inter se sunt æqualia. Angulus αϛμ, est æqualis angulo ιϛκ. Et angulus δγ, est æqualis angulo ιβθ. *Ergo*, Angulus αϛμ, est æqualis angulo δγ. *Explicatio*. Maior est *κοινὴ ἔννοια*. Minoris pars prior est cōclusio syllogismi quarti. Posterior est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς*. *τὸ συμπέρασμα*. Parallelogrammon λβ, consistens ad lineam rectam datam αβ, est æquale triangulo dato γ, & habet angulum αβμ, æqualem angulo δγ, rectilineo dato. Ad datam igitur lineam rectam, &c. *ὅπερ ἔδει ποιῆσαι*.

PROPOSITIO XLV.
Problema.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ: ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι: ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Dato rectilineo: æquale statuere parallelogrammon: in angulo rectilineo dato.

ἡ ἔκθεσις.



Sit datū rectilineū αβγδ. Et datus angulus rectilineus ε. *ὁ διορισμός*. Dato rectilineo αϛγδ, statuendū est æquale parallelogrammon in angulo rectilineo: qui est æqualis angulo ε dato. *ἡ κατασκευή*. Ducatur linea γδ. Fiat parallelogrammon ζθ, æquale triangulo αϛδ, habens angulum θκζ, æqualem angulo ε. Statuatur ad lineam rectam ηθ, parallelogrammon ημ, æquale triangulo δβγ, habens angulum ηθμ, æqualem angulo ε. *ὁ διορισμός*. Dico quod figura κζλμ, est parallelogrāmon. & est æquale rectilineo αβγδ, & habet angulum ζκμ, æqualem angulo ε.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi septemdecim.

Primus. Quæ eidem sunt æqualia, illa etiā inter se sunt æqualia. Angulus θκζ, est æqualis angulo ε. Et angulus ηθμ, est æqualis angulo ε. *Ergo*, Angulus θκζ, est æqualis angulo ηθμ. *Explicatio*. Maior est *κοινὴ ἔννοια*. Minoris pars utraque est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς*. *Secundus*. Si æqualibus addita fuerint æqualia, etiam quæ fiunt, sunt æqualia. Angulus θκζ, est æqualis angulo ηθμ. & angulus κθη, est communis. *Ergo*, Duo anguli ζκθ, κθη, sunt æquales duobus angulis κθη, κθμ. *Explicatio*. Maior est *κοινὴ ἔννοια*. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior per se est nota. *Tertius*. Linea recta, incidens in rectas duas æquedistantes: facit angulos duos interiores ex eadem parte æquales duobus angulis rectis. Linea recta κθ, incidēs in duas rectas æquedistātes lineas ζκ, ηθ, facit angulos ζκθ, κθη. *Ergo*, Anguli duo ζκθ, κθη, sunt æquales duobus angulis rectis. *Explicatio*. Maior est propositio uigesima nona. Minor est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς*. *Quartus*. Omnes anguli recti sunt æquales inter se. Et quæ eidem sunt æqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Duo anguli κθη, κθμ, sunt æquales duobus angulis ζκθ, κθη. Et duo anguli ζκθ, κθη, sunt æquales duobus angulis rectis. *Ergo*, Duo anguli κθη, κθμ, sunt æquales duobus angulis rectis. *Explicatio*. Maior est *κοινὴ ἔννοια*. Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi. Posterior est conclusio syllogismi tertij. *Quintus*. Quæcunque duæ lineæ rectæ, ad lineam aliquam rectam, & datam in ea punctum non in easdem partes sitæ, angulos duos *ἐφεξῆς*, faciunt æquales duobus angulis rectis: illæ sunt *ἐπ᾽ εὐθείας* altera alteri. Ad lineam rectam κθ, & punctum eius θ, in diuersas partes sitæ lineæ rectæ ηθ, θμ, faciunt duos angulos *ἐφεξῆς* κθη, κθμ, æquales duobus angulis rectis. *Ergo*, Recta ηθ, est *ἐπ᾽ εὐθείας* rectæ θμ. *Explicatio*. Maior est propositio decima quarta. Minor est conclusio syllogismi quarti. *Sextus*. Linea recta incidens in duas rectas æquedistantes, facit angulos alternos inter se æquales. Linea recta ηθ, incidens in duas rectas æquedistantes ζη, κμ, facit angulos alternos, μθη, θηζ. *Ergo*, Angulus ζηθ, est æqualis angulo ηθμ. *Explicatio*. Maior est propositio uigesima nona. Minor est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς*. *Septimus*. Si æqualibus addita ut supra syllogismo secundo. Angulus ζηθ, est æqualis angulo ηθμ. Et angulus θηλ, est cōmunis. *Ergo*, Duo anguli ζηθ, θηλ, sunt æquales duobus angulis μθη, θηλ. *Explicatio*. Minoris pars prior est cōclusio syllogismi sexti. Posterior est per se nota. *Octauus*. Linea recta incidens, ut supra syllogismo tertio. Recta ηθ, incidens in duas rectas æquedistantes ηλ, θμ, facit angulos μθη, θηλ. *Ergo*, Anguli μθη, θηλ, sunt æquales duobus angulis rectis. *Explicatio*. Minor est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς*. *Nonus*. Omnes anguli recti, ut supra

syllogismo quarto. Duo anguli ζκθ, θκλ, sunt æquales duobus angulis μθκ, θκλ. Et duo anguli μθκ, θκλ, sunt æquales duobus angulis rectis. Ergo, Duo anguli ζκθ, θκλ, sunt æquales duobus angulis rectis. Explicatio. Minoris pars prior est conclusio syllogismi septimi. Posterior est conclusio syllogismi octaui. *Decimus.* Quæcunque duæ lineæ ut supra syllogismo quinto. Ad lineam rectam θκ, & punctum eius κ, in diuersas partes sitæ duæ lineæ rectæ ζκ, κλ, faciūt duos triangulos ἐφεξῆς ζκθ, θκλ, æquales duobus angulis rectis Ergo, Recta ζκ, est ἐπ' εὐθείας rectæ κλ. Explicatio. Minor est conclusio syllogismi noni. *Vndecimus.* Figuræ quæ æquedistantibus lineis rectis continentur, illæ habent latera opposita inter se æqualia. Figura ζθ, continetur lineis rectis æquedistantibus. Ergo, Recta linea ζκ, est æqualis rectæ κθ. Explicatio. Maior est propositio trigesima quarta. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Duodecimus.* Διὰ τὰ αὐτὰ est etiam linea recta λμ, æqualis rectæ κθ. *Decimus tertius.* Quæ eidem sunt æqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Recta ζκ, est æqualis rectæ κθ. Et recta λμ, est æqualis rectæ κθ. Ergo, Recta ζκ, est æqualis rectæ λμ. Explicatio. Minoris pars prior est conclusio syllogismi undecimi. Posterior est conclusio syllogismi duodecimi. *Decimus quartus.* Quæcunque eidem lineæ rectæ æquedistant, illæ etiam inter se æquedistant. Recta ζκ, æquedistat rectæ κθ, Et recta λμ, æquedistat rectæ κθ. Ergo, Recta ζκ, ęquedistat rectę λμ. Explicatio. Maior est propositio trigesima. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Decimus quintus.* Lineę rectę quę ęquales & ęquedistantes inter se lineas rectas ex eadem parte coniungūt, etiam ipsę ęquales inter se sunt & ęquedistantes. Recta ζκ, ęqualis est ęquedistans rectę λμ, & coniungunt eas ex eadem parte rectę lineę ζλ, κμ. Ergo, Recta ζλ, ęquedistat rectę κμ. Explicatio. Maior est propositio trigesima tertia. Minoris pars prior est conclusio syllogismi decimi tertij. Posterior est conclusio syllogismi decimi quarti. *Decimus sextus.* Parallelogrammon est figura quę rectis lineis ęquedistantibus continetur. Figura ζκμλ, continetur rectis lineis ęquedistantibus. Ergo, Figura ζκμλ, est parallelogrammon. Explicatio. Maior est definitio parallelogrammi. Minor est nota ex conclusionibus syllogismi decimi quarti, & decimi quinti. *Decimus septimus.* Si ęqualibus addita fuerint ęqualia, etiam quę sunt æqualia. Parallelogrammon ζθ, est æquale triangulo αβδ, & parallelogrammon θλ, est æquale triangulo δβγ. Ergo, Totum ζκμλ, parallelogrammon est æquale rectilineo αβγδ. Explicatio. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars utraque est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. τὸ συμπέρασμα. Parallelogrammon ζκμλ, est æquale rectilineo αβγδ, & angulus eius ζκμ, est æqualis dato angulo rectilineo ε. Dato igitur rectilineo, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

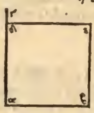
PROPOSIT. XLVI.

Problema.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

A data linea recta describere quadratum.

ἡ ἔκθεσις.



Sit linea recta data αβ ὁ διορισμός. A data linea recta αβ, describendum est quadratum. ἡ κατασκευή. Ducatur ex puncto α, lineæ rectæ αβ, ad angulos rectos recta linea αγ, fiat rectæ αβ, æqualis linea recta αδ. Per punctum δ, lineæ rectæ αβ, æquedistās ducatur recta linea δε. Item per punctum β, lineæ rectæ δε, ęquedistans ducatur linea recta βε. ὁ διορισμός. Dico quod figura αβεδ, est quadratum.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi septem.

Primus. Parallelogrammon est figura quæ rectis æquedistantibus lineis continetur. Figura αβεδ, continetur lineis rectis æquedistantibus. Ergo, Figura αβεδ, est parallelogrammon. Explicatio. Maior est definitio parallelogrammi. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Omnis parallelogrammon habet latera opposita æqualia inter se. Figura αβγδ, est parallelogrammon. Ergo, Recta δε, est æqualis rectæ αβ, & Recta βε, est æqualis rectæ αδ. Explicatio. Maior est propositio trigesima quarta. Minor est conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Quæ eidem sunt æqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Recta εβ, est æqualis rectæ αδ. Et recta αβ, est æqualis rectæ αδ. Ergo, Recta εβ, est æqualis rectę αβ. Quatuor &c. Rectæ αβ, βε, εδ,

Digitized by Google

βε, ιδ, δα, inter se sunt æquales. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi. Posterior est nota ἐκ τῶν κατασκευῶν. *Quartus.* Linea recta incidens in duas lineas rectas æquedistantes facit duos angulos interiores ex eadẽ parte ęquales duobus angulis rectis. Recta αδ, incidens in rectas æquedistantes lineas αϛ, δι, facit angulos ϛαδ, αδι. Ergo, Anguli βαδ, αδι, sunt æquales duobus angulis rectis. *Explicatio.* Maior est propositio 29. Minor est nota ἐκ τῶν κατασκευῶν. *Quintus.* Si ab æqualibus sublata fuerint æqualia, quæ relinquuntur, sunt æqualia. Anguli ϛαδ, αδι, sunt æquales duobus angulis rectis. Hinc tolle angulum βαδ, æqualem recto uni. Ergo, Manet angulus αδι, æqualis recto uni. Hoc est angulus αδι, est rectus. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi quarti. Posterior est nota ἐκ τῶν κατασκευῶν. *Sextus.* Omne parallelogrammon habet angulos oppositos inter se æquales. Figura αβιδ, est parallelogrãmon. Ergo, Angulus αβι, est æqualis angulo αδι. Et angulus βιδ, est æqualis angulo βαδ. Hoc est Vterque angulorum αβι, ιβδ, est rectus. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima quarta. Minor est conclusio syllogismi primi. *Septimus.* Quadratum est figura quadrilatera, æquilatera & rectangula. Figura quadrilatera αβιδ, est æquilatera & rectangula. Ergo, Figura αβγδ, est quadratum. *Explicatio.* Maior est definitio quadrati. Minoris pars prior est conclusio syllogismi tertij. Posterior est conclusio syllogismi quinti & sexti. τὸ συμπέρασμα. Figura αβιδ, est quadratum & est descripta à linea recta dato αβ. A data igitur linea recta &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSIT. XLVII.

Theorema.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις· τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ, τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

In triangulis rectangulis: quadratum lateris angulum rectum subtendentis, est æquale quadratis laterum, rectum angulum continentium.

ἡ ἔκθεσις.

Sit triangulus rectangulus αβγ, habens an-

gulum βαγ rectum. ὁ διορισμός. Dico quod quadratum lateris βγ, est æquale quadratis laterum βα, αγ. ἡ κατασκευή. Describatur à linea ϛγ, quadratum βδιγ. Item à linea βα quadratum βη. Præterea à linea αγ quadratum γθ. Ducatur per punctum α, alterutri linearum βδ, γι, æquedistans recta linea αλ. Ducantur duę lineæ rectæ αδ, ζγ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi nouem.

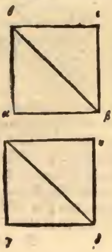
Primus. Quæcunque duæ lineæ rectæ, ad lineam aliquam rectam, & datum in ea punctum non in easdem partes sitæ, angulos duos ἐφεξῆς faciunt æquales duobus angulis rectis, illæ sunt ἐπ' εὐθείας altera alteri. Ad lineam rectam ϛα, & punctũ eius α, in diuersas partes sitæ lineæ rectæ γα, αθ, faciunt duos angulos ἐφεξῆς γαϛ, βαθ, æquales duobus angulis rectis. Ergo, Recta γα, est ἐπ' εὐθείας rectæ αθ. *Explicatio.* Maior est propositio decima quarta. Minor est nota ἐκ τῆς ὑποθέσεως, καὶ τῶν κατασκευῶν. *Secũdus* Διὰ τὰ αὐτὰ est linea recta βα, ἐπ' εὐθείας lineæ rectæ αθ. *Tertius.* Si æqualibus addita fuerint æqualia, etiã quæ fiunt, sunt iner se æqualia. Angulus δϛγ, est ęqualis angulo ζβα Et angulus αβγ est communis. Ergo, Angulus δϛα, est æqualis angulo ζβγ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est nota ἐκ τῶν κατασκευῶν, & definitione quadrati. *Quartus.* Quicunque duo trianguli habent duo latera duobus lateribus ęqualia alterum alteri: & angulum angulo æqualem qui æqualibus rectis lineis continetur: illi sunt inter se æquales. Trianguli αϛδ, ζϛγ, habent duo latera αβ, βδ, duobus lateribus ζβ, ϛγ, æqualia alterum alteri, latus αϛ, lateri ζβ, & latus βδ, lateri βγ. Et habent angulum αβδ, æqualem angulo ζβγ. Ergo, Triangulus αβδ, est æqualis triangulo ζβγ. *Explicatio.* Maior est propositio quarta. Minoris partes prima & secunda sunt notæ ἐκ τῶν κατασκευῶν, & definitione quadrati. Tertia est conclusio syllogismi tertij. *Quintus.* Omne parallelogrammon trianguli est duplum, si super eadem cõsistat basi, & in eisdem fuerit æquedistantibus lineis rectis. Parallelogrammon βλ, & triangulus αϛδ, habent basin eandem βδ, & sunt in eisdem rectis ęquedistantibus lineis αλ,

Digitized by Google

βδ. Ergo, Parallelogrãmon ζλ, eſt duplũ trianguli αβδ. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio quadrageſima prima. Minoris pars prior eſt per ſe nota. Poſterior eſt nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Sextus.* *Διὰ τὰ αὐτὰ* eſt quadratũ βκ, duplum trianguli ζβγ, baſis enim eſt linea βζ, æquediſtantes uero ζζ, γκ. *Septimus.* Quæ æqualium ſunt dupla, illa ſunt inter ſe æqualia. Triangulus αζγ, eſt æqualis triangulo ζβγ. Et trianguli αζδ, eſt duplum parallelogrammon βλ. Trianguli uero ζβγ, eſt duplum quadratum ζκ. Ergo, Parallelogrammon ζλ, eſt æquale quadrato ζκ. *Explicatio,* Maior eſt *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prima eſt concluſio ſyllogiſmi quarti. Secunda eſt cõcluſio ſyllogiſmi quinti. Tertia eſt concluſio ſyllogiſmi ſexti. *ἀλλὰ κατασκευή.* Ducantur lineę rectæ αι, ζκ. *ἡ ἀπόδειξις.* *Octauus.* Similiter iam demonſtrabimus triangulum αγι, eſſe æqualem triangulo κγβ, unius eſſe duplum parallelogrammon λγ, alterius uero quadratũ γθ, & ſic parallelogrammon λγ, eſſe æquale quadrato γθ. *Nonus,* Si æqualibus addita fuerint ęqualia, etiam quę fiunt ſunt ęqualia. Parallelogrammon βλ, eſt ęquale quadrato βκ, Et parallelogrãmon λγ, eſt ęquale quadrato γθ. Ergo, Totum βδιγ, quadratũ: eſt ęquale duobus quadratis βκ, γθ. *Explicatio.* Maior eſt *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior eſt cõcluſio ſyllogiſmi ſeptimi. Poſterior eſt cõcluſio ſyllogiſmi octaui. *τὸ συμπέρασμα.* Quadratum eſt βδιγ, deſcriptum à linea recta βγ, ęquale duobus quadratis βκ, γθ, quę à duabus lineis βα, αγ, ſunt deſcripta. In omni igitur triangulo rectangulo, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

Lemma primum.

Quæ ab æqualibus rectis lineis deſcripta ſunt quadrata: illa ſunt æqualia inter ſe.



ἡ ἔκθεσις.

Sint ęquales lineę rectę αβ, γδ. Et ſint ex eis quadrata αβεθ, γδκζ. *ὁ διορισμός.* Dico quod quadratum αβεθ, eſt ęquale quadrato γδκζ. *ἡ κατασκευή.* Ducantur lineę rectę θβ, ζδ.

ἡ ἀπόδειξις.

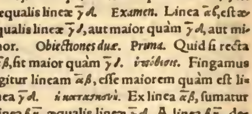
Syllogiſmi tres.

Primus. Quicunque duo trianguli habent duo latera duobus lateribus ęqualia alterum alteri, & angulum angulo ęqualem qui ęqualibus rectis lineis continetur, illi ſunt inter ſe ęquales. Trianguli θαβ, ζγδ, habent duo latera θα, αβ, ęqualia duobus lateribus ζγ, γδ, alterum alteri, latus θα, lateri ζγ, & latus αβ, lateri γδ. Et habent angulum θαβ, ęqualem angulo ζγδ. Ergo,. Triangulus θαβ, eſt ęqualis triangulo ζγδ. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio quarta. Minor eſt nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* & definitione quadrati. *Secundus.* *Διὰ τὰ αὐτὰ* eſt triangulus θβε, ęqualis triangulo ζδκ. *Tertius.* Si ęqualibus addita fuerint ęqualia, etiam quę fiunt ſunt æqualia. Triangulus θαβ, eſt æqualis triangulo ζγδ. & Triangulus θβε, eſt æqualis triangulo ζδκ. Ergo, Totum αβεθ, quadratum, eſt æquale quadrato γδκζ. *Explicatio.* Maior eſt *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior eſt concluſio ſyllogiſmi primi. Poſterior eſt concluſio ſyllogiſmi ſecundi. *τὸ συμπέρασμα.* Linea αβ, eſt æqualis lineæ γδ. Et ſunt quadrata αβεθ, γδκζ, inter ſe æqualia. Ab æqualibus igitur lineis, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

Lemma ſecundum.

Aequalium quadratorum, æqualia ſunt latera.

ἡ ἔκθεσις.



Sit quadratum αβεθ, æquale quadrato γδκζ. *ὁ διορισμός.* Dico quod linea αβ, eſt æqualis lineæ γδ. *Examen.* Linea αβ, eſt æqualis lineæ γδ, aut maior quàm γδ, aut minor. *Obiectiones duæ.* *Prima.* Quid ſi recta αβ, ſit maior quàm γδ. *ὑπόθεσις.* Fingamus igitur lineam αβ, eſſe maiorem quàm eſt linea γδ. *ἡ κατασκευή.* Ex linea αβ, ſumatur linea βκ, æqualis lineæ γδ. A linea βκ, deſcribatur quadratum βκλμ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi quinque.

Primus. Ab æqualibus rectis lineis deſcripta quadrata ſunt inter ſe æqualia. Linea βκ, eſt

æqualis

æqualis lineæ γδ. Ergo, Quadratum βκλμ, est æquale quadrato γδηζ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor est *ὑπόθεσις*. *Secundus.* Quæ eidem sunt æqualia illa etiam inter se sunt æqualia. Quadratum αβεθ, est æquale quadrato γδηζ. Et quadratũ βκλμ, est æquale quadrato γδηζ. Ergo, Quadratũ αβεθ, est æquale quadrato βκλμ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια*. Minoris pars prior est *ὑπόθεσις*. Posterior est conclusio syllogismi primi. *Solutio obiectionis.* *Tertius.* Si potest linea αβ, esse maior quàm linea γδ, potest etiam quadratum αβεθ, esse æquale quadrato βκλμ. Sed quadratum αβεθ, non potest esse æquale quadrato βκλμ. Ergo, Nec linea αβ, est maior quàm linea γδ. *Explicatio.* Maior est nota ex superioribus syllogismis. Minor est nota, quoniam totum est maius parte. *Quartus.* *Διὰ τὰ αὐτὰ* est linea αβ, non minor quam linea γδ. *Quintus.* Linea αβ, est æqualis lineæ γδ, aut maior quàm γδ, aut minor. Sed linea αβ, non est maior quàm linea γδ, neque item minor quàm γδ. Ergo, Linea αβ, est æqualis lineæ γδ. *Explicatio.* Maior est per se nota. Minoris pars prior est conclusio syllogismi tertij. Posterior est conclusio syllogismi quarti. *τὸ συμπέρασμα.* Quadratũ αβεθ, est æquale quadrato γδηζ, Et sunt illorum latera αβ, γδ, inter se æqualia. Aequalium igitur quadratorũ æqualia sunt latera, *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

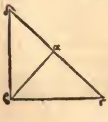
PROPOSIT. XLVIII.

Theorema.

Ἐὰν τριγώνου, τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον: ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις: ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστι.

Si quadratum unius lateris trianguli: fuerit æquale quadratis reliquorum duorum laterum: erit angulus quem reliqua illa duo trianguli latera continent rectus.

ἡ ἔκθεσις.



Sit quadratum lateris βγ, trianguli αβγ, æquale quadratis laterum βα, αγ. *ὁ διορισμός.* Dico quod angulus βαγ, est rectus. *ἡ κατασκευή.* Ducatur à puncto α, lineæ rectæ αγ, ad angulos rectos linea recta αδ. Fiat lineæ αδ, æqualis recta linea αβ. Ducatur linea recta δγ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi octo.

Primus. Quæ ab æqualibus rectis lineis describuntur quadrata, illa sunt inter se æqualia. Linea recta αδ, est æqualis lineæ rectæ αβ. Ergo, Quadratũ lineæ αδ est æquale quadrato lineæ αβ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Secundus.* Si æqualibus addita fuerint æqualia, etiam quæ fiunt sunt æqualia. Quadratum lineæ αδ, est æquale quadrato lineæ αβ. Et quadratum lineæ αγ, est commune. Ergo, Quadrata linearum δα, αγ, sunt æqualia quadratis linearum βα, αγ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est per se nota. *Tertius.* In omni triangulo rectangulo: quadratum lateris rectum angulum subtendentis, est æquale quadratis laterum rectum angulum continentium. Triangulus δαγ, habet angulum δαγ, rectum, quem subtendit linea γδ. Ergo, Quadratum lineæ δγ, est æquale quadratis linearũ δα, αγ. *Explicatio.* Maior est propositio quadragesima septima. Minor est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Quartus.* Quæ eidem sunt æqualia, illa etiam inter se sunt æqualia. Quadratum lineæ γδ, est æquale quadratis linearum δα, αγ. Et quadrata linearum βα, αγ, sunt æqualia quadratis linearum δα, αγ. Ergo, Quadratum lineæ γδ, est æquale quadratis linearũ βα, αγ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est cõclusio syllog. tertij. Posterior est conclusio syllogismi secundi. *Quintus.* Quæ eidem sunt æqualia, &c. Quadratũ lineæ γδ, est æquale quadratis linearum βα, αγ. Et quadratum lineæ βγ, est æquale quadratis linearum βα, αγ. Ergo, Quadratum lineæ γδ, est æquale quadrato lineæ βγ. *Explicatio.* Minoris pars prior est conclusio syllogismi quarti. Posterior est *ὑπόθεσις.* *Sextus.* Aequalium quadratorum, æqualia sunt latera. Quadratum lineæ γδ, est æquale quadrato lineæ βγ. Ergo, Linea γδ, est æqualis lineæ βγ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor est conclusio syllogismi quinti. *Septimus.* Quicunque duo trianguli habent duo latera duobus latribus æqualia alterum alteri, & basin æqualem basi, illi habent etiam angulum angulo æqualem, quem æquales continent li-

neq; rectę. Trianguli δαγ, βαγ, habent duo latera δα, αγ, ęqualia duobus lateribus βα, αγ, alterum alteri, latus δα, lateri αβ, & latus αγ, commune. Et habent basin δγ, ęqualem basi βγ. *Ergo*, Trianguli δαγ, βαγ, habent angulum βαγ, ęqualem angulo δαγ. *Explicatio.* Maior est propositio quarta. Minoris pars prima est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς*. Secunda est nota per se. Tertia est conclusio syllogismi sexti. *Octauus.* Quicunque angulus rectilineus est ęqualis angulo recto rectilineo ipse quoque est rectus. Angulus βαγ, est ęqualis angulo δαγ, recto. Ergo, Angulus βαγ, est rectus. *Explicatio.* Maior est *ἀντιστροφή*. Minor est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς*. & conclusio syllogismi septimi.

Finis libri primi.

Euclidis elementum secundum.

ΟΡΟΙ.

Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ ἓν παραλληλογράμμων ὁποιονοῦν, σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι; γνώμων καλείσθω.

DEFINITIONES

Omne parallelogrammum rectangulũ, contineri dicitur duabus lineis rectis: rectum angulum ambientibus.

Omnis figurę parallelogrammę, quoduis eorum parallelogrammorum quæ circa dimetientem sunt: unà cum duobus complementis: uocetur gnomon.

LEMMA.

Rectangula quæ æqualibus lineis rectis cõtinentur: sunt inter se æqualia.

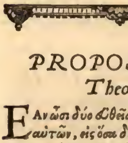
PROPOSITIO I.

Theorema.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν, εἰς ὅσα δηποτοῦν τμήματα: τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν: ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου, καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Datis duabus lineis rectis: quarũ altera in quotcunque partes sit secta: erit rectangulum, quod duæ illæ rectæ continent; æquale iis rectangulis, quæ continentur linea, quæ secta non est: & omnibus alterius lineæ segmentis.

ἡ ἔκθεσις.



Sint datæ duæ lineæ rectæ α, & βγ: & secetur recta βγ, in quotcunque partes, nempe in punctis δ, & ε. ὁ διορισμός. Dico quod rectangulum lineis α, & βγ contentũ: est ęquale rectãgulis quæ lineis α, & βδ: α, & δε: deniq; α, & εγ, continentur. ἡ κατασκευή. Ducatur à puncto β. rectæ βγ, ad angulos rectos, linea recta βζ: & fiat lineæ rectæ α, æqualis recta βη: præterea per punctum η, rectæ βγ, ducatur æque distans recta ηθ. Denique per puncta δ, ε, γ, rectæ βη, ducantur æquedistantes rectæ δκ, ελ, γθ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi undecim.

Primus. Parallelogrãmon est figura quam rectę ęquedistanteis continent. Figuras βθ, βκ, δλ, εθ, continent lineę rectę ęquedistanteis. Figurę igitur βθ, βκ, δλ, εθ, sunt parallelogramma. *Explicatio.* Maior est definitio parallelogrammi. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Recta incidens in rectas ęquedistantes facit angulos oppositos inter se ęquales. Recta βδ, incidit in rectas βη, δκ, ελ, ęquedistantes. Ergo, Anguli δβη, εδκ, γελ, sunt inter se ęquales. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima octaua, libri primi. Minor est nota ex delineatione. *Tertius.* Parallelogrammon rectangulum dicitur: cuius latera continent angulum rectum. Parallelogrammorum βθ, βκ, δλ, εθ, latera continent γβη, δβη, εδκ, γελ, angulos rectos. Ergo, Parallelogramma βθ, βκ, δλ, εθ, sunt rectangula. *Explicatio.* Maior est nota ex

definitione parallelogrammi. Minor eſt concluſio ſyllogiſmi ſecundi. *Quartus.* Figuræ parallelogrammę habent latera oppoſita inter ſe æqualia. Figuræ ϐκ, δλ, ſunt parallelogramma. *Ergo,* Figurarum βκ, δλ, latera δκ, ελ, ſunt æqualia lineæ βκ. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio trigeſima quarta primi libri. Minor eſt concluſio ſyllogiſmi primi. *Quintus.* Quæ eidem ſunt æqualia, illa inter ſe ſunt æqualia. Vtraque linearum δκ, ελ, eſt æqualis lineæ βκ, & eidem eſt æqualis lineæ α. *Ergo,* Vtraque linearum δκ, ελ, eſt ęqualis lineæ α. *Explicatio.* Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior eſt concluſio ſyllogiſmi quarti: pars poſterior eſt nota ex delineatione. *Sextus.* Quæ lineę rectæ duæ: duabus lineis rectis ſunt æquales altera alteri: illæ æqualia conſtituunt recta angula. Duæ rectæ γϐ, α, duabus rectis γβ, βκ, ſunt æquales altera alteri. Rectangulum igitur quod continent duæ lineæ rectæ γβ, βθ: hoc eſt rectangulum ϐθ, eſt æquale rectangulo, quod continent duæ lineæ γβ, α. *Explicatio.* Maior eſt lemma. Minor eſt nota ex delineatione. *Septimus.* Διὰ τὰ αὐτὰ rectãgulum, quod continent duæ lineæ δβ, βθ: hoc eſt βκ, æquale erit rectangulo quod continẽt duæ rectæ δϐ, α. Item rectangulum, quod continent duæ lineæ rectæ εδ, δκ: hoc eſt δλ, æquale erit rectangulo quod cõtinent duæ rectæ εδ, α. Denique rectangulum quod continent duæ lineæ rectæ γε, ελ: hoc eſt εθ, æquale erit reangulo, quod continent duæ rectæ γε, α. *Octauus.* Quæcunque inter ſe applicantur, illa ſunt æqualia. Rectangula βκ, δλ, εθ, applicantur rectangulo βθ. *Ergo,* Rectangula βκ, δλ, εθ, ſunt æqualia rectangulo βθ. *Explicatio.* Maior eſt communis ſententia. Minor eſt nota per ſe. *Nonus.* Si æqualibus addita fuerint æqualia: ea quæ fiunt erũt æqualia. Rectangulum cuius latera δβ, βθ: eſt æquale rectangulo cuius latera δβ, α. Deinde rectangulum cuius latera εδ, δκ, eſt æquale rectangulo, cuius latera εδ, α. Poſtremò rectangulum cuius latera γε, ελ: eſt æquale rectangulo, cuius latera γε, α. *Ergo,* Rectangula, quorũ latera ſunt δβ, βκ: εδ, δκ: γε, ελ: ſunt æqualia rectangulis quorum latera ſunt δβ, α: εδ, α: γε, α. *Explicatio.* Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minoris partes ſunt notæ ex ſyllogiſmis ſuperioribus. *Decimus* Quæ eidem ſunt æqualia: illa etiam inter ſe ſunt æqualia. Rectangula quorum latera ſunt δϐ, α: εδ, α: γε, α: ſunt æqualia rectangulis, quorum latera ſunt δϐ, βθ: εδ, δκ: γε, ελ. Item rectangulum cuius latera ſunt γϐ, ϐθ: eſt æquale rectangulis, quorum latera ſunt δβ, ϐκ: εδ, δκ: γε, ελ. *Ergo,* Rectangula quorum latera ſunt δβ, α: εδ, α: γε, α: ſunt æqualia rectangulo cuius latera ſunt γβ, ϐθ: hoc eſt rectangulo ϐθ. *Explicatio.* Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior eſt concluſio ſyllogiſmi noni. Poſterior nota eſt ex ſyllogiſmo ſexto & ſeptimo. *Vndecimus.* Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt ęqualia. Rectangulum cuius latera ſunt γϐ, ϐα: eſt ęquale rectangulo βθ. Item rectangula, quorum latera ſunt δβ, α: εδ, α: εγ, α: ſunt ęqualia rectangulo βθ. *Ergo,* Rectangulum cuius latera ſunt γβ, α: eſt ęquale rectangulis, quorum latera ſunt δϐ, α: εδ, α: γε, α. *Explicatio.* Maior eſt communis ſententia. Minoris pars prior eſt cõcluſio ſyllogiſmi ſexti, poſterior ſyllogiſmi decimi. *Concluſio.* Datis igitur duabus rectis, quarũ altera in quotcunque partes ſit ſecta: rectangulum quod duę illę lineę rectę continent, eſt ęquale rectangulis, quę linea non ſecta, & quouis ſegmento continentur. quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO II.

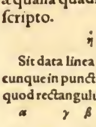
Theorema.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια: ἴσα ἐστι, τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Si recta linea utcunque ſecta fuerit: erunt quæ à tota & utroque ſegmentorum continentur rectangula: æqualia quadrato, à tota illa linea deſcripto.

ἡ ἔκθεσις.

Sit data linea recta αϐ: eaque ſecetur utcunque in puncto γ. *ὁ διορισμός.* Dico quod rectangulum lineis rectis αβ, ϐγ contentum: unà cum rectangulo quod lineis rectis βα, αγ continetur, ſint æqualia quadrato deſcripto à recta αβ. *ἡ κατασκευή.* Deſcribatur à linea recta αβ: quadratum αϐδε: & ducatur linea recta γζ: quæ æquediſtet rectæ αδ.



ἡ ἀπόδ

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi sex.

Primus. Quæcunque lineæ rectæ eiusdem sunt æquedistantes: etiam inter se sunt æquedistantes. Vtraque linearũ γζ, βι: æquedistat rectæ αδ. Ergo, Linea recta γζ, ęquedistat rectæ βι. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima libri primi. Minoris utraque pars est nota est delineatione. *Secundus.* Totum est æquale omnibus suis partibus. Rectangulum αι est totum: eius partes sunt duo rectangula αζ, & γι. Ergo, Rectangulum αι: est ęquale rectangulis αζ, γι. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor per se manifesta. *Tertius.* Quadratũ est quod & latera habet ęqualia, & angulos rectos. Rectangulũ αγ, est quadratum. Ergo, Latera eius omnia sunt inter se ęqualia. Latus αδ, lateri αβ: & αβ, lateri ει. *Explicatio.* Maior est definitio quadrati. Minor ex delineatione nota est. *Quartus.* Rectangula ęqualibus lineis rectis contenta: & ipsa sunt ęqualia. Linea recta ζα, est ęqualis lineę rectę αβ: & linea recta αγ, communis. Ergo, Rectangulum quod cõtinetur rectis αδ, γα: hoc est αζ, ęquale est rectangulo quod continetur rectis αβ, γα: hoc est rectangulum αδ, γα: est rectangulum quod cõtinetur tota αε, & altero segmento αγ. *Explicatio.* Maior est lẽma. Minor ex superioribus nota. *Quintus.* Διὰ τὰ αὐτὰ demonstrabimus rectangulum γι: esse quod continetur tota αβ, & segmento βγ. *Sextus.* Quę applicata inter se conueniunt sunt ęqualia. Rectangula quę continẽtur rectis βα, αγ, & αβ, βγ: applicata sunt quadrato αι. Ergo, Rectangula contenta rectis εα, αγ, & αβ, βγ: sunt ęqualia quadrato αι. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex syllogismis prioribus. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur linea recta secta fuerit utcunque: tum rectangulum, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSITIO III.

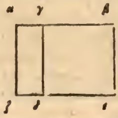
Theorema.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε· τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον· ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Si recta linea utcunque secetur: rectangulum quod continetur tota linea recta, & altero segmentorum: æquale est rectangulo segmentis contento, & quadrato à dicto segmento descripto.

ἡ ἔκθεσις.

Sit linea recta αε: eaque secetur utcunque in puncto γ. ὁ διορισμός. Dico quod rectangulum rectis αβ, εγ contentum: æquale sit rectangulo rectis αγ, γβ contento: & quadrato à βγ segmento descripto. ἡ κατασκευή. Describatur enim quadratũ à recta εγ: & sit γδ, ιε: postea ducatur ιδ ad punctum usque ζ: denique per pũctum α, lineis rectis γδ, βι ducatur ęquedistans recta αζ.



ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

Primus. Totum æquale est omnibus suis partibus. Rectangulum αι, est totum: eius partes sunt rectangula αδ, γι. Ergo, Rectangulum αι, est æquale rectangulis αδ, γι. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor per se nota. *Secundus.* Quadratum est quod angulos habet omnes rectos: & omnia latera æqualia. Rectangulum γι, est quadratum. Ergo, Latera βι, γδ, sunt æqualia lateri γβ. *Explicatio.* Maior est definitio quadrati. Minor ex delineatione nota. *Tertius.* Rectangula æqualibus lineis rectis contenta: sunt æqualia. Recta γβ, est æqualis rectæ βι, & αβ, communis. Ergo, Rectangulum αβ, ει, id est αι, est ęquale rectangulo αβ, βγ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor est partim ex secundi syllogismi conclusione: partim etiã per se nota. *Quartus.* Διὰ τὰ αὐτὰ etiam demonstrabitur, quod rectangulum αδ, sit illud quod rectis αγ, γβ, continetur. *Quintus.* Quę inter se applicata conueniunt: ęqualia sunt. Rectangula αδ, γι, applicata rectangulo αι, conueniunt. Ergo, Hęc rectangula αδ, γι, sunt ęqualia rectangulo αι. Verum rectangulum αδ, est quod segmentis lineę rectę datę continetur: & γι, est quadratum segmenti γβ, αι. Vero quod tota & segmento altero, nempe γε, continetur. Ergo, Rectangulum αβ, βγ, rectis contentum, ęquale est rectangulo αγ, γε, contento, &

quadrato segmenti γβ. τὸ συμπέρασμα. Si igitur recta aliqua, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

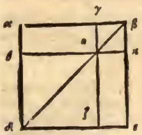
PROPOSIT. IIII.
Theorema.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον: ἴσον ἐστὶ τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Si recta linea, fuerit secta utcunque: tum quadratum à tota linea recta descriptum: æquale est quadratis ab ipsis segmentis descriptis, & rectangulo quod segmẽtis ipsis bis cõtinetur.

ἡ ἔκθεσις.

Sit data linea recta αβ, eaque, secetur utcunque in puncto γ. ὁ διορισμὸς. Dico quod quadratum à linea recta αϐ, descriptum, sit æquale quadratis quæ à rectis αγ, γϐ, describuntur: & rectangulo αγ, γβ, rectis bis contento. ἡ κατασκευή. Describatur à recta αϐ: quadratum αδεϐ. & fiat linea recta δβ: postea per punctum γ: rectis αδ, εϐ, ducatur æquedistans recta γζ. Item per punctum κ, inter sectionis duarum linearum: ducatur rectis αϐ, δε, æquedistans recta θκ.



ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi uiginti quatuor.

Primus. Si in duas rectas ęquedistantes incidat recta aliqua: faciet angulum externũ, angulo interno sibi opposito æqualem. Rectæ γζ, & αδ inter se æquedistant: & in eas incidit recta βδ. *Ergo*, Angulus ϐκγ, externus: angulo αδβ, interno sibi opposito est æqualis. *Explicatio*. Maior est propositio uigesima nona primi libri. Minor nota ex delineatione. *Secundus*. Quadratum est quod & rectangulum, & æquilaterum est. Figura αδεβ est quadratum. *Ergo*, Latera ϐα, αδ sunt æqualia. *Explicatio*. Maior est definitio quadrati. Minor ex delineatione nota. *Tertius*. Trianguli ęquicruri habẽt angulos ad basin, inter se æquales. Triangulus αδβ est ęquicrurus. *Ergo*, Anguli αϐδ, αδβ, sunt inter se æquales. *Explicatio*. Maior est propositio quinta libri primi. Minor nota ex secunda conclusione. *Quartus*. Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Angulus αβδ, est æqualis angulo αδβ: & eidem angulo αδβ, demonstratus est æqualis esse angulus ϐκγ. *Ergo*, Angulus αβδ, est æqualis angulo ϐκγ. *Explicatio*. Maior est communis sententia. Minoris pars prior conclusio syllogismi tertij: posterior conclusio syllogismi primi. *Quintus*. In triangulis si duo anguli fuerint æquales: etiam latera æquales angulos subtendentia sunt ęqualia. In triangulo ϐκγ: anguli βκγ, κβγ, sunt æquales. *Ergo*, Latera γκ, γβ, erunt æqualia. *Explicatio*. Maior est propositio sexta primi libri. Minor conclusio syllogismi quarti. *Sextus*. Parallelogramma habent latera opposita æqualia. Est parallelogrammon γκ. *Ergo*, Latera opposita sunt æqualia κη, γϐ, æqualia: & γη, βκ, æqualia. *Explicatio*. Maior est propositio trigesima quarta primi. Minor est ipsa ὑπόθεσις. *Septimus*. Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Latus κη, est æquale lateri γβ: & γκ, eidem lateri γβ, æquale. *Ergo*, κη etiam est æquale γκ. *Explicatio*. Maior est cõmunis sententia. Minoris pars prior conclusio syllogismi sexti: posterior conclusio syllogismi quinti. *Octauus*. Διὰ τὰ αὐτὰ demonstrabitur quod lateri ηγ, sit ęquale latus βκ. Omnia igitur latera sunt inter se æqualia. *Nonus*. Quadratum est, quod & æquilaterum, & rectangulum est. Figura κε, est quadratum. *Ergo*, Angulus αβε, est rectus. *Explicatio*. Maior definitio quadrati. Minor nota delineatione. *Decimus*. Si in duas rectas æquedistantes incidit recta aliqua: ea faciet angulos internos ex eadem parte positos duobus rectis ęquales &c. Rectæ γη, ϐκ, sunt æquedistãtes: & in eas incidit recta γβ. *Ergo*, Anguli κβγ, ηγβ, sunt duobus rectis æquales. *Explicatio*. Maior propositio uigesima nona primi libri. Minor nota per se. *Vndecimus*. Angulus rectilineus æqualis angulo recto, & ipse rectus est. Angulus κϐγ, est rectus, quia angulus quadrati: & ei est æqualis angulus ηγϐ. *Ergo*, Et ipse angulus κγϐ, est rectus. *Duodecimus*. Parallelogramma habent angulos oppositos æquales. Parallelogrãmon est figura γηκβ. *Ergo*, Anguli oppositi sunt æquales: angulus ηγβ, ęqualis angulo ηκβ: & angulus γηκ, ęqualis angulo κβγ. *Explicatio*. Maior est propositio

ſtio trigeſima quarta primi libri. Minor eſt nota ex delineatione. *Decimus tertius.* Omnis angulus rectilineus æqualis recto, & ipſe rectus eſt. Anguli κγβ, κβγ, ſunt recti: & illis demonſtrati ſunt æquales anguli γθκ, εκβ. Ergo, Et ipſi ſunt recti. *Explicatio.* Maior eſt communis ſententia. Minor patet ex concluſionibus ſuperioribus. *Decimus quartus.* Omnis figura quadrilatera rectãgula & æquilatera, eſt quadratum, λθκζ, figura, demonſtrata eſt rectangula & æquilatera. Ergo, γθκβ, figura eſt quadratum: & eſt deſcriptum à ſegmento γβ. *Decimus quintus.* Διὰ τὰ αὐτὰ demonſtrabitur quod δζ, figura ſit quadratum, deſcriptum à ſegmento αγ. *Decimus ſextus.* Rectangula æqualibus lineis rectis contenta: & ipſa ſunt æqualia. Linea αγ, eſt æqualis lineæ θκ. Ergo, Rectangulum quod αγ, continetur: eſt æquale rectangulo quod θκ, continetur, id eſt, rectangulo δζ. Hoc eſt, δζ, figura eſt quadratum, à recta αγ, deſcriptum. *Explicatio.* Maior eſt lemma. Minor eſt concluſio ſyllogiſmi decimi ſexti. *Decimus ſeptimus.* In omni parallelogrammo, complementa eorum, quę circa diametrum ſunt parallelogrammorum: ſunt inter ſe ęqualia. Parallelogrammi αδεζ, circa diametrum ſunt δθ, κβ, parallelogramma: eorum complementa ſunt ακ, θε. Ergo, ακ, θε, complementa ſunt inter ſe æqualia. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio quadrageſima quarta primi libri. Minor nota per ſe. *Decimus octauus.* Rectangula æqualibus lineis rectis cõtenta: & ipſa ſunt æqualia. Linea κγ, eſt æqualis lineæ γζ, & αγ, communis. Ergo, Rectangulum αγ, γκ, rectis contentum: æquale eſt rectangulo αγ, γβ, rectis contento. *Explicatio.* Maior eſt lemma. Minor nota ex ſuperioribus. *Decimus nonus.* Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Quod continetur rectis αγ, γβ: eſt æquale ei quod continetur rectis αγ, γκ: & huic eidem eſt æquale κε, rectangulum. Ergo, θε, rectangulum, eſt æquale rectangulo αγ, γβ, rectis contento. *Explicatio.* Maior eſt communis ſententia. Minor nota ex ſuperioribus. *Vigeſimus.* Duplum eſt quod continet duo æqualia. Rectangulum ακ, eſt æquale rectangulo κε. Ergo, αθ, θε: coniuncta, conſtituunt duplum rectanguli ακ. *Explicatio.* Maior eſt definitio dupli. Minor nota per ſe. *Vigeſimus primus.* Διὰ τὰ αὐτὰ demonſtrabitur quod rectangulum αγ, γζ, rectis contentum bis, ſit duplum unius, quod αγ, γβ, continetur ſemel. *Vigeſimus ſecundus.* Quę eiuſdem ſunt dupla: inter ſe ſunt æqualia. Complementa αθ, κε, ſunt dupla rectanguli ακ: & eiuſdem duplum eſt rectangulum, quod αγ, γβ, ſegmentis continetur bis. Ergo, Quod αγ, γζ: rectis continetur bis, eſt æquale complementis αθ, θε. *Explicatio.* Maior eſt communis ſententia. Minor nota ex ſuperioribus. *Vigeſimus tertius.* Quæ applicata conueniunt: ſunt æqualia αθ, θε, δζ, γε, applicata quadrato αε, conueniunt. Ergo, Sunt inter ſe æqualia: nempe hæc quatuor ακ, κε, rectangula: & δζ, γε, quadrata. *Explicatio:* Maior eſt communis ſententia. Minor nota ex ſuperioribus. *Vigeſimus quartus.* Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Quadratum αε, eſt æquale rectãgulis ακ, κε, & quadratis δζ, γκ, ſed eiſdem æqualia ſunt rectangulum bis duobus ſegmentis αγ, γζ, contentum: & duo quadrata ab αγ, γβ, ſegmentis deſcripta. Ergo, Quadratum αε, à tota linea recta αβ, deſcriptum: eſt æquale rectangulo, quod rectis αγ, γβ, bis continetur: & quadratis ab αγ, γζ, ſegmentis deſcriptis. τὸ συμπέρασμα. Si igitur linea recta, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

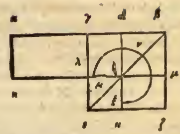
PROPOSITIO V.
Theorema.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα: τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον: μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου: ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Si linea recta, ſecta fuerit in partes æquales & partes inæquales: tum rectangulum quod continetur ſegmentis inæqualibus totius lineæ rectæ datæ: una cum quadrato eius quod inter ipſa ſegmenta eſt: æquale erit quadrato à dimidia linea recta deſcripto.

ἡ ἔκθεσις.

Sit data linea recta αβ: eaque ſecetur in partes quidem æquales ad punctum γ. in partes uero inæquales ad punctum δ. ὁ διορισμὸς. Dico quod rectangulum αδ, δβ, rectis contentum, cum quadrato à recta γδ deſcripto: æquale ſit quadrato à dimidia γβ, deſcripto. ἡ κατασκευή. Deſcribatur à recta



ϛγ, quadratum γεζβ: & fiat recta ϛε: postea per pūctum ϛ: rectis γε, ϛζ ducatur ęquedistans δν: per punctum etiam ϛ: rectis γβ, εζ ducatur ęquedistans recta κμ. adhęc per punctum α: rectis γλ, ϛμ ducatur ęquedistans ακ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuordecim.

Primus. Parallelogrammorum quæ sunt circa diametrum complementa: sunt inter se æqualia. Parallelogrammorum δμ, λκ, complementa sunt γθ, θζ. *Ergo*, Illa complementa γθ, θζ, sunt inter se æqualia. *Explicatio.* Maior est propositio quadragesima quarta primi. Minor per se nota ex delineatione. *Secundus.* Si æqualibus addas æqualia, uel cōmunia: quæ fiunt erunt æqualia. Complementa γθ, θζ, sunt inter se æqualia: his adde δμ, commune. *Ergo*, γμ, rectangulum erit æquale rectangulo δζ. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Parallelogramma super basibus æqualibus cōstituta: & inter easdem æquedistantes lineas rectas: sunt inter se æqualia. Parallelogrāma αλ, γμ, sunt super æqualibus basibus αγ, γϛ, constituta: & inter easdem æquedistantes lineas rectas αϛ, λμ. *Ergo*, Hæc parallelogramma αλ, & γμ, sunt inter se æqualia. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima sexta primi libri. Minor est ὑπόθεσις. *Quartus.* Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Rectangulum δζ, est æquale rectangulo γμ: & eidem est etiam æquale rectangulum αλ. *Ergo*, Rectangula αλ, δζ, sunt inter se æqualia. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor conclusio syllogismi tertij. *Quintus.* Si æqualibus addas æqualia uel cōmunia; quæ fiunt erunt æqualia. Rectangulis αλ, δζ, æqualibus: addatur commune rectangulum γθ. *Ergo*, Totum rectangulum αθ: est æquale toti rectangulo δζ, & γθ, rectangulo. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor conclusio syllogismi quarti. *Sextus.* In quadratis figuris, ea quæ circa diametrum sunt parallelogramma: quadrata sunt. Figura γζ, est quadratum. *Ergo*, δμ, λν, quæ circa diametrum sunt parallelogramma: quadrata erunt. *Explicatio.* Maior est πόρισμα præcedentis propositionis. Minor per se nota ex delineatione. *Septimus.* Quadratorum latera inter se sunt æqualia. Figura δμ, est quadratum. *Ergo*, Latera eius ϛβ, ϛθ, sunt inter se æqualia. *Explicatio.* Maior est definitio quadrati. Minor conclusio syllogismi sexti. *Octauus.* Aequalium rectarum, æqualia sunt rectangula. Rectæ δβ, & δθ, sunt æquales, & est communis αδ. *Ergo*, Rectangulum quod continetur rectis αδ, δθ, est æquale rectangulo, quod continetur rectis αδ, δβ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor conclusio syllogismi septimi. *Nonus.* Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Rectangulo αθ, est æquale rectangulum, quod rectis αδ, δβ, cōtinetur: & eidem est æquale δζ, & γθ: hoc est μνξ, gnomon. *Ergo*, Rectangulum quod rectis seu segmentis αδ, δϛ, continetur: est æquale gnomoni μνξ. *Explicatio.* Maior est communis sententia Minoris pars prior est conclusio syllogismi octaui: posterior conclusio syllogismi quinti. *Decimus.* Parallelogrammorum latera opposita: sunt inter se æqualia. Figura γθ, est parallelogrammon. *Ergo*, Latera eius γδ, λθ, opposita, sunt inter se æqualia. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima quarta primi libri. Minor nota est ex delineatione. *Vndecimus.* Aequalium linearum, æqualia sunt quadrata. Rectæ γδ, λθ, sunt æquales. *Ergo*, Quadratum λθ, rectæ, est æquale quadrato γδ. hoc est λκ, quadratum, est æquale descripto quadrato à γδ, linea recta quæ inter segmenta est posita. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor nota ex syllogismi decimi conclusione. *Duodecimus.* Si æqualibus addas æqualia uel communia: quæ fiunt sunt æqualia. Rectangulum quod cōtinetur rectis αδ, δϛ, est ęquale gnomoni μνξ, adde quadratū λκ, quod est æquale quadrato à recta γδ, inter media descripto. *Ergo*, Rectangulum quod continetur rectis αδ, δβ: & quadratum λκ: hæc inquam sunt æqualia gnomoni μνξ, & quadrato λκ. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor est conclusio syllogismi noni. *Decimus tertius.* Quæ inter se applicata conueniunt: sunt æqualia. Quadrata γεζβ, applicantur gnomoni μνξ, & quadratum λκ, eique conueniunt. *Ergo*, μνξ, gnomō, & quadratum λκ, sunt æqualia quadrato γεζβ, à dimidia γϛ, descripto. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor

nota

nota per ſe. *Decimus quartus.* Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Quadratum γεζβ, quod eſt à dimidia γβ, deſcriptum: eſt æquale gnomoni μνξ, & quadrato λθ, à γδ, recta deſcripto: & eidem æquale eſt rectangulum rectis κδ, θζ: quæ ſunt ſegmenta lineæ datæ inæqualia, contentum, & quadratum λθ, à linea inter ſegmenta poſita, deſcriptum. Ergo, Rectangulum αδ, δβ, & quadratum à γδ, deſcriptum: ſunt æqualia quadrato à linea γβ, deſcripto. *Explicatio.* Maior eſt communis ſententia. Minor ex ſuperioribus ſyllogiſmis nota. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur recta aliqua ſecta fuerit, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

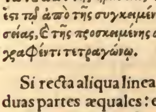
PROPOSITIO VI.
Theorema.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμηθῇ δίχα· προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας· τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον· μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας, καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Si recta aliqua linea fuerit ſecta in duas partes æquales: eique addatur aliqua alia linea recta ex æquo poſita: tum rectangulum quod continetur tota cum adiecta, & ipſa adiecta: una cum quadrato dimidiæ: erit æquale quadrato quod deſcribitur à cōpoſita linea ex dimidia & adiecta, ac ſi eſſet una tantum linea recta.

ἡ ἔκθεσις.

Sit data linea recta αβ: eaque ſit ſecta in duas partes æquales in puncto γ, eique addatur ex æquo recta βδ. *ὁ διορισμός.* Dico quod rectangulum rectis αδ, δβ, contētum: cum quadrato à γβ, deſcripto, ſit ęquale quadrato à γδ, recta deſcripto.



ἡ κατασκευή. Deſcribatur à recta γδ, quadratum γεζδ: & ſiat linea recta δε: & per punctum β: rectis εγ, δζ, ducatur æquediſtans recta βη. Præterea per punctum θ: rectis αβ, εζ: ducatur æquediſtans recta κμ, denique per punctum, α, rectis γλ, δμ, ducatur æquediſtans ακ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi quatuordecim.

Primus. Aequalium rectarum: æqualia ſunt rectangula. Recta αγ, eſt æqualis rectę γβ. Rectangulum igitur αλ: erit æquale rectangulo γθ. *Explicatio.* Maior eſt lemma. Minor *ὑπόθεσις.* *Secundus.* Parallelogrammorum quæ circa diametrum ſunt complementa: ſunt inter ſe æqualia. Parallelogramma θμ, & λη, ſunt circa diametrum: eorumque complementa ſunt γθ, θζ. Ergo, Complementa γθ, θζ, ſunt inter ſe æqualia. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio quadrageſima quarta primi libri. Minor ex delineatione nota. *Tertius.* Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Rectangulo γθ, eſt æquale rectangulum θζ: & eidem etiam æquale eſt rectangulum αλ. Ergo, Rectangulum θζ eſt æquale rectangulo αλ. *Explicatio.* Maior eſt communis ſententia. Minor eſt concluſio ſuperiorum ſyllogiſmorum. *Quartus.* Si æqualibus addas æqualia, uel communia: ea quæ ſiunt erunt æqualia. Rectangulum αλ, eſt æquale rectangulo θζ, his adde γμ, commune. Ergo, Totum αμ, rectangulum: erit æquale rectangulis γμ, & θζ, hoc eſt gnomoni νξο. *Explicatio.* Maior eſt communis ſententia. Minor concluſio ſyllogiſmi tertij. *Quintus.* Quadratorum quæ circa diametrū ſunt parallelogramma ſunt quadrata βμ, & λη, parallelogramma ſunt circa diametrum quadrati γεζδ. Ergo, Et ipſa βμ, & ηλ, quadrata ſunt. *Explicatio.* Maior eſt corollarium propoſitionis quartę libri ſecundi. Minor ex delineatione nota. *Sextus.* Quadratorum latera ſunt inter ſe æqualia. Quadratum eſt βμ. Ergo, Latera eius βδ, δμ, ſunt æqualia. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio quadrageſima ſexta libri primi. Minor concluſio ſyllogiſmi quinti. *Septimus.* Aequalium rectarum, æqualia ſunt rectangula. Rectæ βδ, δμ, ſunt æquales, & eſt communis αδ. Ergo, Rectangulum αδ, δβ, rectis contentum: eſt æquale rectangulo αδ, δμ, rectis contento. *Explicatio.* Maior eſt lemma. Minor concluſio ſyllogiſmi ſexti. *Octauus.* Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Rectangulum αδ, δβ, rectis contentum: eſt æquale re-

ctangulo αμ: & eidem est æqualis gnomon νξο. Ergo, Rectangulum αθ, δζ, rectis contentum: est æquale gnomoni νξο. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor ex superioribus nota. *Nonus.* Si æqualibus addas æqualia, uel communia: quæ fiunt erunt æqualia. Rectangulum αθ, δβ, est æquale gnomoni νξο, adde λν, quadratum commune. *Ergo,* Rectangulum αδ, δβ: & quadratum λν: sunt æqualia gnomoni νξο, & quadrato λν. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor conclusio syllogismi octaui. *Decimus.* Parallelogrammorum latera opposita: sunt inter se æqualia. Figura γθ, est parallelogrammon. *Ergo,* γβ, & λθ, latera opposita sunt inter se æqualia. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima quarta primi libri. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Vndecimus.* Aequalium linearum æqualia sunt quadrata. Recta γβ, est æqualis rectæ λθ. *Ergo,* Quadratum λν, est æquale quadrato à γβ, recta descripto. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor nota per se. *Duodecimus.* Si æqualibus addas æqualia uel cõmunia: quæ fiunt erunt æqualia. Rectangulum αθ, δβ, est æquale gnomoni νξο: adde λν, quadratum, æquale quadrato à recta γβ, descripto. *Ergo,* Rectangulum αθ, δβ, & quadratum à γβ, descriptum: est æquale gnomoni νξο, & quadrato à γβ, descripto. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor ex superioribus nota. *Decimus tertius.* Quæ inter se applicata conueniunt sunt æqualia. Gnomon νξο, & λν quadratum: applicata sunt γεζδ, quadrato, à recta γδ, descripto. *Ergo,* Gnomon νξο, & λν quadratum: sunt æqualia quadrato γζ, à recta γδ, descripto. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor est conclusio syllogismi duodecimi. *Decimus quartus.* Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Rectangulum αδ, δζ: & quadratum à γβ, descriptum: sunt æqualia gnomoni νξο, & quadrato λν, eisdem uero est æquale quadratum γζ, à γδ, descriptum. *Ergo,* Rectãgulum αθ, δβ, rectis contentum, cum quadrato à recta βγ, descripto: sunt æqualia quadrato à recta γδ, descripto. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minoris pars prior conclusio syllogismi duodecimi. Posterior conclusio syllogismi decimi tertij. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur recta aliqua secta fuerit, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSITIO VII.

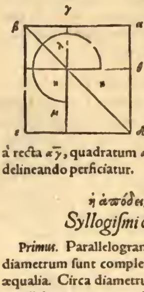
Theorema.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε· τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων τὰ συναμφότερα τετράγωνα· ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Si recta aliqua linea fuerit secta ut cunque: tum quadratum quod describitur à tota, & quadratum quod ab uno segmento describitur: hæc duo quadrata, æqualia sunt rectangulo, quod bis continetur tota linea recta, & prædicto segmento: & quadrato quod describitur à reliquo segmento.

ἡ ἔκθεσις.

Sit data linea recta αβ, eaque diuidatur ut cunque in puncto γ. *ὁ διορισμός.* Dico quod quadrata à rectis αβ, βγ, descripta: sint æqualia rectãgulo, quod bis continetur rectis αβ, βγ: & quadrato à recta αγ, descripto. *ἡ κατασκευή.* Describatur à recta αγ, quadratum αδεβ: & figura ipsa delineando perficiatur.



ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi decem.

Primus. Parallelogrammorum quæ circa diametrum sunt complementa: sunt inter se æqualia. Circa diametrum βδ: sunt βκ, κδ, parallelogramma: complementa uero ακ, κε. Ergo, ακ, κε, sunt inter se æqualia. *Explicatio.* Maior est propositio quadragesima quarta primi libri. Minor ex delineatione nota. *Secundus.* Si æqualibus addas æqualia uel communia: quæ fiunt erunt æqualia. Complementa ακ, κε, sunt æqualia: illis adde γζ, commune parallelogrammon. *Ergo,* Totum αζ, est æquale toti γε. Maior est communis sententia. Minor nota ex syllogismo primo. *Tertius.* Duplum est quod continet duo æqualia. Rectangulum αζ, est æquale rectangulo γε. Ergo, αζ, γε, rectangula sunt

dupla

dupla rectanguli $\overline{\alpha\zeta}$. *Explicatio.* Maior est communis sententia, aut definitio dupli. Minor conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Quæ inter se applicata conueniunt: sunt etiam æqualia inter se. Gnomon $\overline{\kappa\lambda\mu}$: & quadratum $\overline{\gamma\zeta}$: applicata rectangulis $\overline{\alpha\zeta}, \overline{\gamma\iota}$, conueniunt. Ergo, Gnomon $\overline{\kappa\lambda\mu}$, & quadratum $\overline{\gamma\zeta}$, sunt æqualia rectangulis $\overline{\alpha\zeta}, \overline{\gamma\iota}$. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor nota per se. *Quintus.* Si prima magnitudo fuerit æqualis magnitudini secundæ: secunda dupla tertiæ: erit etiam prima dupla tertiæ. Gnomon $\overline{\kappa\lambda\mu}$, & quadratum $\overline{\gamma\zeta}$, sunt æqualia rectãgulis $\overline{\alpha\zeta}, \overline{\gamma\iota}$. Rectangula $\overline{\alpha\zeta}, \overline{\gamma\iota}$, sunt dupla rectanguli $\overline{\alpha\zeta}$. Ergo, Gnomon $\overline{\kappa\lambda\mu}$, & quadratum $\overline{\gamma\zeta}$, sunt dupla rectanguli $\overline{\alpha\zeta}$. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior est conclusio syllogismi quarti: altera conclusio syllogismi tertij. *Sextus.* Quæ eiusdem sunt dupla: illa inter se sunt æqualia. Gnomõ $\overline{\kappa\lambda\mu}$, & quadratum $\overline{\gamma\zeta}$, sunt dupla rectanguli $\overline{\alpha\zeta}$: eiusdem uero duplum est rectangulum quod rectis $\overline{\alpha\beta}, \overline{\beta\gamma}$, bis continetur. Ergo, Gnomon $\overline{\kappa\lambda\mu}$, & quadratum $\overline{\gamma\zeta}$: sunt æqualia rectangulo, quod rectis $\overline{\alpha\beta}, \overline{\beta\gamma}$, bis continetur. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor nota ex superioribus syllogismis. *Septimus.* Si æqualibus addas æqualia uel communia: quæ fiunt erunt æqualia. Rectangulum quod rectis $\overline{\alpha\beta}, \overline{\beta\gamma}$, bis continetur: est æquale gnomoni $\overline{\kappa\lambda\mu}$, & quadrato $\overline{\gamma\zeta}$: adde commune quadratum $\overline{\delta\pi}$, quod est descriptum à recta $\overline{\alpha\gamma}$. Vt superioribus propositionibus est demonstratum. Ergo, Rectangulum quod rectis $\overline{\alpha\beta}, \overline{\beta\gamma}$, bis continetur, & quadratum $\overline{\delta\pi}$: sunt æqualia gnomoni $\overline{\kappa\lambda\mu}$, & quadratis $\overline{\gamma\zeta}, \overline{\delta\pi}$. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor conclusio syllogismi quinti. *Octauus.* Quæ inter se applicata conueniunt: æqualia etiam sunt. Gnomon $\overline{\kappa\lambda\mu}$, & quadrata $\overline{\beta\pi}, \overline{\pi\delta}$: applicata quadratis $\overline{\alpha\zeta\iota\epsilon}, \overline{\gamma\zeta}$, conueniunt. Ergo, Gnomon $\overline{\kappa\lambda\mu}$, & quadrata $\overline{\beta\pi}, \overline{\pi\delta}$: sunt æqualia quadratis $\overline{\alpha\delta\pi\beta}, \overline{\gamma\zeta}$. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor nota per se. *Nonus.* Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Gnomon $\overline{\kappa\lambda\mu}$, & quadrata $\overline{\beta\pi}, \overline{\pi\delta}$: sunt æqualia quadratis $\overline{\alpha\delta\pi\beta}, \overline{\gamma\zeta}$: eisdem uerò, æqualia sunt, quadrata à rectis $\overline{\alpha\beta}, \overline{\beta\gamma}$, descripta. Ergo, Gnomon $\overline{\kappa\lambda\mu}$, & $\overline{\beta\pi}, \overline{\pi\delta}$, quadrata: sunt æqualia quadratis à rectis $\overline{\alpha\beta}, \overline{\beta\gamma}$, descriptis. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor conclusio syllogismi septimi. *Decimus.* Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Rectangulum quod bis continetur rectis $\overline{\alpha\beta}, \overline{\beta\gamma}$, cum quadrato $\overline{\alpha\gamma}$, est æquale gnomoni $\overline{\kappa\lambda\mu}$, & quadrato $\overline{\beta\pi}$: eidem gnomoni & quadrato: æqualia sunt quadrata à rectis $\overline{\alpha\beta}, \overline{\beta\gamma}$, descripta. Ergo Rectangulum quod bis cõtinetur rectis $\overline{\alpha\beta}, \overline{\beta\gamma}$, cum quadrato $\overline{\alpha\gamma}$: sunt æqualia quadratis à rectis $\overline{\alpha\beta}, \overline{\beta\gamma}$, descriptis. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minoris pars prior est conclusio syllogismi sexti: altera syllogismi octaui. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur recta aliqua secta fuerit, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSIT. VIII.

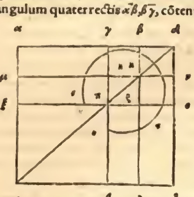
Theorema.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμηθῇ ὡς ἔτυχε· τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου· ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Si linea recta, secta fuerit ut cunque: rectangulum quod quater continetur tota & uno segmento: cum quadrato reliqui segmenti: æquale est quadrato, quod describitur à tota & prædicto segmento, ac si esset ab una recta linea descriptum.

ἡ ἔκθεσις.

Sit data linea recta $\overline{\alpha\beta}$: eaque secetur utcunque in puncto $\overline{\gamma}$. *ὁ διορισμός.* Dico quod rectangulum quater rectis $\overline{\alpha\beta}, \overline{\beta\gamma}$, cõtentum:



cum quadrato $\overline{\alpha\gamma}$, sit æquale quadrato à rectis $\overline{\alpha\beta}, \overline{\beta\gamma}$, tanquam ab una linea descripto. *ἡ κατασκευή.* Extendatur recta $\overline{\beta\delta}$, ita ut ex æquo posita sit rectæ $\overline{\beta\delta}$. Deinde rectæ lineæ $\overline{\gamma\beta}$: fiat æqualis recta $\overline{\beta\delta}$. Postea describatur à recta $\overline{\alpha\delta}$, quadratum $\overline{\alpha\epsilon\zeta\delta}$: denique

duplici delineatione perficiatur figura.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi triginta quatuor.

Primus. In omni parallelogrammo latera oppoſita ſunt inter ſe æqualia. Parallelogramma ſunt $\overline{\gamma\kappa}, \overline{\kappa\lambda}$. Ergo, Latera oppoſita $\overline{\gamma\zeta}, \overline{\nu\kappa}$, & $\overline{\beta\delta}, \overline{\kappa\nu}$, ſunt inter ſe æqualia. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio trigeſima quarta primi libri. Minor nota eſt per ſe. *Secundus.* Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Recta $\overline{\gamma\beta}$, eſt æqualis rectæ $\overline{\beta\delta}$: & eidem etiam eſt æqualis recta $\overline{\kappa\nu}$. Ergo, Recta $\overline{\gamma\zeta}$, eſt æqualis rectæ $\overline{\kappa\nu}$. *Explicatio.* Maior eſt communis ſententia. Minor partim ὑπόθεσις: partim concluſio ſyllogiſmi primi. *Tertius.* Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe æqualia ſunt. Recta $\overline{\nu\kappa}$, eſt æqualis rectæ $\overline{\gamma\beta}$: & recta $\overline{\kappa\nu}$, eſt ęqualis eidem $\overline{\gamma\beta}$. Ergo, Et $\overline{\nu\kappa}$, recta: eſt æqualis $\overline{\kappa\nu}$, rectæ. *Explicatio.* Maior eſt communis ſententia. Minoris pars prior cõcluſio ſyllog. primi: pars poſterior concluſio ſyllogiſmi ſecundi. *Quartus.* Διὰ τὰ αὐτὰ &c. demonſtrabitur quod $\overline{\pi\rho}$, ſit æqualis $\overline{\rho o}$. *Quintus.* Parallelogramma ſuper ęqualibus baſibus: & inter eaſdem lineas rectas ęquediſtantes poſita: ſunt inter ſe ęqualia. Parallelogramma $\overline{\gamma\kappa}, \overline{\kappa\delta}$, ſunt conſtituta ſuper baſibus æqualibus $\overline{\gamma\beta}, \overline{\beta\lambda}$: & ſunt inter eaſdem ęquediſtantes rectas $\overline{\gamma\delta}, \overline{\nu\nu}$. Ergo, Parallelogramma $\overline{\gamma\kappa}, \overline{\kappa\delta}$, ſunt inter ſe ęqualia. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio trigeſima ſexta primi libri. Minoris pars prior nota eſt ex delineatione. Secunda concluſio eſt ſyllogiſmi tertij. Tertia nota ex delineatione. *Sextus.* Διὰ τὰ αὐτὰ &c. Demonſtrabitur quod parallelogrammon $\overline{\kappa\rho}$: ſit ęquale parallelogrammo $\overline{\rho\nu}$. *Septimus.* Parallelogrammorum quę ſunt circa diametrum complemeta: ſunt inter ſe æqualia. Parallelogrammon eſt $\overline{\gamma o}$: circa diametrum eius ſunt $\overline{\kappa\rho}, \overline{\kappa\delta}$, parallelogramma: eorum complementa ſunt $\overline{\gamma\kappa}, \overline{\rho\nu}$. Ergo, Complementa $\overline{\gamma\kappa}, \overline{\rho\nu}$, ſunt inter ſe æqualia. *Explicatio.* Maior propoſitio quadrageſima tertia primi libri. Minor ex delineatione nota. *Octauus.* Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Parallelogrãmon $\overline{\kappa\rho}$, eſt æquale parallelogrammo $\overline{\rho\nu}$: & eidem $\overline{\rho\nu}$, eſt æquale complementum $\overline{\gamma\kappa}$. Ergo, $\overline{\kappa\rho}$, & $\overline{\gamma\kappa}$, ſunt inter ſe æqualia. *Explicatio.* Maior eſt communis ſententia. Minor nota eſt ex ſyllogiſmo ſexto & ſeptimo. *Nonus.* Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia $\overline{\kappa\rho}$, eſt æquale $\overline{\gamma\kappa}$: & $\overline{\gamma\kappa}$, eſt æquale $\overline{\kappa\delta}$. Ergo, $\overline{\kappa\rho}$, & $\overline{\kappa\delta}$, ſunt inter ſe æqualia. *Explicatio.* Maior eſt communis ſententia. Minor nota ex ſyllogiſmo octauo & quinto. *Decimus.* Quadruplum eſt quod quatuor continet æqualia. Quatuor parallelogramma $\overline{\gamma\kappa}, \overline{\kappa\delta}, \overline{\kappa\rho}, \overline{\rho\nu}$: ſunt inter ſe æqualia. Ergo, Quatuor hæc coniuncta: conſtituunt quadruplum parallelogrammi $\overline{\gamma\kappa}$. *Explicatio.* Maior eſt definitio quadrupli. Minor nota ex pręcedentibus ſyllogiſmis. *Vndecimus.* In omni quadrato quę circa diametrum ſunt parallelogramma: ſunt quadrata. Eſt quadratum $\overline{\alpha\zeta}$, deſcriptum à recta $\overline{\alpha\lambda}$: circa eius diametrum $\overline{\epsilon\delta}$: ſunt $\overline{\gamma o}, \overline{\xi\theta}$, parallelogramma. Ergo, $\overline{\gamma o}, \overline{\xi\theta}$, ſunt quadrata. *Explicatio.* Maior eſt corollariũ quartę propoſitionis ſecundi libri. Minor ex delineatione nota. *Duodecimus.* In omni quadrato quę circa diametrum ſunt parallelogramma: ſunt quadrata. Figura $\overline{\gamma o}$, eſt quadratum: circa eius diametrum $\overline{\pi\delta}$: ſunt $\overline{\nu\rho}, \overline{\kappa\delta}$: parallelogramma. Ergo, $\overline{\kappa\rho}, \overline{\kappa\lambda}$, ſunt quadrata. *Explicatio.* Maior corollarium quartę ſecundi. Minor nota per ſe. *Decimus tertius.* In omni quadrato latera ſunt æqualia. Quadrata ſunt $\overline{\nu\rho}, \overline{\kappa\delta}$. Ergo, Latera $\overline{\beta\delta}, \overline{\beta\kappa}$, ſunt ęqualia: & $\overline{\nu\kappa}, \overline{\nu\omega}$, ęqualia. *Explicatio.* Maior definitio quadrati. Minor concluſio ſyllogiſmi duodecimi. *Decimus quartus.* Quę eidem ſunt ęqualia: illa inter ſe ſunt ęqualia. Linea $\overline{\kappa\beta}$, eſt ęqualis lineę $\overline{\beta\lambda}$: & eidem $\overline{\beta\delta}$, eſt ęqualis linea $\overline{\gamma\beta}$. Ergo, $\overline{\kappa\zeta}$, eſt æqualis $\overline{\gamma\zeta}$. *Explicatio.* Maior eſt communis ſententia. Minor nota ex delineatione & ſyllogiſmo decimotertio. *Decimus quintus.* In omni parallelogrammo latera oppoſita ſunt æqualia. Parallelogrammon eſt $\overline{\gamma\kappa}$. Ergo, Eius latera $\overline{\gamma\beta}, \overline{\nu\kappa}$, oppoſita: ſunt inter ſe æqualia. Item & $\overline{\gamma\kappa}, \overline{\beta\kappa}$, æqualia. *Explicatio.* Maior eſt trigeſima quarta propoſitio primi libri. Minor nota ex delineatione. *Decimus ſextus.* Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Linea $\overline{\kappa\beta}$, eſt æqualis lineæ $\overline{\gamma\beta}$: & eidem $\overline{\gamma\zeta}$, eſt æqualis linea $\overline{\nu\kappa}$. Ergo, Linea $\overline{\nu\kappa}$, eſt etiam æqualis lineæ $\overline{\kappa\beta}$. *Explicatio.* Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex decimo quarto & decimo quinto ſyllogiſmo. *Decimus ſeptimus.* Διὰ τὰ αὐτὰ demonſtrabitur quod linea $\overline{\kappa\kappa}$, ſit æqualis lineæ $\overline{\gamma\kappa}$. *Decimus octauus.* Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Recta $\overline{\gamma\kappa}$, eſt æqualis rectæ $\overline{\nu\kappa}$: & eidem eſt æqualis recta $\overline{\omega\nu}$. Ergo, Recta $\overline{\gamma\nu}$, eſt æqualis rectæ $\overline{\kappa\omega}$. *Explicatio.* Maior eſt communis ſententia. Minor nota ex ſyllogiſmo ſeptimo, & deci-

& decimo tertio. *Decimus nonus.* Parallelogramma super æqualibus basibus constituta: & inter easdem æquedistantes rectas: sunt ęqualia. Sunt parallelogramma $\overline{\alpha\nu}$, $\overline{\mu\pi}$, super æqualibus basibus $\overline{\gamma\nu}$, $\overline{\nu\pi}$. & inter easdem æquedistantes $\overline{\alpha\xi}$, $\overline{\gamma\pi}$, constituta. Ergo, Parallelogrammon $\overline{\alpha\nu}$, est æquale parallelogrammo $\overline{\mu\pi}$. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima sexta primi. Minor nota ex delineatione, & syllogismo decimo octauo.

Vigesimus. Διὰ τὰ αὐτὰ est etiam $\overline{\varpi\lambda}$, æquale $\overline{\rho\varsigma}$. *Vigesimus primus.* Parallelogrammorum quę circa diametrum sunt complemẽta: sunt inter se æqualia. Parallelogrammi $\overline{\mu\lambda}$, circa diametrum $\overline{\epsilon\kappa}$, sunt parallelogramma $\overline{\epsilon\rho}$, $\overline{\xi\theta}$: quorum cõplementa sunt $\overline{\mu\varpi}$, $\overline{\pi\lambda}$. Ergo, $\overline{\mu\varpi}$, $\overline{\pi\lambda}$, complementa: sunt inter se ęqualia. *Explicatio.* Maior est propositio quadragesimatertia primi. Minor nota per se. *Vigesimus secundus.* Quę eidem sunt ęqualia: illa inter se sunt ęqualia. Parallelogrammon $\overline{\rho\varsigma}$, est ęquale parallelogrammo $\overline{\pi\lambda}$: & eidem est ęquale parallelogrammon $\overline{\mu\pi}$. Ergo, $\overline{\rho\varsigma}$, parallelogrammon, est ęquale parallelogrammo $\overline{\mu\pi}$. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor nota ex syllogismo uigesimo, & uigesimo primo. *Vigesimus tertius.* Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Parallelogrammon $\overline{\alpha\kappa}$, est æquale parallelogrammo $\overline{\mu\pi}$: & eidem $\overline{\mu\pi}$, est æquale parallelogrammon $\overline{\rho\varsigma}$. Ergo, Parallelogrammon $\overline{\rho\varsigma}$: est æquale parallelogrammo $\overline{\alpha\nu}$: & per consequens $\overline{\alpha\kappa}$, $\overline{\mu\varpi}$, $\overline{\pi\lambda}$, $\overline{\rho\varsigma}$, sunt inter se æqualia. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor nota ex syllogismo decimo nono, & uigesimo secundo.

Vigesimus quartus. Quadruplum est quod continet quatuor æqualia. Parallelogramma $\overline{\alpha\kappa}$, $\overline{\mu\pi}$, $\overline{\pi\lambda}$, $\overline{\rho\varsigma}$, sunt æqualia. Ergo, Parallelogramma quatuor $\overline{\alpha\kappa}$, $\overline{\mu\pi}$, $\overline{\varpi\lambda}$, $\overline{\rho\varsigma}$, coniuncta, constituunt quadruplum $\overline{\alpha\kappa}$, parallelogrammi. *Explicatio.* Maior est definitio quadrupli. Minor conclusio syllogismi uigesimi tertij. *Vigesimus quintus.* Si æqualibus addas æqualia uel communia: ea quæ fiunt erunt æqualia. Parallelogramma $\overline{\alpha\kappa}$, $\overline{\mu\varpi}$, $\overline{\pi\lambda}$, $\overline{\rho\varsigma}$, sunt inter se æqualia: & $\overline{\gamma\kappa}$, $\overline{\kappa\delta}$, $\overline{\varpi\kappa}$, $\overline{\kappa\nu}$: his addita, etiam sunt inter se æqualia. Ergo, $\overline{\alpha\kappa}$, $\overline{\mu\pi}$, $\overline{\beta\nu}$, $\overline{\kappa\lambda}$, $\overline{\kappa\varsigma}$: inter se sunt æqualia. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor est nota ex uigesimo tertio & nono syllogismo.

Vigesimus sextus. Quadruplum est quod cõtinet quatuor æqualia: $\overline{\alpha\kappa}$, $\overline{\mu\pi}$, $\overline{\nu\lambda}$, $\overline{\kappa\varsigma}$, sunt æqualia. Ergo, Illa coniuncta: sunt quadruplum parallelogrammi $\overline{\alpha\kappa}$. *Explicatio.* Maior est definitio quadrupli. Minor nota ex præcedentibus. *Vigesimus septimus.* Rectangula æqualibus rectis lineis contenta: & ipsa sunt æqualia. Linea $\overline{\beta\delta}$, est æqualis lineę $\overline{\beta\kappa}$: & $\overline{\alpha\beta}$, est communis. Ergo, Rectangulum lineis rectis $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\beta\delta}$, contentum: est æquale rectangulo quod continetur rectis $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\beta\kappa}$, id est rectangulo $\overline{\alpha\kappa}$. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor nota partim per se: partim per syllogismum decimum tertium. *Vigesimus octauus.* Quæ eiusdem sunt quadrupla: illa sunt æqualiter multiplicia. Quod sub $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\beta\delta}$, quater compræhenditur: quadruplum est eius quod sub $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\beta\delta}$, continetur: & eiusdẽm etiam quadruplum sunt quatuor parallelogramma quæ constituunt gnomonem $\overline{\sigma\tau\upsilon}$. Ergo, Rectangulum $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\beta\delta}$, rectis quater contentum: & gnomon $\overline{\sigma\tau\upsilon}$, sunt æqualiter multiplicia eius quod $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\beta\delta}$, rectis continetur. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor est nota per se. *Vigesimus nonus.* Quæ eiusdem sunt æqualiter multiplicia: illa inter se sunt æqualia. Rectangulum rectis $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\beta\delta}$, quater contentum: est quadruplum rectanguli $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\beta\delta}$: & eiusdem quadruplum est $\overline{\sigma\tau\upsilon}$, gnomon. Ergo, Rectangulum $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\beta\delta}$, quater contentum: est ęquale $\overline{\sigma\tau\upsilon}$, gnomoni. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor per se, & ex præcedentibus nota. *Trigesimus.* In omni parallelogrammo, latera opposita sunt inter se æqualia. Parallelogrammon est $\overline{\alpha\pi}$, figura. Ergo, Latera $\overline{\alpha\gamma}$, $\overline{\xi\varpi}$, opposita sunt æqualia. *Explicatio.* Maior est trigesima quarta primi. Minor nota ex delineatione.

Trigesimus primus. Aequalium linearum æqualia sunt quadrata. Recta $\overline{\alpha\gamma}$, æqualis est rectæ $\overline{\xi\varpi}$. Ergo, Quadratum descriptum à linea recta $\overline{\alpha\gamma}$: est æquale quadrato descripto à linea $\overline{\xi\varpi}$. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor conclusio trigesimi. *Trigesimus secundus.* Si æqualibus addantur æqualia uel communia: quæ fiunt erunt æqualia. Rectangulum rectis $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\beta\delta}$, quater contentum: est æquale gnomoni $\overline{\sigma\tau\upsilon}$: addatur cõmune $\overline{\xi\theta}$, quadratum. Ergo, Rectangulum $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\beta\delta}$, quater contentum: & $\overline{\xi\theta}$, quadratum: sunt æqualia gnomoni $\overline{\sigma\tau\upsilon}$, & quadrato $\overline{\xi\theta}$. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor conclusio syllogismi uigesimi noni.

Trigesimus tertius. Quæ applicata inter se cõueniunt: sunt æqualia. Gnomon $\overline{\sigma\tau\upsilon}$, & quadratum $\overline{\xi\theta}$, applicata quadrato $\overline{\alpha\varsigma}$, conueniunt. Ergo, Sunt quadrato $\overline{\alpha\varsigma}$, æqualia, gnomon $\overline{\sigma\tau\upsilon}$, & quadratum $\overline{\xi\theta}$. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor

nota per se. *Trigesimus quartus.* Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Rectangulum quod rectis αϐ, ϐγ, continetur quater: & quadratum à recta αγ, descriptum: sunt æqualia gnomoni στυ: & quadrato ζθ: eidem uerò gnomoni στυ, & quadrato ζθ: æquale est quadratum αζ. Ergo, Rectangulum αββγ, rectis quater contentum, & quadratum à recta αγ, descriptum: sunt æqualia quadrato αζ. *Explicatio.* Maior est communis sententia. Minor ex superioribus nota. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur recta, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSITIO IX.

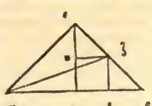
Theorema.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμηθῇ εἰς ἴσα ϰ ἄνισα: τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα: διπλάσιά ἐστι, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, ϰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

Si recta linea, fuerit secta in partes æquales, & in partes inæquales: quadrata ab inæqualibus segmentis totius lineę rectæ descripta: dupla sunt quadratorum, quorum altera à dimidia: altera à recta quæ est inter ipsas sectiones describitur.

ἡ ἔκθεσις.

Sit data linea recta αϐ: eaq; seceturin partes quidem æquales ad punctũ γ: in partes uero inæquales ad punctum δ. *ὁ διορισμός.* Dico quod quadrata à rectis αδ, δϐ descripta: dupla sint quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorum. *ἡ κατασκευή.* Ducatur à puncto γ, rectæ αβ: ad angulos rectos: recta γε. deinde rectis αγ, γβ: fiat æqualis recta γε. atque ducantur rectæ εα, εβ. postea per punctũ δ: rectæ εγ, ducatur æquedistãs recta δζ: rectę uero αβ, ducatur per punctum ζ æquedistans recta ζε. denique ducatur recta αζ.



ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quadraginta sex.

Primus. Trianguli æquicruri habent angulos ad basim inter se æquales. Triangulus αγε est æquicrurus. Ergo, Angulus εαγ: est æqualis angulo αεγ. *Explicatio.* Maior est quinta propositio libri primi. Minor nota ex delineatione. *Secundus.* In omni triangulo tres anguli sunt æquales duobus rectis. Est triangulus αγε. Ergo, αγε trianguli, tres anguli sunt æquales duobus rectis. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima secunda primi libri. Minor nota per se. *Tertius.* Si ab æqualibus auferas æqualia uel cõmunia: quæ relinquuntur, sunt æqualia. Anguli tres αεγ, εγα, εαγ, sunt æquales duobus rectis: ex quibus si auferatur angulus αγε rectus. Ergo, Remanent duo anguli æquales uni recto. *Explicatio.* Maior est cõmunis sententia. Minor conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Aequale æquali additum: constituit totum alterutrius eorum duplũ. Angulus εαγ, est æqualis angulo αεγ. Ergo, Anguli duo αεγ, εαγ coniuncti: sunt duplum alterutrius angulorum αεγ, εαγ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor est conclusio syllogismi primi. *Quintus.* Aequaliũ dimidia sunt inter se æqualia. Duo anguli εαγ, αεγ sunt æquales uni angulo recto. Ergo, Alteruter angulorum εαγ, αεγ est æqualis dimidio anguli recti. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor conclusio syllogismi tertij. *Sextus.* Omnis angulus rectilineus, æqualis dimidio anguli recti: est quoque dimidium recti. Vterque angulorum γαε, αεγ est æqualis dimidio anguli recti. Ergo, Vterque angulorum γαε, αεγ est dimidium recti. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor est conclusio syllogismi quinti. *Septimus.* *Διὰ τὰ αὐτά:* est etiam uterque γεβ, εβγ angulorum: dimidium anguli recti. *Octauus.* Quę eiusdẽ sunt dimidium: illa inter se sunt æqualia. Vterque angulorum αεγ, γεϐ est dimidium anguli recti. Ergo, Anguli αεγ, γεβ sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor est nota ex syllogismo sexto & septimo. *Nonus.* Aequale ęquali additũ: constituit totũ alterutrius duplũ. Anguli duo αεγ, γεβ sunt inter se æquales. Ergo, Anguli αεγ, γεβ coniuncti: constituunt duplum anguli αεγ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor est conclusio syllogismi octaui. *Decimus.* Quæ eiusdem sunt duplum: sunt inter se ęqualia. Anguli duo γαε, αεγ, sunt duplum anguli αεγ: & eiusdem duplum est etiam angulus αεϐ. Ergo, Angulus αεβ, est æqualis duobus angulis γαε, αεγ. *Explicatio.* Maior est communis sententia.

tentia. Minor nota ex ſyllogiſmo quarto, & nono. *Vndecimus.* Quę eidem ſunt ęqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Angulus rectus eſt æqualis angulis γαι, αεγ, & eiſdem æqualis etiam eſt angulus αιβ. Ergo, Angulus αιβ eſt æqualis angulo recto. Explicatio. Maior eſt communis ſententia. Minor nota ex ſyllogiſmo tertio & decimo. *Duodecimus.* Omnis angulus rectilineus æqualis angulo recto: & ipſe quoque rectus eſt. Angulus ιηζ, eſt æqualis angulo ηγδ recto. Ergo, Angulus ιηζ quoque rectus eſt. Explicatio. Maior eſt lemma. Minor eſt concluſio ſyllogiſmi undecimi *Decimus tertius.* In omni triangulo: tres anguli, ſunt æquales duobus rectis. Triangulus eſt ιηζ. Ergo, Eius anguli ηιζ, ιζη, ζηι, ſunt æquales duobus rectis. Explicatio. Maior eſt trigeſima ſecunda propoſitio libri primi. Minor nota per ſe. *Decimus quartus.* Linea recta, incidens in lineas rectas æquediſtantes facit angulum exteriorem, interiori ſibi ex eadem parte oppoſito æqualem. In duas lineas rectas æquediſtantes ζη, δγ, incidit linea recta ηγ. Ergo, Angulus exterior ιηζ, eſt æqualis angulo interiori ſibi ex eadem parte oppoſito ηγδ. Explicatio. Maior eſt propoſitio uigeſima nona primi libri. Minor nota per ſe. *Decimus quintus.* Omnis angulus rectilineus, æqualis angulo recto: & ipſe rectus eſt. Angulus ιηζ, eſt æqualis angulo ηγδ, recto. Ergo, Et ipſe rectus eſt. Explicatio. Maior eſt lemma. Minor concluſio ſyllogiſmi decimi quarti. *Decimus ſextus.* Si ab æqualibus auferantur æqualia uel communia: quæ remanent ſunt æqualia. Ex tribus angulis trianguli: auferatur ιηζ, rectus: & ex duobus rectis quibus ſunt æquales itidem auferatur unus rectus. Ergo, Duo anguli ηιζ, ιζη, ſunt æquales uni recto. Explicatio. Maior communis eſt ſententia. Minor nota per ſe. *Decimus ſeptimus.* Si ab æqualibus auferantur æqualia uel cõmunia: quæ relinquuntur ſunt æqualia. Anguli duo ηιζ, ιζη, ſunt æquales uni recto: à quibus auferatur angulus ηιζ, dimidium recti: & à recto angulo, cui hi duo ſunt æquales: auferatur etiam dimidium recti huic æquale. Ergo, Recti dimidium quod remanet eſt huic ιζη, æquale. *Decimus octauus.* Omnes anguli rectilinei, æquales dimidio recti: ſunt quoque dimidium recti. Angulus ιζη, eſt æqualis dimidio recti. Ergo, Angulus ιζη, eſt dimidium recti. Explicatio. Maior eſt lemma. Minor concluſio decimi ſeptimi. *Decimus nonus.* Quæ eiuſdem ſunt dimidia: illa ſunt inter ſe ęqualia. Vterque angulorum ηιζ, ιζη, eſt dimidium recti. Ergo, Angulus ηιζ: eſt æqualis angulo ιζη. Explicatio. Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex ſyllogiſmo decimo octauo, & decimo ſeptimo. *Vigeſimus.* Si trianguli duo anguli æquales inter ſe fuerint: latera æqualia illos angulos ſubtendentia ſunt æqualia. Anguli duo ηιζ, ιζη, ſunt æquales. Ergo, Latus ηι, eſt æquale lateri ηζ. Explicatio. Maior eſt ſexta primi. Minor concluſio ſyllogiſmi decimi noni. *Vigeſimus primus.* Trianguli æquicruri, habent angulos ad baſim inter ſe æquales. Triangulus βγι, eſt æquicrurus. Ergo, Angulus γβι, eſt æqualis angulo γιβ. Explicatio. Maior eſt quinta propoſitio primi libri. Minor cõcluſio uigeſimi ſyllogiſ. *Vigeſimus ſecundus.* Omnis angulus rectilineus æqualis dimidio anguli recti: eſt dimidium recti. Angulus γβι, eſt æqualis angulo γιβ, & γιβ, eſt dimidium recti. Ergo, Angulus γβι, eſt dimidium recti. Explicatio. Maior eſt lemma. Minor nota ex ſyllogiſmo uigeſimo primo & ſeptimo. *Vigeſimus tertius.* Linea recta incidens in duas rectas ęquediſtantes: facit angulum externum angulo interno: ex iiſdem partibus poſito æqualem. In lineas ηγ, ζδ, æquediſtantes: incidit linea recta γδ. Ergo, Angulus ζδβ: eſt æqualis angulo ηγδ. Explicatio. Maior eſt propoſitio uigeſima nona primi libri. Minor nota per ſe. *Vigeſimus quartus.* Omnis angulus rectilineus æqualis angulo recto: & ipſe rectus eſt. Angulus ζδβ, eſt æqualis angulo ηγδ, recto. Ergo, Angulus ζδβ, eſt rectus. Explicatio. Maior eſt lemma. Minor eſt concluſio ſyllogiſmi uigeſimi tertij. *Vigeſimus quintus.* In omni triangulo tres anguli ſunt æquales duobus rectis. Triãgulus eſt ζδβ. Ergo, Trianguli ζδβ: tres anguli ζδβ, δβζ, βζδ, ſunt æquales duobus rectis. Explicatio. Maior eſt propoſitio trigeſima ſecunda libri primi. Minor nota per ſe. *Vigeſimus ſextus.* Si ab æqualibus auferas æqualia uel communia: quæ relinquuntur ſunt æqualia. Anguli tres ζδβ, δβζ, βζδ: ſunt æquales duobus rectis: aufer angulum ζδβ. Ergo, Anguli duo δβζ, βζδ, ſunt æquales uni recto. Explicatio. Maior eſt cõmunis ſententia. Minor concluſio præcedentis ſyllogiſmi. *Vigeſimus ſeptimus.* Διὰ τὰ αὐτὰ eſt etiam angulus δβζ, æqualis dimidio anguli recti: & ipſe recti dimidium. *Vigeſimus octauus.* Idem qui ſyllogiſmus nonus: ſed concludendum: Angulos ζβδ, δζβ,

esse æquales. *Vigesimus nonus.* Idem est qui uigesimus: & concludendum latus ζδ esse æquale lateri βδ. *Trigesimus.* Aequalium linearum: æqualia sunt quadrata. Linea αγ, est æqualis lineæ γε. *Ergo,* Quadratum descriptum ab αγ: est ęquale quadrato descripto à γε. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor est nota ex delineatione. *Trigesimus primus.* Si ęquale addatur æquali: totum alterutrius erit duplum. Quadratum descriptũ ab αγ: est æquale quadrato descripto ex γε. *Ergo,* Quadratum ab αγ, descriptum: si coniungatur cum quadrato ab εγ, descripto, fiet duplum eius quod ab αγ, describitur. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor conclusio præcedentis syllogismi. *Trigesimus secundus.* In triangulis rectangulis quadratum lateris rectum angulum subtēdentis: est æquale quadratis laterum rectum angulum continentium. Trianguli αγε: angulus αγε, est rectus. *Ergo,* Quadratum lateris αε, subtendentis angulum αγε, rectum: est æquale duobus quadratis laterum αγ, γε, rectum angulum continentium. *Explicatio.* Maior est propositio quadragesima septima libri primi. Minor nota ex delineatione. *Trigesimus tertius.* Magnitudines æquales eiusdem magnitudinis sunt æqualiter multiplices. Quadratum à recta αε, descriptum: & quadrata à rectis αγ, γε, descripta, sunt æqualia. Quæ uero ab αγ, γε, describuntur: sunt dupla eius quadrati quod ab αγ, describitur. *Ergo,* Quadratum ab αγ, descriptum: est duplum quadrati ab αγ, descripti. *Explicatio.* Maior est lēma. Minor ex conclusione syllogismi trigesimi primi, & trigesimi secundi nota. *Trigesimus quartus.* Διὰ τὰ αὐτὰ demonstrabitur, quadratum à recta εζ, descriptum: duplum esse quadrati ab εζ, descripti. *Trigesimus quintus.* In omni parallelogrammo latera opposita sunt æqualia. Est parallelogrammon εδ. *Ergo,* Latus εζ, est æquale lateri γη. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima quarta libri primi. Minor nota ex delineatione. *Trigesimus sextus.* Aequalium linearum, æqualia sunt quadrata. Linea εζ, est æqualis lineæ γδ. *Ergo,* Quadratum ab εζ, descriptum, est æquale quadrato ex γη, descripto. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor est conclusio syllogismi trigesimi quinti. *Trigesimus septimus.* Quod unius ex æqualibus est duplum: alterius quoque est duplum. Quadratum ab εζ, descriptum est duplum quadrati ab εζ, descripti: quadratum uero ab εζ, descriptum est æquale quadrato à γη, descripto. *Ergo,* Quadratum ab εζ, est duplum: quadrati à γζ. Maior est lemma. Minor nota ex conclusione syllogismi trigesimi quarti & trigesimi sexti. *Trigesimus octauus.* Si fuerint quotlibet magnitudines: totidem aliarum magnitudinum singulæ singularum æqualiter multiplices tum quotuplex est una unius: totuplex sunt omnes omnium. Quadratum ab εα, est duplum quadrati ab αγ, & quadratum εζ, est duplum quadrati γδ. *Ergo,* Duo quadrata quorum unum ab εα, alterum ab εζ, coniuncta: sunt duplum duorum quadratorũ ab αγ, γη, descriptorum. Maior est prima quinti. Minor nota ex conclusionibus syllogismorum trigesimi tertij & trigesimi septimi. *Trigesimus nonus.* Maior eadem quæ in syllogismo trigesimo secundo trianguli εαζ. Angulus αεζ, est rectus. *Ergo,* Quadratum lineæ αζ, est æquale quadratis linearum αε, εζ. Maior propositio quadragesima septima libri primi. Minor cōclusio syllogismi duodecimi. *Quadragesimus.* Magnitudines æquales, eiusdem magnitudinis: sunt æqualiter multiplices. Quadratum à recta αζ, est æquale quadratis linearum αε, εζ: quadrata uero αε, εζ, sunt duplũ quadratorum αγ, γη. *Ergo,* Quadratũ ab αγ, est æqualiter multiplex, idest duplum quadratorum αγ, γδ. Maior est lemma Minor conclusio syllogismi præcedentis & trigesimi octaui. *Quadragesimus primus.* Linea recta incidens in lineas rectas æquedistantes: facit angulum externum, angulo interno sibi ex ijsdem partibus opposito æqualem. Linea αγ, æquedistat lineæ δζ: & in eas incidit recta γδ. *Ergo,* Angulus ζηα, est æqualis angulo εγα, recto: & idcirco ipse quoque rectus. Maior est uigesimus nonus primi. Minor nota ex delineatione.
Quadragesimus secundus. Maior eadem est quæ syllogismi trigesimi secundi. Trianguli αηζ, angulus αδζ, est rectus. *Ergo,* Quadratum lateris αζ, est æquale quadratis laterũ αδ, δζ. Maior est quadragesima septimi, primi. Minor nota ex cōclusione syll. præcedentis. *Quadragesimus tertius.* Magnitudines æquales, eiusdem magnitudinis æqualiter multiplices &c. Quadratũ lateris αζ: est æquale quadratis laterũ αδ, δζ: & quadratum idem lateris αζ, est duplum quadratorum αγ, γη. *Ergo,* Quadrata laterum αδ, δζ: sunt æqualiter multiplicia quadratorum αγ, γη, idest, dupla. Maior est lēma. Minor nota est ex conclusione syllogis. quadragesimi secundi, & quadragesimi. *Quadragesimus*

quartus.

quartus. Aequalium linearum aequalia sunt quadrata. Linea ζδ, est aequalis lineae δβ. Ergo, Quadratum à ζδ, est aequale quadrato à δβ. Maior est lemma. Minor conclusio syllogismi uigesimi noni. *Quadragesimus quintus.* Si aequalibus aequalia addantur, quae fiunt erunt aequalia. Quadratum lateris ζδ, est aequale quadrato lateris δβ: αδ, uero cōmune. Ergo, Quadrata laterum αδ, δζ: sunt aequalia quadratis laterū αδ, δβ. Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor partim ex conclusione syllogismi quadragesimi quarti: partim per se nota. *Quadragesimus sextus.* Magnitudines aequales: eiusdem magnitudinis sunt aequaliter multiplices. Quadrata linearum αδ, δβ: sunt aequalia quadratis linearum αδ, δζ: quadrata uero linearum αδ, δζ: sunt dupla quadratorum. Ergo, quadrata linearum αδ, δβ: sunt dupla quadratorum αγ, δγ. Maior est lemma. Minor est conclusio syllogismi quadragesimi quinti, & quadragesimi tertij. *τὸ συμπέρασμα.* Quadrata igitur descripta à rectis αδ, δβ: quae sunt segmenta totius lineae inaequalia: sunt dupla quadratorum à dimidia αγ: & dimidio segmentorum γδ, descriptorum. Si igitur recta aliqua secetur in partes aequales & in partes inaequales, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSITIO X.

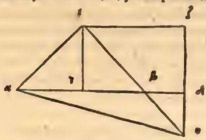
Theorema.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα· προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας· τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης, τὰ συναμφότερα τετράγωνα· διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας· καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας, καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Si recta linea, fuerit secta in duas partes aequales: eique quaedam recta ex aequo fuerit adiecta: tum quadratum à tota & adiecta: & quadratum ab adiecta descriptum: haec duo quadrata coniuncta: dupla sunt quadrati dimidiae: & quadrati à dimidia & adiecta, tanquam esset una recta descripti.

ἡ ἔκθεσις.

Recta detur αγ: eaque secetur in duas partes aequales in puncto γ: eique addatur è directo linea recta βδ. *ὁ διορισμός.* Dico quod quadrata, à rectis αδ, δβ, descripta: sint dupla, quadratorum αγ, γδ. *ἡ κατασκευή.* Ducatur à puncto γ: rectae αβ, ad angulos rectos, recta γε: & fiat rectis αγ, γβ, aequalis. Postea ducantur lineae rectae αε, εβ, & per punctum ε, rectae αδ, ducatur aequedistans recta εζ, denique per punctum δ, rectae γε, ducatur aequedistans recta δζ.



ἡ ἀπόδειξις τῆς κατασκευῆς.

Syllogismi quinque.

Primus. *συνάγουσιν:* quae duas rectas, εβ, ζδ, in partes β, & δ, ductas concurrere ostendit. Linea recta incidēs in duas aequedistantes: facit angulos internos, ex eisdem partibus positos: aequales duobus rectis. In lineas aequedistantes εγ, ζδ, incidit linea recta εζ. Ergo, Anguli duo γεζ, εζδ, sunt aequales duobus rectis. Maior est uigesima nona libri primi. Minor nota ex delineatione. *Secundus.* Totum maius est sua parte. Angulus ζεβ, est pars anguli ζεγ. Ergo, Angulus ζεγ, est maior angulo ζεβ. Maior est cōmunis sententia. Minor nota per se. *Tertius.* Si inaequalibus addas aequalia uel communia: quae fiunt erunt inaequalia. Angulus ζεγ, est maior angulo ζεβ: & angulus εζδ, est cōmunis. Ergo, Duo anguli γεζ, εζδ, sunt maiores, duobus angulis εζδ, ζεβ. Maior est cōmunis sentētia. Minor conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Si fuerit magnitudo prima, aequalis magnitudini secundae: secunda maior quam tertia: erit etiam prima maior quam tertia. Duo anguli recti, sunt aequales duobus angulis γεζ, εζδ: & duo anguli γεζ, εζδ, sunt maiores duobus angulis εζδ, ζεβ. Ergo, Duo anguli recti: sunt maiores duobus angulis εζδ, ζεβ. Maior est lemma. Minor ex superioribus syllogismis nota. *Quintus.* Si in duas lineas rectas incidit recta aliqua: & fecerit angulos internos ex ijsdem partibus positos minores duobus rectis: duae illae lineae si perducantur in infinitum, ex ijs partibus, ex quibus sunt anguli minores duobus rectis, con-

currunt. Duæ rectæ εβ, ζδ, sunt propositæ: in eas incidit recta εζ: & facit angulos ζεβ, & εζδ, minores duobus rectis, Ergo, Duæ lineæ rectæ εβ, ζδ, in partes β, & δ, protractæ cõcurrunt. Maior est inter cõmunes sententias posita. Minor est conclusio syllogismi quarti. Sequitur delineationis perfectio. Producantur duæ lineæ rectæ εϛ, ζδ: & concurrant in puncto κ: & ducatur linea recta ακ.

ἡ ἀπόδειξις τῆς προτάσεως.

Syllogismi quadraginta quinq;.

Primus. Trianguli æquicruri: habent angulos ad basim æquales. Triangulus αγε est æquicrurus. *Ergo,* Angulus αεγ, est æqualis angulo εαγ. Maior est quinta libri primi. Minor nota ex delineatione. *Secundus.* Omnis trianguli, tres anguli sunt æquales duobus rectis. Est triangulus αγε. *Ergo,* Anguli eius εαγ, αεγ, αγε sunt duobus rectis æquales. Maior est trigesima secunda primi. Minor nota per se. *Tertius.* Si ab æqualibus auferantur æqualia uel communia: quæ relinquuntur sunt æqualia. Trianguli αγε, tres anguli sunt æquales duobus rectis: ex quibus auferatur angulus αγε, rectus. *Ergo,* Duo anguli αεγ, γαε: sunt æquales uni recto. Maior est communis sententia. Minor conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Duplum est quod continet duo æqualia. Angulus αεγ, est æqualis angulo εαγ. *Ergo,* Anguli αεγ, εαγ, coniuncti: sunt duplum alterutrius αεγ, εαγ, angulorum. Maior est definitio dupli. Minor est conclusio syllogismi primi. *Quintus.* Aequalium dimidia: inter se sunt æqualia. Anguli duo εαγ, αεγ, sunt æquales uni recto. *Ergo,* Angulorum εαγ, αεγ, uterque est dimidio recti æqualis. Maior est lemma. Minor est conclusio syllogismi tertij. *Sextus.* Omnis angulus dimidio anguli recti: æqualis est quoque dimidium anguli recti. Vterque αεγ, εαγ, angulorum: est dimidio recti æqualis. *Ergo,* Vterque est dimidium recti. Maior est lemma. Minor conclusio syllogismi quinti. *Septimus.* Διὰ τὰ αὐτὰ etiam uterque γεβ, εβγ, angulorum est dimidium recti. *Octauus.* Quæ eiusdem sunt dimidium: inter se sunt æqualia. Vterque angulorum αεγ, γεβ, est dimidium recti. *Ergo,* Angulus αεγ, est æqualis angulo γεβ. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex syllogismo sexto & septimo. *Nonus.* Si æquale additum fuerit æquali: constituunt totum quod erit duplum alterutrius eorum quæ sunt ęqualia. Angulus αεγ: est ęqualis angulo γεϛ. *Ergo,* Duo anguli αεγ, γεϛ, coniuncti: duplum sunt alterutrius. Maior est lemma. Minor conclusio syllogismi octaui. *Decimus.* Quę magnitudines eiusdem sunt multiplices ęque: inter se sunt ęquales. Vterque ęangulorum αεγ, γαε, est duplum anguli αεγ: & eiusdẽ duplum est angulus αεϛ. *Ergo,* Angulus αεβ: est ęqualis duobus angulis αεγ, γαε. Maior est lemma. Minor nota ex conclusionibus syllogismorũ quarti & noni. *Vndecimus* Quę eidem sunt ęqualia: illa inter se sunt ęqualia. Angulus αεβ: est ęqualis angulis αεγ, γαε, & eisdem etiam ęqualis est angulus rectus. *Ergo,* Angulus αεβ, ęqualis est angulo recto. Maior est communis sententia. Minor est nota ex syllogismo decimo & tertio. *Duodecimus.* Omnis angulus rectilineus, ęqualis angulo recto: & ipse rectus est. Angulus αεβ, est æqualis recto. *Ergo,* Angulus αεβ, est rectus. Maior est communis sententia. Minor est conclusio syllogismi undecimi. *Decimus tertius.* Si duæ lineæ rectæ sese secant: tum anguli ad uerticem sunt inter se æquales. Duæ lineæ rectæ γδ, εθ, sese secant. *Ergo,* Angulus εβγ, est æqualis angulo δβθ. Maior est decima quinta primi. Minor nota per se. *Decimus quartus.* Omnis angulus rectilineus æqualis dimidio recti: & ipse dimidium recti est. Angulus δβκ, est æqualis angulo εβγ: εβγ, uero dimidium anguli recti. *Ergo,* Angulus δβθ, quoque est dimidiũ recti. Maior est lẽma. Minor nota ex syllogismo decimo tertio & septimo. *Decimus quintus.* Recta in duas rectas æquedistantes incidens: facit angulos ἐναλλὰξ inter se æquales. In lineas rectas æquedistantes εγ, ζκ, incidit linea recta γδ. *Ergo,* Angulus γδκ, est æqualis angulo εγδ. Maior est uigesima nona primi. Minor nota per se. *Decimus Sextus.* Omnis angulus rectilineus æqualis angulo recto: est rectus. Angulus γδκ, est æqualis angulo εγδ: εγδ, uero angulus est rectus. *Ergo,* Angulus γδκ quoque rectus est. Maior est lemma. Minor partim ex syllogismo decimo quinto: partim ex delineatione nota. *Decimus septimus.* Omnis triãguli tres anguli sunt æquales duobus rectis. Est triãgulus βδθ. *Ergo,* Trianguli βδκ, tres anguli βδκ, δβθ, δκβ: sunt æquales duobus rectis. Maior est trigesima secunda primi. Minor nota per se. *Decimus octauus* Si ab æqualibus auferantur æqualia, uel communia: quæ relinquuntur sunt æqualia. Trianguli βδκ, tres anguli sunt æquales duobus rectis:

rectis: ex quibus auferatur angulus βδν, rectus. **Ergo**, Duo anguli νβδ, δνβ, sunt æquales uni recto. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor conclusio syllogismi decimi septimi, & decimi sexti. *Decimus nonus.* Si ab æqualibus auferantur æqualia uel communia: quæ relinquuntur sunt æqualia. Anguli duo νβλ, δνβ, sunt æquales uni recto: aufer νβδ, angulum recti dimidium: & ex recto quibus æquales sunt tantundem. Ergo, Angulus βνδ, est æqualis dimidio recti. Maior est communis sententia. Minor conclusio syllogismi decimi octaui. *Vigesimus.* Quæ eiusdem sunt dimidium: illa inter se sunt æqualia. Vterque angulorum δβν, λνβ, est dimidium unius recti. Ergo, Angulus λβν, est æqualis angulo δνβ. Maior est communis sententia. Minor nota ex syllogismo decimo quarto, & decimo nono. *Vigesimus primus.* Si in triangulo duo anguli fuerint æquales: etiam latera æquales illos angulos subtendentia, erunt æqualia. Triãguli νλβ, duo anguli νβλ, βνλ, sunt inter se æquales. Ergo, Latus νλ, est æquale lateri βλ. Maior est sexta primi. Minor conclusio syllogismi uigesimi. *Vigesimus secundus.* In omni triangulo, tres anguli sunt æquales duobus rectis. Est triangulus ενζ. Ergo, Trianguli ενζ, tres anguli ενζ, ζεν, εζν, sunt æquales duobus rectis. Maior est trigesima secunda primi. Minor nota per se. *Vigesimus tertius.* In omni parallelogrãmo, anguli oppositi sunt inter se æquales. Parallelogrammon est εγλ, ζλ. Ergo, Angulus εζλ, est æqualis angulo εγλ. Maior est trigesima quarta primi. Minor nota ex delineatione. *Vigesimus quartus.* Omnis angulus rectilineus ęqualis angulo recto: & ipse rectus est. Angulus εζλ, est æqualis angulo εγλ, angulus uero εγλ, est rectus. Ergo, Angulus εζλ, est quoque rectus. Maior est lemma. Minor nota ex delineatione & syllogismo uigesimo tertio. *Vigesimus quintus.* Si ab æqualibus auferantur æqualia uel communia: quæ relinquuntur erunt æqualia. Anguli ενζ, εζν, ζεν, sunt æquales duobus rectis: ex quibus auferatur angulus εζν, rectus: & ex rectis duobus, quibus hi tres sunt æquales rectus unus. Ergo, Duo anguli ενζ, ζεν, sunt æquales uni recto. Maior cõmunis sententia. Minor conclusio syllogismi uigesimi secundi. *Vigesimus sextus.* Si ab æqualibus auferantur ęqualia uel communia: quæ relinquuntur erunt æqualia. Anguli ενζ, νεζ, sunt æquales uni recto: ex quibus auferatur angulus ενζ, dimidum recti & ex angulo recto dimidium recti. **Ergo**, Angulus νεζ, residuus dimidio recti est æqualis. Maior est communis sententia. Minor conclusio secundi syllogismi. *Vigesimus septimus.* Omnis angulus rectilineus, ęqualis dimidio anguli recti: is quoque rectus est. Angulus νεζ, est æqualis dimidio recti. Ergo, Angulus νεζ, est dimidium recti. Maior est lemma. Minor conclusio syllogismi uigesimi sexti. *Vigesimus octauus.* Quæ eiusdem sunt dimidium: inter se illa erunt æqualia. Vterque angulorum ζεν, ενζ, est dimidium recti. Ergo, Angulus ζεν, est æqualis angulo ενζ. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex syllogismo uigesimo septimo, & decimo nono. *Vigesimus nonus.* Si in triangulo duo anguli fuerint æquales inter se: etiam latera æquales angulos subtendentia sunt æqualia. Angulus νεζ, est æqualis angulo ζνε. Ergo, Latus νζ, est æquale lateri εζ. Maior est sexta primi. Minor conclusio syllogismi uigesimi octaui. *Trigesimus.* Aequalium linearum, æqualia sunt quadrata. Linea αγ, est æqualis lineæ εγ: & linea νζ, æqualis lineæ ζν. Ergo, Quadratum lineæ αγ: est æquale quadrato lineæ εγ: & quadratum lineæ νζ, æquale quadrato lineæ ζν. Maior est lemma. Minor nota ex delineatione & conclusione syllogismi uigesimi noni. *Trigesimus primus.* Si æquale addatur ęquali: constituunt totum alterutrius eorum duplum. Quadratum lineę αγ: est ęquale quadrato lineę εγ. Ergo, Quadratum lineę αγ: additum quadrato lineę εγ: est duplum quadrati αγ. Maior est lemma. Minor conclusio syllogismi trigesimi. *Trigesimus secundus.* In triangulis rectangulis quadratum lateris angulum rectum subtẽdentis: est ęquale quadratis laterum angulum rectum continentium. Triangulus αγε, est rectangulus: habens angulũ αγε, rectum. Ergo, Quadratum lineæ αε: est æquale quadratis linearum αγ, γε. Maior est quadragesima septima primi. Minor nota per se ex delineatione. *Trigesimus tertius.* Magnitudines æquales: eiusdem magnitudinis sunt æqualiter multiplices. Quadratum lineæ αε, est æquale quadratis linearũ αγ, γε: sed quadrata linearum αγ, γε, sunt duplum quadrati αγ. Ergo, Quadratum αε, est æque multiplex eius quadrati quod ab αγ, describitur, id est, duplũ. Maior est lemma. Minor nota ex syllogismis trigesimo secundo, & trigesimo primo. *Trigesimus quartus.* Διὰ τὰ αὐτὰ etiam quadratum εν, duplum est: quadrati εζ. *Trigesimus quintus.* In parallelogrammis latera opposita:

ſunt inter ſe ęqualia. Eſt parallelogrammon εγλζ. Ergo, Latus εζ, eſt æquale lateri γδ. Maior eſt trigeſima quarta primi. Minor nota ex delineatione. *Trigeſimus ſextus.* Quod unius ex ęqualibus eſt duplum: illud etiam alterius erit duplum. Quadratum lineę εθ, eſt duplum eius quod ab εζ deſcribitur: hoc uero eſt ęquale quadrato γδ. Ergo, Quadratum lineę εκ eſt duplum quadrati lineę γλ. Maior eſt lemma. Minor nota ex concluſione ſyllogiſmi trigeſimi quarti, & trigeſimi quinti. *Trigeſimus ſeptimus.* Si fuerint quotlibet magnitudines: aliarum totidem magnitudinum: ſingulę ſingularum ęquemultiplices: tum quotuplex eſt una unius: totuplices ſunt omnes omnium. Sunt duo quadrata linearum αε, εθ, duorum quadratorum αγ, γδ, ſingula ſingulorum ęquemultiplicia. Ergo, Quadrata linearum αε, εθ coniuncta ſunt quadruplum, quadratorũ αγ, γδ. Maior eſt propoſitio libri quinti prima. Minor patet ex concluſionibus ſyllogiſmorum 33 & 36. *Trigeſimus octauus.* In triangulis rectangulis quadratũ lateris ſubtendentis angulum rectum: eſt æquale quadratis laterum angulum rectum continentium. Trianguli rectanguli αεκ, angulus αεθ eſt rectus. Ergo, Quadratum lineæ αθ, eſt æquale quadratis linearum αε, εκ. Maior eſt penultima primi. Minor concluſio ſyllogiſmi duodecimi. *Trigeſimus nonus.* Magnitudines æquales, eiuſdem magnitudinis ſunt æqualiter multiplices. Quadratum lineæ αθ, eſt æquale, quadratis linearum αε, εθ: quadrata uero αε, εκ ſunt duplum quadratorum αγ, γλ. Ergo, Quadratum lineæ ακ, eſt ęqualiter multiplex quadratorum αγ, γδ, id eſt, duplum. Maior eſt lemma. Minor nota ex concluſione ſyllogiſmi trigeſimi ſeptimi, & trigeſimi octaui. *Quadrageſimus.* In triangulis rectangulis, quadratum lateris ſubtendentis angulum rectum: eſt æquale quadratis laterum rectum illum angulũ continentium. Trianguli rectanguli αλκ, angulus αλθ eſt rectus. Ergo, Quadratum lineæ αθ, eſt æquale quadratis linearum αδ, δκ. Maior eſt penultima primi. Minor concluſio ſyllogiſmi decimi ſexti. *Quadrageſimus primus.* Magnitudines æquales, eiuſdẽ magnitudinis ſunt æqualiter multiplices. Quadrata linearum αλ, λκ, ſunt æqualia quadrato lineæ αθ: ſed quadratum αθ eſt duplũ quadratorum αγ, γδ. Ergo, Quadrata αδ, δκ ſunt æqualiter multiplicia: id eſt, dupla quadratorum αγ, γλ. Maior eſt lemma. Minor nota ex ſyllogiſmo 39 & 40. *Quadrageſimus ſecundus.* Aequalium linearum: æqualia ſunt quadrata. Linea λκ, eſt æqualis lineæ λβ. Ergo, Quadratum lineæ λθ, eſt æquale quadrato lineæ δβ. Maior eſt lemma. Minor concluſio ſyllogiſmi ſecundi. *Quadrageſimus tertius.* Si æqualibus addantur æqualia uel communia: quæ fiunt, erunt æqualia. Quadratum lineæ λβ: eſt æquale quadrato lineæ λθ: quadratum αδ commune. Ergo, Quadratum lineæ βλ: cum quadrato lineæ αδ: eſt æquale quadrato lineæ δθ, cum quadrato lineæ αδ. Maior eſt communis ſententia. Minor nota ex concluſione ſyllogiſmi quadrageſimi ſecundi. *Quadrageſimus quartus.* Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Quadratũ lineæ ακ, eſt æquale quadratis linearum αδ, δκ: & eiſdem αδ, δθ quadratis, æqualia etiam ſunt, quadrata linearum αδ, δβ. Ergo, Quadrata linearum αλ, δβ: ſunt æqualia quadrato lineæ ακ. Maior eſt communis ſententia. Minor nota ex concluſione ſyllogiſmi quadrageſimi & quadrageſimi tertij. *Quadrageſimus quintus.* Magnitudines æquales: eiuſdem magnitudinis ſunt æqualiter multiplices. Quadrata linearum αλ, λβ ſunt æqualia quadrato lineæ αθ: & quadratum lineæ αθ eſt duplum, quadratorum αγ, γλ. Ergo, Quadrata utraque duarum linearum: quorum alterum à tota αβ, cum adiecta βλ, tanquam una linea deſcribitur: alterum à βδ adiecta: ſunt dupla quadratorum: quorum unum à dimidia αγ: alterum à linea ex dimidia & adiecta cõpoſita deſcribitur tanquam una eſſet linea. Maior eſt lemma. Minor nota ex concluſione ſyllogiſ. trigeſimi noni, & quadrageſimi quarti. *τὸ συμπέρασμα.* Quadrata igitur αδ, δβ: ſunt dupla quadratorum αγ, γλ. Si igitur linea recta ſecta fuerit, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

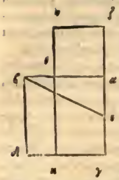
PROPOSITIO XI.

Problema.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν: ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Datam lineam rectam ſecare: ut rectangulum quod tota & uno ſegmentorũ continetur: ſit æquale quadrato, quod à reliquo ſegmento deſcribitur.

ἡ ἔκθεσις.



Sit data linea recta αβ. ὁ διορισμός. Data linea αβ, recta ſecanda eſt, ut rectangulum quod tota & altero ſegmentorum contineтur: ęquale ſit quadrato deſcripto à reliquo ſegmento. ἡ κατασκευή. Deſcribatur à recta αβ quadratũ αβγδ: & ſecetur αγ in duas partes ęquales, ad punctum ε: & ſiat recta βε: atque ducatur recta κθ ad punctum κ. ὁ διορισμὸς τῆς κατασκευῆς. Dico quod recta αβ ſit ſecta in puncto θ, ita ut rectangulum αβ, βθ rectis contentum: ſit æquale quadrato à recta αθ deſcripto.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi duodecim.

Primus. Si linea recta ſecta fuerit in duas partes æquales &c. Linea recta αγ, diſſecta eſt in duas partes æquales in puncto ε: eiq; eſt adiecta linea αζ. Ergo, Rectangulum γζ, ζα rectis compręhenſum: cum quadrato à dimidia αε deſcripto: eſt æquale quadrato εζ. Maior eſt propoſitio ſexta ſecundi. Minor nota ex delineatione. *Secundus*. Aequalium linearum æqualia ſunt quadrata. Linea εζ eſt æqualis lineæ εβ. Ergo, quadratum lineæ βε, eſt æquale quadrato lineæ εζ. Maior eſt lemma. Minor nota ex delineatione. *Tertius*. Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Quadratum lineæ βε, eſt æquale quadrato lineæ εζ: & eidem æquale eſt rectangulum γζ, ζα rectis contentum: unà cũ quadrato à dimidia αε deſcripto. Ergo, Rectangulum γζ, ζα rectis contentũ cum quadrato lineę αε: eſt ęquale quadrato lineæ εβ. Maior eſt cõmunis ſententia. Minor nota ex concluſione ſyllogiſmi primi & ſecundi. *Quartus*. In triangulis rectangulis, quadratum lateris ſubtendentis angulum rectum: eſt æquale quadratis laterum angulum rectum continentium. Trianguli βαε angulus βαε eſt rectus. Ergo, Quadratum lateris βε, eſt æquale quadratis duorum laterũ βα, αε. Maior eſt quadrageſima ſeptima primi. Minor nota ex delineatione. *Quintus*. Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt ęqualia. Quadrata linearũ εα, αβ: ſunt æqualia quadrato lineę βε: & eidem quadrato βε: ęquale eſt rectangulum γζ, ζα rectis contentum cum quadrato αε. Ergo, Rectangulũ γζ, ζα rectis contentũ: cum quadrato lineæ αε, eſt æquale duobus quadratis linearum αβ, αε. Maior eſt communis ſententia. Minor concluſio ſyllogiſmi tertij & quarti. *Sextus*. Si ab æqualibus auferantur æqualia, uel cõmunia: quæ relinquuntur ſunt æqualia. Quadrata linearum βα, αε: ſunt æqualia, rectãgulo γζ, ζα, rectis contento: cum quadrato αε, ex his aufer quadratum lineæ αε. Ergo, Rectangulum γζ, ζα, rectis compræhenſum eſt æquale quadrato lineæ βα: hoc eſt αδ. Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minor concluſio ſyllogiſmi quinti. *Septimus*. Omne quadratum habet latera æqualia. Quadrata ſunt ακ, βγ. Ergo, Habent latera æqualia. Maior eſt definitio quadrati: minor nota ex delineatione. *Octauus*. Rectãgula quæ æqualibus lineis rectis continentur: ſunt æqualia. Linea κζ, eſt æqualis lineæ ζ, ζγ, uero cõmunis. Ergo, Rectangulum γζ, ζκ, rectis contentum: eſt æquale rectangulo ζγ, ζα, rectis contento. Maior eſt communis ſententia. Minor eſt concluſio ſyllogiſmi ſeptimi. *Nonus*. Si ab ęqualibus auferantur ęqualia: quę relinquuntur ſunt ęqualia. Rectangulum γζ, ζα, rectis contentum: eſt ęquale quadrato lineę βα: ex quibus auferatur rectangulum κα, commune. Ergo, Rectangulum ζθ, eſt ęquale θδ. Maior eſt communis ſententia. Minor concluſio ſyllogiſmi ſexti. *Decimus*. Rectangula æqualibus rectis lineis contenta ſunt ęqualia. Linea βδ, eſt ęqualis lineę βα, linea uero βθ, communis. Ergo, Rectangulum rectis δβ, βθ, contentum: id eſt βε, eſt ęquale rectangulo βα, βθ, rectis contento. Maior eſt lemma. Minor eſt nota ex concluſione ſyllogiſmi ſeptimi. *Vndecimus*. Aequalium linearum, ęqualia ſunt quadrata. Linea θα, eſt ęqualis lineę αζ. Ergo, Quadratum lineę αζ, id eſt θζ, eſt ęquale quadrato lineę αθ. Maior eſt lemma. Minor nota ex concluſione ſyllogiſmi ſeptimi. *Duodecimus*. Quę eidem ſunt ęqualia: illa inter ſe ſunt ęqualia. Quadratum lineę αθ: eſt æquale quadrato γθ: & eidem ζθ: eſt etiam æquale rectangulum αβ, βθ, rectis contentum. Ergo, Rectangulum tota & uno ſegmentorum αβ, βθ, contentum: eſt æquale quadrato à recta αθ, reliquo ſegmento deſcripto. Maior eſt communis ſententia. Minor nota ex ſuperioribus. τὸ συμπέρασμα. Data igitur linea recta, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

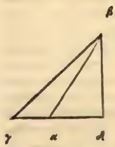
PROPOSITIO XII.

Theorema.

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον: μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων: τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ἐφ᾽ ἣν ἐκβληθεῖσαν, ἡ κάθετος πίπτει: καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

In triangulis amblygoniis: quadratum quod deſcribitur, à latere ſubtendente angulum obtuſum: maius eſt quadratis laterum obtuſum illum angulum continentium: rectangulo quod his continetur latere angulum obtuſum continente: in quod perpendicularis protracta cadit: & linea quæ extra triangulum ipſa perpendiculari, ad angulum obtuſum intercipitur.

ἡ ἔκθεσις.



Sit triangulus amblygonius αβγ: habens angulum βαγ obtuſum: & ducatur à puncto β: ad latus γα extenſum perpendicularis βδ. ὁ διορισμός. Dico quod quadratum deſcriptum à latere βγ: ſit maius, quadratis laterum βα, αγ: rectangulo quod bis continetur γα, αδ rectis.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi nouem.

Primus. Si linea recta ſecetur ὡς ἔτυχε: quadratum à tota deſcriptum &c. Linea recta γδ, ſecta eſt ὡς ἔτυχε in puncto α. Ergo, quadratum à δγ deſcriptū: eſt æquale quadratis à γα, αδ lineis deſcriptis, &c. Maior eſt propoſitio quarta huius. Minor nota per ſe. *Secundus.* Si æqualibus addātur æqualia uel communia: quæ fiunt, erunt æqualia. Quadratum lineæ δγ: eſt æquale quadratis linearū γα, αδ, & rectangulo quod bis continetur rectis γα, αδ: his addatur quadratū δβ commune. Ergo, Quadrata linearum γδ, δβ: ſunt æqualia, quadratis linearum γα, αδ, δβ: & rectangulo quod bis continetur rectis γα, αδ. Maior eſt communis ſententia. Minor eſt concluſio ſyllogiſmi primi. *Tertius.* In triangulis rectangulis: quadratum lateris rectum angulum ſubtendentis, &c. Triangulus γβδ, eſt rectangulus: habens angulum γδβ, rectum. Ergo, Quadratum γβ: eſt æquale quadratis γδ, δβ. Maior eſt quadrageſima ſeptima primi. Minor nota ex definitione perpendicularis. *Quartus.* Διὰ τὰ αὐτὰ eſt etiam quadratum lineæ αβ: æquale quadratis linearum αδ, δβ. *Quintus.* Quæ eidem ſunt æqualia illa inter ſe ſunt æqualia. Quadrata linearum γα, αδ, δβ: cum rectangulo quod rectis γα, αδ, bis continetur, ſunt æqualia quadratis linearum γδ, δβ: & eiſdem etiam æquale eſt quadratum lineæ βγ. Ergo, Quadratum lineæ γβ: eſt æquale quadratis linearum γα, αδ, δβ: & rectāgulo quod γα, αδ, rectis bis continetur. Maior eſt communis ſententia. Minor eſt concluſio ſyllogiſmi ſecundi & tertij. *Sextus.* Si æqualibus addantur æqualia uel communia: quæ fiunt ſunt æqualia, quadratum lineæ αβ, eſt æquale quadratis linearum αδ; δβ: quibus adde quadratum γα, commune & rectangulū quod γα, αδ, rectis bis continetur. Ergo, Quadratum lineæ αβ: cum quadrato γα: & rectangulo quod rectis γα, αδ, bis continetur: eſt æquale quadratis linearum γα, αδ, δβ: una cum rectangulo quod γα, αδ, rectis bis continetur. Maior eſt communis ſententia. Minor concluſio ſyllogiſmi quarti. *Septimus.* Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Quadratum lineæ γβ, eſt æquale quadratis linearum γα, αδ, δβ: & rectangulo quod γα, αδ, bis continetur. præterea eiſdē æqualia ſunt quadrata linearū γα, αβ & rectangulū quod rectis γα, αδ, bis continetur. Ergo, Quadratum lineæ γβ: eſt æquale quadratis linearum γα, αβ, & rectangulo, quod γα, αδ, bis continetur. Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minor eſt nota ex concluſione ſyllogiſmi quinti & ſexti. *Octauus.* Omne totum eſt maius ſua qualibet parte. Quadrata linearum γα, αβ, ſunt pars quadratorum γα, αβ, cum rectangulo γα, αδ, bis contento. Ergo, Quadrata linearum γα, αβ: ſunt maiora quadratis linearum γα, αβ. Maior eſt communis ſententia. Minor nota per ſe. *Nonus.* Si fuerit magnitudo prima, æqualis magnitudini ſecundæ: ſecunda uero maior tertia: erit etiam prima maior tertia. Quadratum li-

Digitized by Google

rum lineæ γβ, eſt æquale quadratis linearum γα, αϐ: cum rectangulo quod γα, αδ, bis continetur: eadem uero quadrata linearum γα, αβ: cum rectangulo quod γα, αδ: bis continetur, ſunt maiora quadratis linearum γα, αβ. Ergo, Quadratum lineæ γβ: eſt maius quadratis linearum γα, αϐ. Maior eſt lemma. Minor nota ex ſyllogiſmo octauo & ſeptimo. *τὸ συμπέρασμα.* Quadratum ergo lateris γϐ, ſubtendentis angulum obtuſum: eſt maius quadratis laterum γα, αϐ, angulum obtuſum continentium: rectangulo quod γα, αδ, rectis bis continetur. In triangulis igitur amblygonijs, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

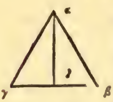
PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον: ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων: τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

In triangulis oxygoniis, quadratũ quod deſcribitur à latere ſubtendente angulum: acutũ minus eſt quadratis laterum angulum illum acutũ continentium: rectangulo quod bis continetur: uno latere angulum acutum continente: & in quod cadit perpendicularis, & ea linea quæ à perpendiculari intra triangulum ad angulum acutum intercipitur.

ἡ ἔκθεσις.



Sit triangulus oxygonius αβγ: habẽs angulum αϐγ acutum. ἡ κατασκευή. Et ducatur à puncto α, ad rectam ϐγ perpẽdicularis αδ: ea uero neceſſario cadit intra triangulum: nam ſi extra caderet: angulus αγδ exterior qui eſt acutus, maior eſſet angulo interiore ad punctũ δ exiſtente. quod tamen eſt contra definitionem anguli acuti. ὁ διορισμός. Dico quod quadratum αγ, minus ſit quadratis γβ, βα: rectangulo γβ, βδ bis contento.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi decem.

Primus. Si recta linea ſecetur ὡς ἔτυχε, duo quadrata, &c. Linea recta γβ, ſecta eſt utcunque in puncto δ. Ergo, Quadrata linearum γβ, βδ: ſunt æqualia rectangulo quod γβ, βδ, rectis bis continetur: & quadrato δγ. Maior eſt propoſitio ſeptima ſecundi. Minor nota per ſe. *Secundus.* Si æqualibus addantur æqualia uel cõmunia: quæ fiunt ſunt æqualia. Quadrata γϐ, ϐδ: ſunt æqualia rectangulo γβ, βδ, bis contento: & quadrato δγ: bis addatur commune quadratum αδ. Ergo, Quadrata linearum γϐ, βδ, αδ: ſunt æqualia rectangulo quod bis compræhenditur γβ, βδ: & quadratis linearum αδ, δγ. Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex ſyllogiſmo primo. *Tertius.* In triangulis rectangulis quadratum lateris ſubtendentis angulum rectum: eſt æquale quadratis laterum angulum rectum continentium. Triangulus ϐδα, eſt rectangulus: cuius angulus ϐδα, eſt rectus. Ergo, Quadratum lineæ αϐ, eſt æquale quadratis linearum αδ, δβ. Maior eſt quadrageſima ſeptima primi. Minor nota ex definitione perpendicularis. *Quartus.* Διὰ τὰ αὐτὰ quadratum lineæ αγ, eſt æquale quadratis linearum αδ, δγ. *Quintus.* Si æqualibus addantur æqualia uel communia: quæ fiunt, erunt æqualia. Quadratũ lineæ αβ: eſt æquale quadratis linearum βδ, δα: addatur quadratũ βγ, lineæ cõmune. Ergo, Quadrata linearum αβ, βγ: ſunt æqualia quadratis linearum γβ, βδ, δα. Maior eſt communis ſententia. Minor concluſio ſyllogiſmi tertij. *Sextus.* Διὰ τὰ αὐτὰ etiam quadratum lineæ αγ, cum rectangulo quod γϐ, ϐδ, bis continetur eſt æquale quadratis linearum αδ, δγ, cum rectangulo quod rectis γβ, βδ, bis continetur. *Septimus.* Quæ eidem ſunt æqualia illa inter ſe ſunt æqualia. Quadratum lineæ αγ, cum rectangulo quod γβ, βδ, rectis bis continetur: eſt æquale quadratis linearum αδ, δγ, cum rectangulo quod γβ, ϐδ, bis continetur: ſed eiſdem γδ, δγ, linearum quadratis: cum rectangulo, quod αβ, βδ, bis continetur: ſunt æqualia quadrata linearum γϐ, βδ, δα. Ergo, Quadratum lineæ αγ, cum rectangulo γϐ, ϐδ, rectis bis contento: eſt æquale quadratis linearum γβ, ϐδ, δα. Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex ſyllogiſmo ſecundo & ſexto. *Octauus.* Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Quadratum lineæ αγ, cum rectangulo quod γβ, βδ, rectis

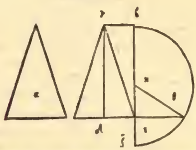
bis continetur: est æquale quadratis linearum γζ, ζδ, δα: & eisdem sunt æqualia quadrata linearũ αβ, βγ. Ergo, Quadrata linearum αβ, βγ: sunt æqualia, quadrato lineæ αγ, & rectangulo quod γβ, βδ, rectis bis continetur. Maior est communis sententia. Minor ex syllogismo septimo & quinto nota. *Nonus*. Omne totum est maius sua parte. Quadratum lineæ αγ, est pars rectanguli: quod γβ, βδ, lineis bis continetur, cum eo quod ab αγ, recta describitur. Ergo, Quadratum lineæ αγ, est minus rectangulo quod γβ, βδ, rectis bis continetur: cum quadrato lineæ αγ. Maior est communis sententia. Minor nota per se. *Decimus*. Si fuerit magnitudo prima minor magnitudine secunda: secunda æqualis tertiæ: erit etiam magnitudo prima minor magnitudine tertia. Quadratum lineæ αγ, est minus rectãgulo quod γβ, βδ, bis continetur: cum quadrato lineæ αγ. quadratum uero lineæ αγ, cum rectangulo γβ, βδ, rectis bis contento est æquale, quadratis linearum γζ, ζα. Ergo, Quadratum lineæ αγ, est minus quadratis linearum γβ, βα: Maior est lemma. Minor nota ex conclusione syllogismi noni & octaui. *τὸ συμπέρασμα*. Quadratum igitur rectæ αγ, minus est quadratis γβ, βα, rectãgulo quod bis βγ, βδ, rectis continetur. In triãgulis igitur oxygonijs quadratum, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*.

PROPOSIT. XIIII.
Problema.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ: ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Dato rectilineo: æquale constituere quadratum.

ἡ ἔκθεσις.



Sit datum rectilineum α. *ὁ διορισμός*. Dato igitur rectilineo α: constituendum est quadratum æquale. *ἡ κατασκευή*. Constituatur dato rectilineo α, æquale parallelogrammon rectangulum βδ. *Occupatio*. Si igitur βι, est æqualis ιδ: factum est quod iussi eramus. nam rectilineo α, constitutum est æquale quadratum βδ, quod si uero non est æqualis, altera ex his βι, ιδ, cõstituatur maior. Sit βι, maior & extendatur ad punctum usque ζ: fiatque lineæ rectæ ιδ, æqualis recta ζι, postea ζβ, secetur δίχα in puncto κ. Centro etiam κ, interuallo uel κβ, uel κζ, describatur semicirculus βθζ, denique ducatur linea δι, ad punctum usque θ: & fiat linea recta κθ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi duodecim.

Primus. Si recta linea secetur in partes æquales & in partes inæquales tum rectangulum, &c. Linea recta βζ, secta est in partes ęquales ad punctum κ: in partes inæquales in puncto ι. Ergo, Rectangulum segmentis inæqualibus contentum βι, ιζ: cum quadrato dimidiæ ικ: est æquale quadrato lineæ mediæ κζ. Maior est quinta secundi. Minor nota ex delineatione. *Secundus*. In omni circulo rectæ à centro ad circumferentiam ductæ: sunt inter se æquales. Est circulus βθζ, cuius centrum est κ. Ergo, Recta κζ, est æqualis rectæ κθ. Maior est definitio circuli: Minor nota ex delineatione. *Tertius*. Aequalium linearũ, æqualia sunt quadrata. Linea κζ, est ęqualis lineę κθ. Ergo, Quadratum lineę κθ, est ęquale quadrato lineę κζ. Maior est lemma. Minor conclusio syllogismi secundi. *Quartus*. Quę eidem sunt ęqualia: illa inter se sunt ęqualia. Rectangulum rectis βι, ιζ, contentum, cum quadrato κι, est ęquale quadrato lineę κζ: & eidem quadrato est ęquale quadratum lineę κθ. Ergo, Rectangulum βι, ιζ, rectis contentum, cum quadrato lineæ κι: est æquale quadrato lineæ κθ. Maior *κοινὴ ἔννοια*. Minor nota ex conclusione syllogismi primi & tertij. *Quintus*. Si in lineas æquedistantes rectas incidit recta: facit angulum exteriorem, angulo interiori sibi ex ijsdem partibus opposito æqualem. Linea recta γδ, æquedistat lineæ rectæ βι: & in eas incidit linea recta δθ. Ergo, Angulus κιθ, est æqualis angulo γδι. Maior est uigesima nona primi. Minor nota ex delineatione. *Sextus*. Omnis angulus rectilineus, æqualis angulo recto, est rectus. Angulus κιθ, est æqualis angulo γδι, γδι, uero est rectus. Ergo, Angulus κιθ, quoque, rectus est. Maior est lemma. Minor est conclusio syllogismi quinti & ex delineatione nota. *Septimus*.

In trian-

In triangulis rectangulis, quadratũ lateris rectum angulum ſubtendentis, eſt æquale quadratis laterum, rectum illum angulum continentium. Eſt triangulus rectangulus ηεθ, cuius angulus ηεθ, rectus. Ergo, Quadratum lateris ηθ: eſt æquale quadratis laterum ηε, εθ. Maior eſt quadrageſima ſeptima primi. Minor partim per ſe nota, partim ex cõcluſione ſyllogiſmi ſexti. *Octauus*. Quæ eidẽ ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Rectãgulum βε, εζ, rectis cõtentum, cum quadrato ηε, eſt æquale quadrato lineæ ηθ: & eidem ηθ, quadrato ſunt æqualia, quadrata linearum θε, εη. Ergo, Rectangulum βε, εζ, rectis cõtentum, cum quadrato ηε, æquale eſt quadratis linearum θε, ηε. Maior eſt *κοινὴ ἔννοια*. Minor concluſio ſyllogiſmi quarti & ſeptimi. *Nonus*. Si ab æqualibus, auferantur æqualia uel communia: quæ relinquuntur ſunt æqualia. Rectangulum βε, εζ, rectis cõtentum cum quadrato ηε: eſt æquale quadratis linearum θε, ηε: à quibus aufer quadratum ηε, commune. Ergo, Rectangulum βε, εζ, rectis contentum. eſt æqule quadrato εθ. Maior eſt communis ſententia. Minor concluſio ſyllogiſmi octaui. *Decimus*. Rectangula æqualibus lineis rectis contenta: ſunt æqualia. Linea εζ, eſt æqualis lineæ εδ: linea uero βε, communis. Ergo, Rectangulum βε, εδ, rectis contentum, id eſt βδ: eſt æquale rectangulo βε, εζ, rectis contento. Maior eſt lemma. Minor nota ex delineatione. *Vndecimus* Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Rectangulum βδ, eſt æquale, rectangulo βε, εζ, rectis cõtento: & eidem æquale eſt quadratum εθ. Ergo, Quadratum lineæ εθ, eſt æquale rectangulo βδ. Maior eſt *κοινὴ ἔννοια*. Minor concluſio ſyllogiſmi decimi & noni. *Duodecimus*. Quæ eidem ſunt æqualia: illa inter ſe ſunt æqualia. Rectilineum datum α, eſt æquale rectangulo βδ: & eidem βδ, eſt æquale quadratum εθ. Ergo, Rectilineum α, æquale eſt quadrato εθ. Maior eſt communis ſentẽtia. Minor nota ex ſuperioribus. *τὸ συμπέρασμα.* Dato igitur rectilineo α: æquale eſt conſtitutum quadratum, quod à recta εθ, deſcribitur. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

Finis libri ſecundi.

Digitized by Google

Euclidis elementum tertium.

ΟΡΟΙ

Ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διάμετροι εἰσὶν ἴσαι, ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν.

Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ ἐκβαλλομένη, οὐ τέμνει τὸν κύκλον. Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

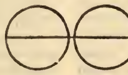
Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται: ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσι. μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

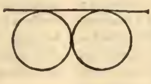
Τμῆμα κύκλου, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα, ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

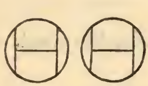
Τμήματος δὲ γωνία ἐστίν, ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

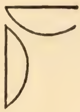
Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστίν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος, ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥ τις ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν. ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσι τινὰ περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία. Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστίν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ

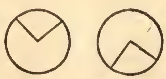
κύκλου











DEFINITIONES.

Circuli illi æquales ſunt, quorum diametri erunt æquales: uel qui æquales habent ex centris ductas lineas rectas.

Illa recta linea dicetur circulum tangere, quæ cum tangit circulum, & producta fuerit, tamen non ſecat circulum. Circuli dicuntur ſeſe mutuo tangere, qui dum ſeſe tangũt, non tamen ſeſe mutuo ſecant.

Rectæ in circulo æqualiter à centro diſtare dicuntur: quãdo perpendiculares à centro ad illas ductæ, æquales fuerint: longius uero illa diſtare dicitur, in quam maior cadit perpendicularis.

Segmentum circuli, eſt figura quæ linea recta & circuli circumferentia continetur.

Angulus uero ſegmẽti eſt, qui linea recta, & circuli circumferentia continetur.

Angulus uerò in ſegmento eſt, quando in circumferentia ſegmenti ſumptum fuerit aliquod punctum, & rectæ quædam ab eo puncto ad extrema lineæ rectæ, quæ baſis ſegmenti eſt, ductæ fuerint, angulus qui duabus illis ductis lineis rectis continetur, erit in ſegmento. Quando uero rectæ angulum continentes, abſumpſerint aliquam circumferentiæ partem, in illa dicetur angu-

lus

κύκλου σταθῇ ἡ γωνία: τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης, ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

lus constitutus esse. Sector circuli est, quando angulus fuerit ad centrum circuli constitutus: illa inquã figura, quæ continetur lineis rectis, angulum facientibus, & circumferentiæ parte, quę lineis rectis istis est intercepta.

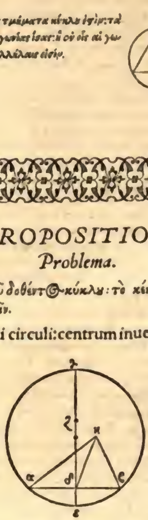
Ὅμοια τμήματα κύκλου ἐστίν: τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας: ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Similia segmenta circuli sunt: quæ æquales habent angulos: aut in quibus anguli sunt æquales.

PROPOSITIO I.
Problema.

Τοῦ δοθέντος κύκλου: τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Dati circuli: centrum inuenire.



ἡ ἔκθεσις.

Sit datus circulus αβγ. *ὁ διορισμός.* Huius circuli αβγ, centrum, est inueniendum. *ἡ κατασκευή.* Ducatur in eo recta quædam linea utut uidebitur, uel quocunque modo: eaque secetur δίχα in puncto δ: postea à puncto δ: rectæ αβ, ducatur ad angulos rectos: recta δγ: & perducatur ad punctum usque ε: denique recta γε, secetur in duas partes æquales in puncto ζ. *ὁ διορισμὸς τῆς κατασκευῆς.* Dico quod ζ punctum, sit centrum circuli αβγ. *ἔνστασις* Punctum ζ, aut est centrum circuli αβγ: aut non est eius centrum. *ὑπόθεσις.* Ponamus si fieri potest, non esse centrum: sed aliud quoddam punctum, & sit punctum η, cẽtrum circuli αβγ. *ἡ κατασκευή* à puncto η, quod ponitur esse centrum circuli αβγ: ducantur rectæ ηα, ηδ, ηβ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi septem.

Primus. Si fuerint duo trianguli, habentes duo latera, duobus lateribus æqualia alterum alteri: & basim basi æqualem: etiam angulum angulo æqualem habebunt: quem æqualia illa latera continent. Sunt duo trianguli αδη, δηβ, qui habent duo latera αδ, δβ, duobus lateribus ηδ, ηβ, æqualia alterum alteri: & basim αη, æqualem basi ηβ, quia à centro ad circumferentiam. *Ergo,* Angulus αδη: est æqualis angulo ηδβ. Maior est propositio octaua primi. Minor nota ex delineatione. *Secundus.* Cum recta super recta stans: angulos contiguos facit æquales: uterque ęqualium angulorum est rectus. Recta ηδ, stans super recta αβ, facit angulos αδη, ηδβ, inter se contiguos, æquales. *Ergo,* Anguli αδη, ηδβ, sunt recti. Maior definitio anguli recti: minor conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Omnes anguli recti, sunt inter se æquales. Angulus ζδβ, est rectus, & angulus ηδβ, etiam est rectus. *Ergo,* Angulus ζδβ, est æqualis angulo ηδβ. Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor partim conclusio syllogismi secũdi: partim ex delineatione nota. *Quartus.* Totũ est maius sua parte. Angulus ζδβ, totus est: eius uero pars, angulus ηδβ. *Ergo,* Angulus ζδβ, maior est angulo ηδβ. Maior cõmunis est sentẽtia. Minor nota per se. *Quintus.* Si punctum η, est centrũ circuli αβγ: tum angulus ζδβ, maior, erit æqualis ηδβ, minori seu parti. Sed hoc fieri nequit.

Ergo, Punctũ ε, non est centrum circuli αβγ. Maior nota ex hypothesi, & syllogismis superioribus. *Sextus.* ὁμοίως δὴ δείξομεν: quod neque aliud punctum centrum circuli esse possit. *Septimus.* Punctum δ, aut est centrum circuli αβγ: aut non est centrum circuli αβγ: sed aliquod aliud. Verum demonstratum est quod neque ε, neque aliud punctũ, centrum circuli esse possit. Ergo, Punctum δ, est centrum circuli. Maior est ipsum dilemma. Minor nota ex superioribus. τὸ συμπέρασμα. Dati igitur circuli αβγ: centrum est inuentum ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

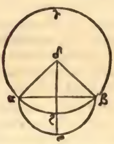
πόρισμα. Ex hoc manifestum est: quod si in circulo recta quædam, aliam rectam secat δίχα: & ad angulos rectos: tum in linea secãte est centrum circuli.

PROPOSITIO II.
Theorema.

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα: ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Si in circumferentia circuli, sumpta fuerint duo quęuis puncta: tum recta quæ hæc duo coniungit puncta; cadit intra circulum.

ἡ ἔκθεσις.



Sit datus circulus αβγ: & in eius circumferentia, sumantur duo quæuis puncta α, & β. ὁ διορισμός. Dico quod recta ab α, in punctum β, ducta cadat intra circulũ.

Ἐνστασις. Recta quæ duo puncta α, & β, coniungit: uel cadit intra circulum, uel cadit extra. ὑπόθεσις. Ponamus eam cadere extra: & sit recta αεβ. ἡ κατασκευή. Sumatur circuli αβγ, centrum δ: deinde ducantur rectæ δα, δβ: & ducatur recta δζ, ad punctum ε.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi decem.

Primus. Trianguli qui duo habent æqualia latera: angulos ad basim habent æquales. In triãgulo δαβ, latus δα, est æquale lateri δβ. Ergo, Angulus δαε, est ęqualis angulo δβε. Maior est propos. quinta primi. Minor nota ex definitione circuli. *Secũdus.* In omni triangulo uno latere extenso: angulus extraneus, maior est angulo interno sibi opposito. Triãguli δαε, latus αεβ: est extensum. Ergo, Angulus δεβ maior est angulo δαε. Maior est propositio decima sexta primi. Minor nota ex syllogismo primo & per se. *Tertius.* Si fuerint duo trianguli, habentes duo latera, duobus lateribus æqualia alterum alteri & basim basi æqualem: etiam angulus angulo erit æqualis, quem æqualia illa latera continent. Sunt duo trianguli, δαε, δβε, & habẽt duo latera, duobus lateribus æqualia alterũ alteri latus δα, æquale lateri δβ, & αε æquale βε. Ergo, Angulus δαε, est æqualis angulo δβε. Maior est propositio octaua primi. Minor nota ex syllogismis præcedentibus. *Quartus.* Si prima magnitudo maior fuerit secunda: secunda uero æqualis tertiæ: erit etiam prima maior tertia. Angulus δεβ, maior est angulo δαε: & angulus δαε, est æqualis angulo δβε. Ergo, Angulus δεβ, maior est angulo δβε. Maior est lemma. Minor est conclusio syllogismi secundi & tertij. *Quintus.* In omni triangulo, maiorem angulum maius latus subtendit. Trianguli δβε: angulus δεβ, est maior. Ergo, Latus δβ, maius est latere δε. Maior est propositio decima octaua primi. Minor conclusio syllogismi quarti. *Sextus.* In omni circulo rectæ à centro ad circumferentiam ductæ, sunt inter se æquales. Circuli αβγ, centrum est δ: à quo ductæ sunt ad circumferentiam rectæ, δβ, δζ. Ergo, Rectæ δβ, δζ, sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota per se. *Septimus.* Si prima magnitudo fuerit æqualis magnitudini secundæ: secunda maior tertia: erit etiam prima maior tertia. Recta δζ, est æqualis rectæ δβ: & δβ recta, est maior recta δε. Ergo, Recta δζ, etiam est maior recta δε. Maior est lemma. Minor nota ex superioribus syllogismis. *Octauus.* Si recta quæ coniungit duo puncta α, & β, ut est αεβ: cadit extra circulum: tum δζ, minor, est maior δε maiore. Sed hoc fieri nequit ut minor sit maiore maior. Ergo, Neque recta quæ coniungit duo puncta in circulo sumpta: cadit extra circulum. Maior est hypothesis, & conclusio syllogismi septimi. Minor nota per se. *Nonus.* ὁμοίως δὴ δείξομεν quod neque in ipsam cadet circumferentiam: quæ duo hæc puncta coniungit. *Decimus.* Recta quæ duo quæuis puncta, in

cta, in circumferentia circuli sumpta coniungit: aut cadit intra circulum, aut extra circulum, aut in circumferentiam circuli. Sed demonstratum est quod neque extra neque in ipsam circumferentiam cadat. Ergo, Recta quæ duo puncta in circuli circumferentia sumpta cōiungit: cadit intra ipsum circulū. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur in circuli circumferentia, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

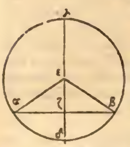
PROPOSITIO III.

Theorema.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ, εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου, εὐθεῖαν τινὰ μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

Si in circulo, aliqua linea recta per centrum circuli ducta, aliam rectam per centrum non ductam: secat in duas partes æquales: etiam ad angulos rectos eam secabit: & si ad angulos rectos secat: etiam secabit eam in duas æquales partes.

ἡ ἔκθεσις.



Sit datus circulus αβγ: & in eo linea quædam recta γδ, per centrum circuli ducta: quæ lineam αβ non per centrum ductam secet in duas partes æquales. *ὁ διορισμός.* Dico quod etiā ad angulos rectos eam secabit. *ἡ κατασκευή.* Sumatur centrum circuli punctum ε, & fiant lineæ rectæ εα, εβ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi septem.

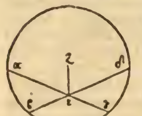
Primus. In omni circulo recta &c. In circulo αβγ à centro ε ad circumferentiam sunt ductæ rectæ εα, εβ: Ergo, εα, εβ rectæ sunt æquales. *Explicatio.* Maior est definitio circuli. Minor nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Secundus.* Si fuerint duo trianguli, habentes duo latera, duobus lateribus æqualia alterū alteri: & basim basi ęqualem: etiam angulus angulo æqualis erit, quem æqualia illa latera continent. Duo trianguli εαζ, εβζ habent duo latera αζ, ζβ æqualia, & latus εζ commune: basim etiam εα, æqualē basi εβ. Ergo, Angulus αζε, est æqualis angulo βζε. Maior est propositio octaua libri primi. Minor ex delineatione, & syllogismo primo nota. *Tertius.* Si recta linea super recta constituta: fecerit angulos *ἐφεξῆς* inter se æquales: uterque æqualium angulorum erit rectus. Recta εζ constituta super recta αβ, facit angulos *ἐφεξῆς* αζε, βζε inter se æquales. Ergo, Vterque æqualium angulorum αζε, βζε est rectus Recta igitur γδ per centrum ducta, secat rectam αβ, per centrum non ductā ad angulos rectos. Maior est definitio anguli recti. Minor est cōclusio syllogismi secundi. *Δευτέρα ἔκθεσις.* Recta γδ secet rectam αβ ad angulos rectos. *Δεύτερος διορισμός.* Dico quod recta γδ, secet rectam αβ, in duas partes æquales: hoc est quod αζ sit æqualis ζβ. *ἡ κατασκευή.* Eadem manente delineatione fieri potest demonstratio. *Quartus.* In circulo, rectæ à centro ad circumferentiā ductæ: sunt inter se æquales. Rectæ εα, εβ sunt à cētro ad circumferentiā ductæ. Ergo, Inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota ex delineatione. *Quintus.* Trianguli æquicruri habēt angulos ad basim, inter se æquales Est triangulus εαβ, habens latus εα, æquale lateri εβ. Ergo, Anguli εαβ εβα ad basim sunt inter se æquales. Maior est propositio quinta libri primi. Minor nota per se. *Sextus.* Omnes anguli recti sunt inter se æquales. Angulus αζε, est rectus, & angulus βζε, etiam rectus est. Ergo, Angulus αζε, est æqualis angulo βζε. Maior est communis sententia. Minor nota ex superioribus. *Septimus.* Si fuerint duo trianguli habentes duos angulos, duobus angulis æquales alterum alteri: & unum latus uni lateri æquale: siue sit unum ex ijs quæ ad angulos æquales sunt: siue unum ex ijs quæ æquales angulos subtendunt: tum & reliqua latera, reliquis lateribus erunt æqualia: alterum alteri, & reliquus angulus, reliquo angulo æqualis. Sint duo trianguli εαζ, εζβ, habentes duos angulos εαζ, εζα, duobus angulis εβζ, εζβ, æquales alterum alteri: & latus εζ, commune quod subtendit unum ex angulis æqualibus. Ergo, Et reliqua latera, reliquis lateribus sunt ęqualia alterum alteri latus αζ, lateri βζ. Maior est uigesima sexta propositio primi. Minor nota ex superioribus. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur in circulo recta aliqua, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSITIO IIII.
Theorema.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι· οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Si in circulo duae lineae rectae sese mutuo secant: neque per centrum fuerint ductae: tum se in partes aequales nunquam secabunt.

ἡ ἔκθεσις.



Sit circulus αβγδ: & in eo duae lineae rectae αγ, βδ, sese secent in puncto ε: non autem ducātur per centrum. ὁ διορισμός. Dico quod sese non secēt in partes aequales. Ἐξέτασις. Linea recta αγ, aut secat rectam βδ, in partes aequales: aut eam in partes aequales non secat. ὑπόθεσις. Ponamus rectam αγ, secare rectam βδ, in partes aequales, in puncto ε, ita ut recta αε, sit aequalis rectae εγ: & recta βε, aequalis rectae εδ. ἡ κατασκευή. Sumatur centrum circuli & sit punctum ζ: postea a puncto ζ, ducatur recta ζε.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi quinque.

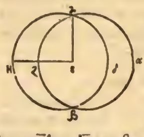
Primus. Si in circulo recta aliqua linea, per cētrum ducta, aliam lineam rectam, per centrum non ductam &c. Recta ζε, per centrum circuli ducta: aliam rectam αγ per centrum non ductam, secat in duas partes aequales. Ergo, Recta ζε, secat rectam αγ, ad angulos rectos: ita ut angulus ζεα, sit rectus. Maior est propositio trigesima tertij. Minor nota ex hypothesi. *Secundus.* Si in circulo recta aliqua per centrum circuli ducta: &c. Recta ζε, rectam βδ: per centrum non ductam secat δίχα, in duas partes aequales. Ergo, Recta ζε, rectam βδ, secat ad angulos rectos: ita ut angulus ζεβ, sit rectus. Maior est propositio trigesima tertij. Minor nota ex hypothesi. *Tertius.* Omnes anguli recti, sunt inter se aequales. Angulus ζεα, est rectus: item & angulus ζεβ, est rectus. Ergo, Angulus ζεα, est aequalis angulo ζεβ. Maior est communis sententia. Minor est conclusio syllogismi primi & secundi. *Quartus.* Totum est maius sua parte. Angulus ζεβ, est totus: eius pars uero est angulus ζεα. Ergo, ζεβ, angulus maior est, angulo ζεα. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota per se. *Quintus.* Si recta αγ, secat rectam βδ, in partes aequales: tum angulus ζεα, minor, est aequalis angulo ζεβ, maiori. Sed hoc fieri nequit. Ergo, Recta αγ: rectam βδ: non secat in partes duas aequales. τὸ συμπέρασμα. Si igitur in circulo duae lineae rectae sese mutuo secāt & per cētrum non fuerint ductae, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO V.
Theorema.

Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους· οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Si duo circuli sese mutuo secant: illorum non est commune seu unum idemque centrum.

ἡ ἔκθεσις.



Sint duo circuli αβγ, γδη: qui sese mutuo secēt in punctis β, & γ. ὁ διορισμός. Dico quod illorū non sit unum centrum. Ἐργασία. Circulorum αβγ, γδη, aut est unum centrum: aut non est unum centrum. ὑπόθεσις. Ponamus hos circulos unum habere centrum: & sit punctum ε. ἡ κατασκευή. Fiat linea εγ: & ducatur recta εζη, ut cunque.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi quinque.

Primus. In omni circulo lineae a centro ad circumferentiam ductae: sunt inter se aequales. Circuli αβγ, centrum est punctum ε. Ergo, Rectae εγ, εζ, sunt inter se aequales. Maior est definitio circuli. Minor nota per se. *Secundus.* In omni circulo, lineae a centro ad circumferentiam ductae sunt inter se aequales. Circuli γδη, centrum est punctum ε. Ergo, Recta εγ, est aequalis rectae εη. Maior est definitio circuli. Minor nota per se. *Tertius.* Quae eidem sunt aequalia: illa inter se sunt aequalia. Recta εζ, est aequalis rectae εγ: & eidem rectae εγ, est aequalis recta εη. Ergo, Recta εζ, est aequalis rectae εη. Maior est communis sententia. Minor nota ex superiori-

superioribus. *Quartus.* Si punctum ε, est commune centrum duorum circulorũ αγβ, γδκ, tum recta εζ, minor est æqualis rectæ εκ, maiori. Sed hoc fieri nequit. Ergo, Neque centrum ε, est commune αβγ, γδκ, duorum circulorum centrum. Maior est hypothesis. Minor conlcusio syllogismi tertij.

Quintus. Totum est maius sua parte. Recta εθ, est tota, recta εζ, eius pars. Ergo, Recta εκ, est maior recta εζ. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur duo circuli sese mutuo secant, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

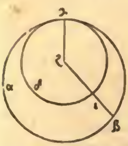
PROPOSITIO VI.

Theorema.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός: οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Si duo circuli sese mutuo interius tangunt: illorum non est unum idemque centrum.

ἡ ἔκθεσις.



Sint duo circuli αβγ, γδε: qui sese mutuo tangant in puncto γ. *ὁ διορισμός.* Dico quod duorum circulorum αβγ, γδε, non sit unũ idemque centrũ.

Ἔνστασις. Duorum circulorum sese mutuo secantium, aut est unum idemque centrum: aut non est. *ὑπόθεσις.* Ponamus centrum ζ, esse unum idemque centrum αβγ, γδε, circulorum. *ἡ κατασκευή.* Ducatur recta ζγ: & utcunque ducatur recta ζεβ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

Primus. In omni circulo rectæ à centro ad circumferentiam ductæ sunt inter se æquales. Circuli αβγ, centrum est punctum ζ. Ergo, Rectæ ζγ, & ζβ, sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota per se. *Secundus.* In omni circulo rectæ à centro ad circumferentiam ductę sunt inter se ęquales. Circuli γδε, centrum est punctum ζ. Ergo, rectæ ζγ, γε; sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota per se. *Tertius.* Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Rectæ ζβ, est æqualis recta ζγ: & rectæ eidem ζγ: est æqualis recta ζε. Ergo, Recta ζε, est æqualis rectæ ζβ. Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor nota ex superioribus.

Quartus. Totum est maius sua parte. Recta ζβ, est tota: eius pars est recta ζε. Ergo, Recta ζβ, est maior recta, ζε. Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor nota per se. *Quintus.* Si duorum circulorum αβγ, γδε, sese mutuo intra tangentium est unum idemque cẽtrum punctum ζ. tum rectæ ζβ, maiori est æqualis recta ζε, minor. Sed hoc fieri non potest. Ergo, Neque circulorum duorum αβγ, γδε, sese mutuo intra tangentium unum idẽque est centrum punctum ζ. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur duo circuli sese mutuo, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου: ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου προσπίπτωσιν εὐθεῖαι τινὲς πρὸς τὸν κύκλον: μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή: τῶν δ' ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Si in circuli alicuius diametro sumatur punctum aliquod: quod centrum circuli non est: & ab eo ad circulum fuerint ductæ aliquæ lineæ rectæ: tum maxima est ea in qua centrũ circuli existit: reliqua uero minima: ex cęteris uero lineis rectis, semper ea quæ rectæ per centrum circuli ductæ propior est: erit maior recta ea, quæ remotior existit: denique tãtum duæ sunt rectæ æquales, quæ ab isto pũcto ad circulum ducuntur ex utraque parte lineæ minimæ.

ἡ ἔκθεσις.

Sit datus circulus αβγδ, eius uero diame-

ter fit recta αδ: atque in diametro αδ, sumatur: punctum aliquod ζ: quod centrum circuli non fit: circuli autem centrum constituatur punctum ε. Postea à puncto ζ, ad circulum ducantur rectæ ζβ, ζγ, ζη. ὁ διορισμός. Dico quod recta ζα, fit maxima, recta uero ζδ, minima, ex reliquis uero recta ζβ, maior recta ζγ: & recta ζγ, maior quam recta ζη, ἡ κατασκευή. Ducantur rectæ βε, γε, ηε.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi uiginti & unus.

Primus. In omni triangulo duo latera sunt maiora tertio. Triangulus est εβζ. Ergo, Eius latera εβ, εζ, sunt maiora βζ latere. Maior est propositio uigesima libri primi. Minor nota per se. *Secundus.* In omni circulo rectæ à centro ad circumferentiã ductæ: sunt inter se æquales. In circulo αβγδ, cuius centrum est punctum ε: sunt ductæ duæ rectæ αε, βε. Ergo, Rectæ αε, βε, sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota ex delineatione, & propositione. *Tertius.* Si æqualibus addas æqualia uel communia: quæ fiunt sunt æqualia. Rectæ βε, αε, sunt æquales, quibus addatur εζ, commu[illegible]is. Ergo, Rectæ βε, εζ, sunt æquales rectæ αζ. Maior est communis sententia. Minor nota per se. *Quartus.* Si prima magnitudo fuerit æqualis magnitudini secundæ: secunda uero maior tertia: erit etiam prima maior tertia. Recta αζ, est æqualis rectis βε, εζ, hæ uero sunt maiores βζ. Ergo, Et αζ, maior est recta βζ. Maior est lemma. Minor nota ex superioribus syllogismis. *Quintus.* Totum est maius sua parte. Angulus βεζ, est totus: eius pars est angulus γεζ. Ergo, Angulus βεζ, maior est angulo γεζ. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota per se. *Sextus.* Si fuerint duo trianguli habentes duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: & angulum angulo maiorem, quem æqualia illa latera continent: tum & basis basi maior erit. Sunt duo trianguli βεζ, γεζ, qui habent βε, γε, æqualia cum à centro ad circumferentiam sint ducta: & ζε, commune latus. Angulus uero βεζ, maior est angulo γεζ. Ergo, Basis βζ, maior est basi γζ. Maior est propositio uigesima quarta primi. Minor ex superioribus nota. *Septimus.* Διὰ τὰ αὐτά, demonstrabitur quod & γζ, maior sit recta ζη. *Octauus.* In omni triangulo duo latera sunt maiora tertio. Triangulus est ηζε. Ergo, Duo eius latera ηζ, ζε: sunt maiora latere ηε. Maior est propositio uigesima primi: minor nota per se. *Nonus.* In omni circulo, rectæ à centro ad circumferentiam ductæ: sunt inter se æquales. Circuli αβγδ, centrum est punctum ε: à quo ductæ sunt ad circumferentiam duæ rectæ ηε, δε. Ergo, Rectæ ηε, δε, sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota per se. *Decimus.* Si prima magnitudo est maior magnitudine secunda: secunda uero æqualis tertiæ: etiam prima maior erit tertia. Rectæ εζ, ζη, sunt maiores recta ηε, & rectæ ηε, est æqualis recta εδ. Ergo, Rectæ ηζ, ζε, sunt maiores recta εδ. Maior est lemma. Minor nota ex superioribus. *Vndecimus.* Si ab inæqualibus auferantur æqualia uel communia: quæ relinquuntur sunt inæqualia. Rectæ ηζ, ζε, sunt maiores recta εδ, communis recta εζ, auferatur. Ergo, Recta ηζ, maior est recta ζδ. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor cõclusio syllogismi decimi. *Duodecimus.* Si prima magnitudo maior est secunda: & secunda maior tertia: erit etiam prima maior tertia. Recta βζ, maior est recta γζ: & recta γζ, maior quam recta ηζ. Ergo, βζ, maior est ηζ. Maior est lemma. Minor ex superioribus nota. *Decimus tertius.* Si prima magnitudo est maior secunda: secunda uero maior tertia: erit etiam prima maior tertia. Recta βζ, maior est recta ηζ, & recta ηζ, maior recta ζδ. Ergo, Recta βζ, maior est recta ζδ. Erit igitur ζα, maxima, minima uero ζδ, uerum ζβ, maior ζγ: & ζγ, maior ζη. Maior est lemma. Minor nota ex superioribus syllogismis. Alter διορισμός. Dico quod à puncto ζ, duæ tantum lineæ rectæ ad αβγδ, circulum ducentur inter se æquales: ex utraque parte minimæ lineæ ζδ. ἡ κατασκευή. Constituatur enim ad lineã rectam εζ, & ad punctum in ea datum ε: angulo ηεζ, æqualis angulus ζεθ: & fiat linea recta ζθ. ἡ ἀπόδειξις. *Decimus quartus.* Si fuerint duo trianguli, habentes duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: & angulum angulo æqualem: quem æqualia illa latera continent: erit etiam basis basi æqualis. Duo trianguli εηζ, εζθ, habent duo latera εη, εθ, æqualia, ex centro enim sunt ducta ad circumferentiam: & εζ, latus commune. Angulum etiam ηεζ æqualem angulo ζεθ. Ergo, Basis ηζ, est æqualis basi θζ. Maior est propositio quarta libri primi. Minor ex definitione circuli, & per se atque ex delineatione nota. *Tertius διορισμός.* Dico quod rectæ ζη, præter hanc θζ, rectam, nulla alia æqualis à puncto ζ, ad circulum duci possit. ἀδύνατον. Fingamus,

gamus, aliam esse huic æqualem & sit recta ζκ. *ἡ ἀπόδειξις.* *Decimus quintus.* Quæ eidem sunt æqualia, illa inter se sunt æqualia. Recta ζκ, est æqualis rectæ ζη: & eidem ζη, est ęqualis recta ζθ. Ergo, Recta ζκ, æqualis est rectæ ζθ. Maior est communis sententia. Minor ex ipsa hypothesi nota. *Decimus sextus.* Si in circuli alicuius diametro &c. In circuli αβγδ, diametro αδ, sumptum est punctum ζ, à quo ductæ sunt duæ rectæ ζθ, ζκ, quarum ζκ, propior est centro: ζθ uero remotior. Ergo, ζκ, maior est quam sit ζθ. Maior est eadem hæc propositio. Minor nota per se. *Decimus septimus.* Si alia linea recta quam ζθ, est æqualis lineæ rectæ ζκ: tum recta maior erit æqualis minori. Sed hoc fieri non potest. Ergo, Neque alia recta quam una æqualis erit rectæ ζκ. Maior est hypothesis. Minor nota per se. Alia demonstratio eiusdem rei *κατασκευή.* Ducatur linea εκ. *ἀπόδειξις.* *Decimus octauus* Si fuerint duo trianguli habentes duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: & basim basi æqualem: etiam angulus angulo erit æqualis, quem ęqualia illa latera continent. Sunt duo trianguli κεζ, κζε, habentes duo latera κε, εκ, æqualia, & latus εζ, commune: basis etiam κζ, est æqualis basi ζκ. Ergo, Angulus κεζ, est æqualis angulo κεζ. Maior est propositio octaua libri primi. Minor partim ex hypothesi, partim per se nota. *Decimus nonus.* Si fuerint duo trianguli, habentes duo latera duobus lateribus &c. Duo trianguli κεζ, ζεθ, habent duo latera κε, εθ, æqualia, & latus εζ, commune: basis etiam κζ, basi θζ, est æqualis. Ergo, Angulus κεζ, est æqualis angulo θεζ. Maior eadem cum maiore syllogismi decimi octaui. Minor nota ex delineatione: & superiori demonstratione. *Vigesimus.* Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Angulus θεζ, est æqualis angulo κεζ: & eidem angulo κεζ, est æqualis angulus κεζ. Ergo, Angulus θεζ, est æqualis angulo κεζ. Maior est communis sententia. Minor nota per se. *Vigesimus primus.* Si rectæ κζ, alia linea recta æqualis est quam θζ: tum angulus θεζ, minor, est æqualis angulo κεζ, maiori. Sed hoc non fieri potest. Ergo, Neque alia recta à puncto ζ, ad circulum ducetur: quæ ei sit æqualis preterquam recta ζθ. Vnde per consequens erit tantum una ei æqualis. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur in circuli alicuius diametro sumatur punctum, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSITIO VIII.

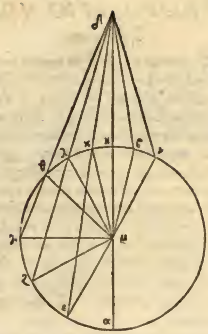
Theorema.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς: ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαι τινὲς: ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ ἄλλων, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μὲν ἐστὶν ἡ μεταξὺ τοῦτε σημείου, καὶ τῆς διαμέτρου: τῶν δ᾽ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης τῆς ἀπώτερον ἐστὶν ἐλάττων. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Si in circulo aliquo extra eius circumferentiam fuerit aliquod punctum sumptum: & ab eo puncto ad circulum fuerint ductæ lineæ quædam rectæ, quarū una per centrum, reliquæ utcunque fuerint ductę: tum ex iis quæ ad concauam circuli circumferentiæ partem cadent: maxima erit ea quæ per centrum ducitur: ex cæteris uero semper ea quæ hinc per centrum ductæ propior est, erit maior ea quæ remotior existit. quæ uero ad conuexam circumferentiæ partem cadunt: minima ex iis erit illa quæ inter punctum illud & diametrum cadit: ex reliquis uero semper ea minor erit quę propius accedit ad minimam altera quæ remotior ab ea fuerit, denique duæ tantum rectæ æquales ducentur à puncto isto ad circulum ex utraque parte lineæ huius minimæ.

ἡ ἔκθεσις.

Sit circulus αβγ, & sumatur punctum aliquod extra circulum, & sit punctum δ: postea ab eo ducantur rectæ quædam lineæ ad circulum & sint δα, δε, δζ, δγ: sit uero δα, per centrum ducta. *ὁ διορισμός.* Dico quod ex lineis quę cadunt in concauam circuli partem αδ, αε, ζγ, rectis maxima sit αδ, per cen-



trum ducta: minima uero quæ inter punctum & circuli diametrum αν, posita est: maior uero recta δε, quam sit recta δζ: hæc uero δζ, maior recta δγ: ex alijs uero, quæ ductæ sunt ad conuexam circumferentiæ partem nempe ad puncta θ, λ, κ, ν. semper ea quæ uicinior est minimæ, minor est ea quę fuerit remotior. utpote δν, minor quam δλ, & δλ, minor quam δθ. ἡ κατασκευή. Sumatur centrum circuli αβγ: & sit punctum μ. postea ducantur rectæ με, μζ, μγ, μθ, μλ, μν.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi uiginti sex.

Primus. In omni circulo, lineæ à centro ad circumferētiam ductæ: sunt inter se æquales. Circuli αβγ, centrum est punctum μ: à quo ad circumferentiam ductæ sunt rectæ αμ, εμ. Ergo, Rectæ αμ, εμ, sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota per se. *Secundus.* Si æqualibus addas uel communia: quæ fiunt sunt æqualia. Recta αμ, est æqualis rectæ εμ: his addatur communis recta μδ. Ergo, Recta αδ, est æqualis rectis εμ, μδ. Maior est communis sententia. Minor conclusio syllogismi primi, & per se manifesta. *Tertius.* In omni triangulo, duo latera sunt maiora tertio. Est triangulus εμδ. Ergo, Duo latera εμ, μδ, sunt maiora, tertio εδ. Maior est propositio uigesima libri primi. Minor nota per se. *Quartus.* Si prima magnitudo fuerit æqualis magnitudini secundæ: secunda uero maior tertia: erit etiam prima maior tertia. Recta αδ, est æqualis rectis εμ, μδ: & rectæ εμ, μδ, sunt maiores εδ. Ergo, Recta αδ, est maior recta εδ. Maior est lemma. Minor conclusio syllogismi secundi. *Quintus* In circulo rectæ à centro ad circumferentiam ductæ: sunt inter se æquales. Circuli αβγ, centrum est punctum μ: à quo ad circumferentiam ductæ sunt duæ rectæ με, μζ. Ergo, Rectæ με, est æqualis recta μζ. Maior est definitio circuli. Minor nota per se. *Sextus.* Si æqualibus addas æqualia uel communia: quæ fiunt erunt æqualia. Recta με, est æqualis rectæ μζ: his adde communem μδ. Ergo, εμ, μδ, rectæ sunt æquales rectis μζ, μδ. Maior est communis sententia. Minor cōclusio syllogismi quinti: & per se manifesta. *Septimus.* Omne totum maius est sua parte. Angulus εμδ, est totus: eius pars est angulus ζμδ. Ergo, Angulus εμδ, maior est angulo ζμδ. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota per se. *Octauus.* Si fuerint duo trianguli habentes duo latera duobus lateribus ęqualia alterum alteri: & angulum angulo maiorem: etiam basis basi erit maior. Duo sunt trianguli εμδ, ζμδ, habentes duo latera εμ, ζμ, æqualia: & latus μδ, commune. Et angulum εμδ, maiorem angulo ζμδ. Ergo, Basis εδ, maior est basi ζδ. Maior est propositio uigesima quarta libri primi. Minor nota ex superioribus. *Nonus.* Ὁμοίως δὴ δείξομεν quod recta ζδ: sit maior recta δγ. Ergo, Recta δα, est maxima & δε, maior ζδ, ζδ deniq; maior δγ. *Decimus.* In omni triangulo duo latera sunt maiora tertio. Est triangulus μνδ. Ergo, Eius latera μν, νδ, sunt maiora latere μδ. Maior est propositio uigesima primi. *Vndecimus.* In omni circulo rectæ à centro ad circumferentiam ductæ, sunt inter se æquales. Est circulus αβγ, cuius centrum est punctum μ, à quo ductæ sunt ad circumferentiam rectæ μν, μκ. Ergo, Rectæ μν, μκ, sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota per se ex delineatione. *Duodecimus.* Si ab inæqualibus auferantur æqualia uel communia: quæ relinquuntur sunt inæqualia. Recta μν, est ęqualis rectæ μκ: eæ auferantur ex rectis μν, νδ, & μδ, inæqualibus. Ergo, Recta νδ, erit minor recta κδ, imò minima. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor conclusio syllogismi undecimi. *Decimus tertius.* Si in triangulo aliquo, super uno latere, ab ipsis extremitatibus duæ rectæ intus fuerint constitutæ: tum rectæ iam constitutæ minores erunt lateribus ipsius trianguli: maiorem uero continebunt angulum. In triangulo μλδ, super uno eius

latere

Digitized by Google

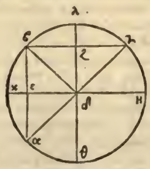
latere μδ, duæ lineæ rectæ μκ, κδ intra triangulum sunt constitutæ. Ergo, μκ, κδ rectæ minores sunt rectis μλ, λδ. Maior est propositio uigesima prima libri primi. Minor nota per se. *Decimus quartus.* In omni circulo rectæ à centro ad circumferentiã ductæ, sunt inter se æquales. Circuli αβγ centrum est punctum μ: à quo ad circumferentiam ductæ sunt lineæ rectæ μκ, μλ. Ergo, Rectæ μκ, μλ sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota ex delineatione. *Decimus quintus.* Si ab inæqualibus auferantur æqualia uel cõmunia: quæ relinquuntur, erunt inæqualia. Recta μν, est æqualis rectæ μλ; quæ si auferatur. Relinquuntur rectę inęquales, quarum ζκ, minor erit δλ. Maior est communis sententia. Minor conclusio syllogismi decimi quarti.

Decimus sextus. ὁμοίως δὲ δείξομεν. quod δλ, minor sit ζθ. Ergo, ζε est minima: δκ uero minor quam δλ, & ζλ minor quam ζθ. *Alter διορισμός.* Dico quod duæ tantũ lineæ rectæ à puncto δ, ad ipsum cadent circulum ex utraque parte lineæ ζκ minimæ. ἡ κατασκευή. Constituatur ad lineam rectam μδ, & ad punctum in ea datum μ: angulo κμζ, æqualis angulus δμβ: postea ducatur linea recta ζβ. *Ἀπόδειξις. Decimus septimus.* In omni circulo, rectæ à centro ad circumferentiam ductæ: sunt inter se æquales. In circulo αβγ, cuius centrũ est punctum μ: ductę sunt à centro ad circumferentiã lineæ rectæ μκ, μβ. Ergo, Rectæ μκ, μβ, sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor est nota ex delineatione. *Decimus octauus.* Si fuerint duo trianguli habentes duo latera, duobus lateribus æqualia alterum alteri: & angulum angulo æqualem: etiam basis basi erit ęqualis. Sunt duo trianguli κμβ, ζμβ, habentes duo latera μκ, μβ, æqualia: & latus μδ, commune: angulus etiam κμδ, est æqualis angulo βμδ. Ergo, Et basis ζκ: basi δβ, est æqualis. Maior est propositio quarta libri primi. Minor nota ex superioribus. *Tertius διορισμός.* Dico quod rectæ ζβ, non possit alia æqualis constitui & duci ad circulum à puncto ζ. ὑπόθεσις. Fingamus esse aliam quæ huic lineæ rectæ δβ, possit duci æqualis ad circulũ: & sit recta ζν. *Ἀπόδειξις. Decimus nonus.* Quæ eidem sunt æqualia, illa inter se sunt æqualia. Rectæ ζβ, est æqualis recta ζκ, & eidem etiam est æqualis δν. Ergo, Recta δβ est æqualis rectæ ζν. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor ex hypothesi & superiori demonstratione manifesta. *Vigesimus.* Si in circulo sumatur aliquod punctum extra &c. In circulo αβγ, sumptum est punctum δ, extra circulum & ab eo ductæ sunt ad circulum duæ rectæ δβ, propior minimæ ζκ, & δν, remotior à minima ζκ. Ergo, ζν, recta maior est recta δβ. Maior est propositio octaua huius libri. Minor nota ex superiori delineatione. *Vigesimus primus.* Si rectæ ζβ, alia constitui potest linea recta æqualis ut δν: tum eadem linea eidem lineæ & æqualis & eadẽ etiã maior erit. Sed quod hoc fieri nõ possit, est manifestum. Ergo, Neque eidem rectæ ζβ, alia constitui potest æqualis præterquam recta ζκ. *Alia demonstratio.* ἡ κατασκευή. Ducatur linea recta μν. *Vigesimus secundus.* In omni circulo rectæ à centro ad circumferentiam ductæ, sunt inter se æquales. Circuli αβγ, centrum est punctum μ: à quo ad circumferentiam sunt ductæ, rectæ μκ, μν. Ergo, Rectæ μκ, μν, sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota ex delineatione. *Vigesimus tertius.* Si fuerint duo trianguli habẽtes duo latera duobus lateribus æqualia: & basim basi æqualem: etiam angulus angulo erit æqualis. Duo trianguli μκδ, μδν, habent duo latera μκ, μν, inter se æqualia: & latus μδ, commune: basis etiam δκ, est æqualis basi ζν. Ergo, Et angulus κμδ, angulo νμδ, erit æqualis. Maior est propositio octaua libri primi. Minor nota ex superioribus. *Vigesimus quartus.* Totum est maius sua parte. Angulus νμδ, est totus: eius pars est angulus βμδ. Ergo, Angulus νμζ, est maior angulo βμδ. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota per se. *Vigesimus quintus.* Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Angulus βμδ, est æqualis angulo κμδ, & eidem κμζ angulo, est æqualis angulus νμδ. Ergo, Anguli βμζ, νμδ, sunt inter se æquales. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor partim ex superioribus: partim ex conclusione syllogismi uigesimi tertij manifesta. *Vigesimus sextus.* Si rectæ δβ, alia constitui potest recta æqualis ut ζν: tum angulus minor βμδ, erit æqualis angulo maiori νμζ. Sed hoc fieri nequit. Ergo, Neque alia linea recta lineæ ζβ rectæ, æqualis constitui potest. Duæ igitur tantũ rectæ utrinque ad minimã constitui possunt, & non plures. τὸ συμπέρασμα. Si igitur in circulo sumptum fuerit aliquod punctum extra ipsum circulum: &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO IX.
Theorema.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντός· ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου, πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι· τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Si in circulo, sumptum fuerit aliquod punctum intra ipsam figuram circuli: & ab eo ad circuli circumferentiam, ductæ fuerint plures quam duæ lineæ rectæ æquales: tum punctum quod sumptum est, erit centrũ circuli.



ἡ ἔκθεσις.

Sit circulus αβγ: & intra hunc circulum sumatur punctum δ: à quo ad circulum ducantur rectæ plures quam duæ: eæque inter se æquales, & sint δα, δβ, δγ. ὁ διορισμός. Dico quod punctum δ, sit centrum circuli αβγ. ἡ κατασκευή. Fiant lineæ rectæ, αβ, βγ, & secentur in duas partes æquales in punctis ε, ζ. postea ducantur rectæ εδ, δζ: denique lineæ rectæ educantur ad η, θ, κ, λ, puncta.

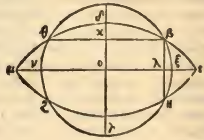
ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi quinque.

Primus. Si fuerint duo trianguli habentes duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & basim basi æqualem: etiam angulus angulo æqualis erit, quem æqualia illa latera continent. Sunt duo trianguli αεδ, βεδ: habentes duo latera αε, εβ, æqualia: & latus εδ, commune: basis etiam αδ, basi βδ, est æqualis. Ergo, Angulus αεδ, est æqualis angulo βεδ. Maior est propositio octaua primi. Minor nota ex propositione, & delineatione. *Secundus*. Si recta super rectã stãs: fecerit angulos ἐφεξῆς inter se æquales: uterque æqualium illorum angulorũ est rectus. Recta δε, stans super rectã αβ, facit angulos αεδ, βεδ, inter se æquales. Ergo, Vterque angulorũ αεδ, βεδ, est rectus. Maior est definitio anguli recti. Minor conclusio syllogismi primi. *Tertius*. Si in circulo, recta quædam per centrũ ducta, aliam rectam per centrum non ductam secat in duas partes æquales: etiam eam secat ad angulos rectos. Recta ηκ, per centrum ducta secat rectam αβ, per centrum non ductam in duas partes æquales. Ergo, Recta ηκ, secat rectam αβ, ad angulos rectos. Maior est propositio tertia, tertij. Minor nota ex delineatione. *Quartus*. Si in circulo recta aliqua aliam rectam secat δίχα, & ad angulos rectos: in linea secante est centrum circuli. Linea recta κη, secat rectã αβ, δίχα & ad angulos rectos. Ergo, In linea recta κη, est centrũ circuli αβγ: neque quicquam commune habent rectæ κη, θλ, rectæ: quam punctum δ. eamque ob causam, punctum δ, est centrum circuli αβγ. Maior est πόρισμα propositionis primæ libri tertij. Minor nota ex superioribus. *Quintus*. Διὰ τὰ αὐτὰ demonstrabitur quod & in θλ, linea sit centrum circuli αβγ. τὸ συμπέρασμα. Si igitur in circulo, punctum aliquod sumptum fuerit, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO X.
Theorema.

Κύκλος, οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο.

Circulus, circulum non in pluribus punctis quam in duobus secat.



Ἔνστασις.

Circulus circulum uel in duobus tantum punctis secat: uel in pluribus. ὑπόθεσις. Ponamus circulum αβγ, secare circulum δεζ, in pluribus punctis β, η, θ, ζ. ἡ κατασκευή. Coniungantur rectæ βη, βθ: & secẽtur in punctis κ, λ, δίχα: præterea à punctis κ, λ, rectis βη, βθ, ad angulos rectos sint ductæ κγ, λμ. eæque extendantur ad puncta usque α, ε.

ἡ ἀπό-

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi ſex.

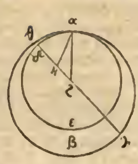
Primus. Si in circulo aliqua linea recta aliam rectam lineam ſecat δίχα & ad angulos rectos: tum in linea ſecante eſt centrum circuli. In circulo αβγ, recta αγ, ſecat rectam βδ, δίχα, & ad angulos rectos. Ergo, In linea recta αγ, eſt centrum circuli αβγ. Maior eſt πόρισμα propoſitionis primæ libri tertij. Minor eſt manifeſta ex delineatione. *Secundus.* Si in circulo, aliqua linea recta, aliam lineam rectā, &c. In circulo αβγ, recta εζ, ſecat rectam βε, δίχα, & ad angulos rectos. Ergo, In linea εζ, eſt centrum circuli αβγ. Maior eſt eadem cum maiore ſyllogiſmi primi. Minor nota ex delineatione. *Tertius.* Si in circulo fuerint ductæ duæ lineæ rectæ nihil aliud commune habētes quam unicum punctum: tum punctum illud eſt circuli centrum. Rectæ αγ, εζ, in circulo αβγ, ductæ: nihil commune habent præterquam punctum ε. Ergo, Punctum ε, eſt centrum circuli αβγ. Maior eſt lemma. Minor nota ex delineatione. *Quartus.* ὁμοίως δὲ δείξομεν quod circuli δεζ, centrū ſit idem punctum ε. *Quintus.* Si duo circuli ſeſe mutuo ſecant: illi non habent unum idemque aut commune centrum. Duo circuli αβγ, δεζ, ſeſe mutuo ſecant. Ergo, Non habent unum idemque centrum. Maior eſt propoſitio quinta tertij. Minor nota per ſe. *Sextus.* Si duo circuli αβγ, δεζ, ſeſe mutuo in pluribus punctis quam in duobus ſecāt: tum duorum circulorum ſeſe mutuo ſecantium, unum idemque eſt centrum. Sed illud fieri nequit. Ergo, Neque in pluribus quam duobus punctis ſeſe mutuo ſecant. Maior eſt ὑπόθεσις. Minor nota per ſe. τὸ συμπέρασμα. Ergo, Circulus circulum non ſecat in pluribus quam, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός: καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα: ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

Si duo circuli ſeſe mutuo intra circumferentiam tangunt: illorumque ſumpta fuerint cētra, recta quæ duo coniungit centra: ſi extendatur: in ipſum circulorum incidet cōtactum.



ἡ ἔκθεσις.

Sint duo circuli αβγ, αδε: ſeſe mutuo tangentes in puncto α, intra circuli circumferentiam: & ſumatur circuli αβγ, centrum punctum ζ: circuli uero αδε, centrum, punctum η. ὁ διορισμός. Dico quod recta à puncto η, ad punctum ζ, ducta: ſi extendatur cadet in punctum α. ἐξέτασις. Recta quæ ducitur à puncto η, ad punctum ζ, ſi extenditur: aut cadit in punctū α, aut non cadit in punctum α. ἐργασία. Quid ſi caderet extra punctum α. ὑπόθεσις. Ponamus eam extra punctum α, cadere, & ſit linea recta ζηδθ. ἡ κατασκευή. Ducantur rectæ αζ, αη.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi ſeptem.

In omni circulo rectæ à centro ad circumferentiam ductæ, ſunt inter ſe æquales. In circulo αβγ, à centro eius ζ, ductæ ſunt duæ lineæ rectæ ζα, ζθ: ad circumferentiam. Ergo, Rectæ ζα, ζθ, ſunt inter ſe æquales. Maior eſt definitio circuli. Minor eſt nota per ſe. *Secundus.* In omni triangulo duo latera, ſunt maiora tertio. Eſt triāgulus αηζ. Ergo, Eius duo latera αη, ηζ: ſunt maiora latere αζ. Maior eſt propoſitio uigeſima primi. Minor nota per ſe. *Tertius.* Si prima magnitudo fuerit maior ſecunda: & ſecunda fuerit æqualis tertiæ: erit etiam prima maior quam tertia. Rectæ αη, ηζ, ſunt maiores recta αζ: & recta αζ, eſt æqualis rectæ ζθ. Ergo, Rectæ αη, ηζ, ſunt maiores recta ζθ. Maior eſt lemma. Minor eſt concluſio ſyllogiſmi primi & ſecundi. *Quartus.* Si ab in æqualibus auferantur æqualia uel communia: quæ relinquuntur ſunt æqualia. Rectæ αη, ηζ, ſunt maiores recta ζθ: & recta ζη, eſt communis: ea auferatur. Ergo, Recta αη, quæ relinquitur eſt maior recta ηθ. Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minor partim concluſio ſyllogiſmi tertij: partim per ſe nota. *Quintus.* In omni circulo rectæ à centro ad cir-

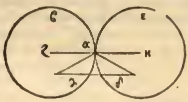
cumferentiam ductæ: sunt inter se æquales. Circuli αδε, centrum est punctum η, à quo ad circumferentiã ductæ sunt rectæ αη, ηδ: Ergo, Rectæ αη, ηδ, sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota ex delineatione. *Sextus.* Si prima magnitudo fuerit æqualis magnitudini secundæ: secunda uero maior tertia: erit etiam prima maior tertia. Recta θδ, est æqualis rectæ αθ: & recta αθ, est maior recta ηθ. *Ergo,* Et recta ηδ, est maior recta ηθ. Maior est lemma. Minor est conclusio syllogismi quarti & quinti. *Septimus.* Si recta quæ duo circumferentiæ puncta coniungit cadit extra punctum cõtactus: tum recta αη minor: erit maior recta ηθ maiore. Sed hoc nequit fieri. *Ergo,* Neque recta duo puncta circumferentiæ coniungens: cadet extra punctum contactus, cadet igitur in punctum contactus. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur duo circuli sese mutuo tangunt, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Ἐὰν δύο κύκλοι, ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτός: ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη: διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Si duo circuli, sese mutuo extra circumferẽtiam tangunt: recta quæ per centra illorum circulorum ducitur: etiam transibit contactum illorum circulorum.



ἡ ἔκθεσις.

Sint duo circuli αβγ, αδε: qui sese extra circumferentias tangant in puncto α. Sumãtur etiam circulorum centra, punctũ ζ, centrum circuli αβγ: circuli uero αδε, centrum punctum η. *ὁ διορισμός.* Dico quod recta quæ à centro ζ, ad centrum η, ducitur: etiam per punctum α, in quo sese mutuo circuli tangũt transeat. *Ἔκστασις.* Aut per contactum transit: aut non transit per contactum. *ὑπόθεσις.* Ponamus non transire: sed ducatur ut rectæ ζγ, δη. *ἡ κατασκευή.* Ducantur rectæ αζ, αη.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi sex.

Primus. In omni circulo rectæ à centro ad circumferẽtiam ductæ: sunt inter se æquales. Circuli αβγ, centrum est punctum ζ: à quo ductæ sunt rectæ ζα, ζγ. *Ergo,* Rectæ ζα, ζγ, sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota per se. *Secundus.* In omni circulo rectæ à centro ad circumferẽtiam, &c. Circuli αδε, centrum est punctum η, à quo ad circumferentiam sunt ductæ, rectæ ηα, ηδ. *Ergo,* Rectæ ηα, ηδ, sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota ex delineatione. *Tertius.* Si æqualibus addas æqualia: quæ fiunt erunt æqualia. Recta ζα, est æqualis rectæ ζγ: & recta, ηα, est æqualis rectæ ηδ. *Ergo,* Rectæ ζα, αη, sunt æquales rectis ζγ, δη. Maior est communis sententia. Minor conclusio syllogismi primi & secundi. *Quartus.* In omni triangulo duo latera, sunt maiora tertio. Triangulus est datus αζη. *Ergo,* Eius duo latera ζα, αη, sunt maiora latere ζη. Maior est propositio uigesima libri primi. Minor nota per se. *Quintus.* Totũ est maius sua parte: ζη, est tota linea recta, eius partes sunt ζγ, δη. *Ergo,* Tota ζη, est maior rectis ζγ, δη. Maior est communis sententia. Minor nota per se. *Sextus.* Si recta quæ à centro ζ, ad centrum η, ducitur cadit extra punctum α contactus: tum tota ζη, quæ minor fuit demõstrata rectis ζα, αη, erit maior rectis ζα, αη. Sed hoc fieri nequit. *Ergo.* Neque recta à centro ζ, ad centrum η, ducta cadit extra α, punctum contactus: idcirco cadet in punctum contactus α. Maior est *ὑπόθεσις.* Minor nota ex superioribus. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur duo circuli sese mutuo extra tangunt, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSITIO XIII.

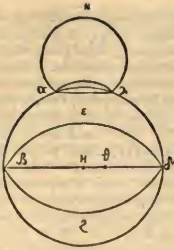
Theorema.

Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ καθ' ἕν: ἐάν τε ἐντός, ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται.

Circulus circulum non tanget in pluribus punctis, præter quàm in uno: siue intra siue extra eum tangat.

Ἔνστασις.

Fieri potest ut circulus circulum tangat in pluribus quam uno punctis: ut hic est circulus



lus αβγδ: qui tangit circulum εβζδ, primum intra, in punctis β, & δ. ἡ κατασκευή. Sumatur circuli αβγδ, centrum punctum η. deinde circuli εβζδ, centrum punctum θ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi nouem.

Primus. Si duo circuli intra sese mutuo tangunt: eorumq; sumpta fuerint centra: recta quę illorū centra coniungit transit per contactum. Duo circuli αβδγ, εβζδ, sese mutuo tangunt intra. *Ergo,* Recta quæ à centro θ, ad centrum η, ducitur cadet in puncta β, & δ, contactus, & est recta βηθδ. Maior est propositio undecima libri huius. Minor nota ex hypothesi. *Secundus.* In omni circulo, rectæ à centro ad circumferentiam ductæ: sunt inter se æquales. Est circuli αβγδ, centrum punctum η, à quo ad circumferentiam sunt ductæ rectæ, βη, ηδ. *Ergo,* Rectæ βη, ηδ, sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota ex delineatione. *Tertius.* Totum est maius sua parte. Recta ηδ, est tota: eiusque pars est recta θδ. *Ergo,* ηδ, maior est recta θδ. Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor nota per se. *Quartus.* Si prima magnitudo fuerit æqualis magnitudini secundæ: & secunda maior quam tertia erit etiam prima maior quam tertia. Recta βη, est æqualis rectæ ηδ: & recta ηδ, est maior recta θδ. *Ergo,* Recta βη, etiam est maior recta θδ. Maior est lemma. Minor est conclusio syllogismi secundi & tertij. *Quintus.* Si magnitudo prima, maior est magnitudine secunda: & secunda maior quam tertia: erit etiam prima longe maior quam tertia. Recta βθ, est maior quam βη, quia totum maius sua parte: & recta βη, est maior quam θδ. *Ergo,* Recta βθ longe erit maior quam recta θδ. Maior est lemma. Minor nota ex syllogismis præcedentibus. *Sextus.* In omni circulo, rectæ à centro ad circumferentiā ductæ: sunt inter se æquales. Circuli εβζδ, centrum est punctum θ: à quo ad circumferentiam ductæ sunt duæ rectæ βθ, θδ. *Ergo,* βθ, & θδ, rectæ: sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor per se manifesta ex delineatione. *Septimus.* Si circulus αβγδ, circulum εβζδ, in pluribus punctis ut in β, & δ, quam in uno tangit: tū recta βθ, quæ fuit demonstrata esse maior recta θδ: erit æqualis eidem rectæ θδ. Sed hoc nequit fieri. *Ergo,* Neque circulus αβδγ, circulum εβζδ, tangit in pluribus quam in uno punctis: idque demonstratum est si sese mutuo intra tangant. ὁ διορισμός. Dico quod etiamsi extra sese mutuo tangant: tamē non in pluribus quam uno puncto tangent. *Ἔνστασις.* Potest fieri ut in pluribus quā uno punctis sese mutuo tangant: sicuti circulus αγκ: circulum αβδγ, tangit in punctis α, & γ. ἡ κατασκευή. Ducatur recta αγ. ἡ ἀπόδειξις. *Octauus.* Si in circuli alicuius circumferentia, sumpta fuerint duo puncta recta quæ ea coniungit; cadit intra circulum. In duorum circulorum αβδγ, αγκ, circumferentia utriusque sumpta sunt duo puncta α, & γ. *Ergo,* Recta quæ hæc duo puncta coniungit: cadet intra circulum αβδγ, & circulum αγκ. Maior est propositio secunda huius libri. Minor nota ex delineatione & hypothesi. *Nonus.* Si circulus αβδγ, circulum αγκ, in pluribus quam in uno punctis tangit: tum in uno circulo ut αβδγ, pūcta α, & γ, coniungēs recta cadet intra, & in circulo αγκ, extra. Sed hoc nequit fieri: & pugnat cum propositione secunda huius libri. *Ergo,* Neque etiam in pluribus quam uno punctis circuli sese mutuo tangent. Maior est hypothesis. Minor per se manifesta. *τὸ συμπέρασμα.* Circulus igitur circulum non tāget in pluribus, quam uno punctis, siue intus siue extra tangat. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSITIO XIIII.

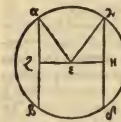
Theorema.

ΕΝ *κύκλῳ, αἱ ἴσαι εὐθεῖαι: ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου: ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.*

In circulo, rectæ æquales: æqualiter à centro distant, & quæ æquali-

ter à centro distant: illæ etiam inter se sunt æquales.

ἡ ἔκθεσις.



Sit circulus αβδγ: in quo constituantur rectæ αβ, γδ inter se æquales. ὁ διορισμός. Dico quod rectæ αβ, γδ, æqualiter à centro distent. ἡ κατασκευή. Sumatur centrum circuli αβδγ: & sit punctum ε: deinde à puncto ε, ad lineas αβ, γδ, ducãtur perpendiculares εζ, εη: denique ducantur & fiant rectæ αε, εγ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi uiginti.

Primus. Si recta per centrum circuli ducta: aliam rectam per centrum non ductam secat ad angulos rectos: tum etiam secabit δίχα. Recta εζ, per centrum circuli ducta secat rectam αβ, per centrum circuli non ductam ad angulos rectos. Ergo, Secat eam etiam δίχα, est igitur recta αζ, æqualis rectæ ζβ. Maior est tertia huius libri. Minor nota ex delineatione. *Secundus.* Duplum est quod duo continet æqualia. Recta αβ, continet duas αζ, & ζβ, rectas æquales. Ergo, αβ, recta est dupla rectæ αζ. Maior est definitio dupli. Minor per se manifesta. *Tertius.* Διὰ τὰ αὐτὰ etiam demonstrabitur recta γδ, dupla rectæ γη. *Quartus.* Aequalium dimidia, inter se sunt æqualia. Recta αβ, est æqualis rectæ γδ. Et αβ, rectæ dimidium est recta αζ: & rectæ γδ, dimidiũ est recta γη. Ergo, Recta αζ, est æqualis rectæ γη. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est conclusio syllogismi primi. *Quintus* In omni circulo, rectæ à centro ad circumferentiam ductæ sunt inter se æquales. Est circulus αβγδ, cuius centrum est punctum ε: à quo ad circumferẽtiam ductæ sunt duæ rectæ αε, εγ. Ergo, Rectæ αε, εγ, sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota ex delineatione. *Sextus.* Aequalium linearũ æqualia sunt quadrata. Recta αε, est æqualis rectæ εγ. Ergo, Quadratum αε, est æquale quadrato εγ. Maior est lemma. Minor est nota per conclusionẽ syllogismi quinti. *Septimus.* In omni triangulo rectangulo, quadratum lateris subtendentis angulum rectum, est æquale quadratis laterum, angulum illum rectum continentium. Est triangulus rectangulus αζε, cuius angulus αζε, est rectus, cumque subtendit latus αε. Ergo, Quadratũ αε, est ęquale quadratis αζ, ζε. Maior est quadragesima septima primi. Minor ex delineatione manifesta. *Octauus.* In triangulo rectangulo quadratũ lateris subtẽdentis, &c. Est triangulus γηε, rectangulus cuius angulus γηε, est rectus: quem subtendit latus γε. Ergo, Quadratum εγ, est æquale quadratis εη, ηγ. Maior est propositio quadragesima septima primi. Minor nota ex delineatione. *Nonus.* Si æqualibus addantur æqualia: quæ fiunt erunt æqualia. Quadratum αζ, est æquale quadrato γη, his addantur quadrata ζε, εη. Ergo, Quadrata αζ, ζε: sunt æqualia quadratis γη, ηε. Maior est communis sententia. Minor est nota ex superioribus. *Decimus.* Si ab æqualibus auferantur æqualia quæ relinquuntur sunt æqualia. Ab æqualibus αζ, ζε, γη, ηε, quadratis: auferantur quadrata αζ, γη, æqualia. Ergo, Relinquitur quadratum ζε: æquale quadrato εη. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex superioribus. *Vndecimus.* Aequalium quadratorum, æqualia sunt latera. Quadratum ζε, est æquale quadrato εη. Ergo, Latus ζε, est æquale lateri εη. Maior est lemma. Minor manifesta ex delineatione, partim uero per se. *Duodecimus.* Lineæ rectæ à centro æqualiter distare dicuntur: quando perpendicularis à centro in ipsas ductæ: sunt æquales. Perpendiculares εζ, εη, à centro ad lineas αβ, γδ, æquales ductæ sunt æquales. Ergo, αβ, γδ, rectæ æqualiter à centro distant: hoc est recta εζ, est æqualis rectę εη. Maior est definitio linearum rectarum æqualiter à centro distantium. Minor cõclusio syllogismi undecimi. Alter διορισμός. Dico quod recta αβ, sit æqualis rectæ γδ. ἡ κατασκευή. Eadem maneat delineatio. Ἀπόδειξις. *Decimus tertius.* ὁμοίως δὲ δείξομεν quod αβ, sit dupla αζ: & γδ, dupla γη. *Decimus quartus.* Aequalium linearum: æqualia sunt quadrata. Recta αε, est æqualis rectæ γε. Ergo, Quadratum αε, est æquale quadrato γε. Maior est lemma. Minor nota ex superioribus. *Decimus quintus.* In omni triangulo rectangulo quadratũ lateris rectum angulum subtendentis, &c. Est triangulus αζε rectangulus, cuius angulus αζε, est rectus & eum subtendit latus αε. Ergo, Quadratum αε: est æquale quadratis αζ, ζε. Maior est quadragesima septima primi libri. Minor nota ex delineatione. *Decimus sextus.* Simili modo demonstrabimus quadratum γε, esse, æquale quadratis γη, ηε. *Decimus septimus.*

Si ab

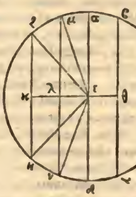
Si ab æqualibus auferas æqualia uel cõmunia: quæ relinquuntur erũt ęqualia. quadratum αε, est ęquale quadratis αζ, ζε, & γε, quadratũ est ęquale quadratis γθ, θε. aufer αε, εγ, quadrata æqualia. Ergo, Quadrata εζ, ζα, sunt æqualia quadratis εθ, θγ. Maior est *κοινὴ ἔννοια*. Minor est conclusio syllogismi decimi quinti & decimi sexti. *Decimus octauus.* Si ab æqualibus auferas æqualia uel cõmunia: quę relinquuntur sunt ęqualia. Quadrata εζ, ζα: sunt æqualia quadratis εθ, θγ: aufer εζ, εθ, quadrata æqualia nam εζ, est æqualis εθ. Ergo, Quadratum αζ, est æquale quadrato γθ. Maior est communis sententia. Minor conclusio syllogismi decimi septimi: & ex delinatione nota. *Decimus nonus.* Aequalium quadratorum: æqualia sunt latera. Quadratum αζ, est æquale quadrato γθ. Ergo, Recta αζ, est æqualis rectæ γθ. Maior est lemma. Minor est conclusio syllogismi decimi octaui. *Vigesimus.* Aequalium dupla: sunt æqualia. Rectæ αζ, dupla est recta αβ: & rectæ γθ, dupla est recta γδ. Ergo, Recta αβ, est æqualis rectæ γδ. Maior est *κοινὴ ἔννοια*. Minor nota ex superioribus. *τὸ συμπέρασμα.* In circulo igitur lineæ rectæ æquales, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Ἐν κύκλῳ, μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος· τῶν δὲ ἄλλων, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

In circulo, maxima est diameter: ex reliquis uero semper ea quæ centro propior est, erit maior ea quæ fuerit remotior.



ἡ ἔκθεσις.

Sit circulus αβγδ: & eius diameter, recta αδ: centrũ uero ε & sit diametro αδ, propior recta βγ: remotior uero ζη. *ὁ διορισμός.* Dico quod recta αδ sit maxima: recta uero βγ maior quam ζη. *ἡ κατασκευή.* Ducantur à centro ε ad rectas βγ, ζη: perpẽdiculares εθ, εκ, quia uero longius à centro distare dicuntur: in quas maiores cadunt perpendiculares & recta βγ, centro est propior, ζη uero remotior. Idcirco perpẽdicularis εκ, maior est perpendiculari εθ. *ἡ κατασκευή.* Fiat rectæ εθ, ęqualis recta ελ: & per punctum λ: rectæ εκ, ducatur ad angulos rectos, recta λμ: eaque ducatur ad punctum usque ν: denique ducãtur rectæ εμ, εν, εζ, εη.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi duodecim.

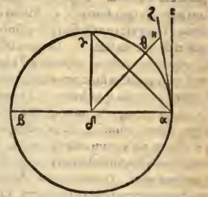
Primus. Rectæ æqualiter à centro distantes: illæ etiam æquales sunt. Rectæ βγ, μν, æqualiter à centro distant: quia εθ, est æqualis ελ. Ergo, Recta βγ, est æqualis rectæ μν. Maior est propositio decimaquarta huius. Minor ex delineatione nota. *Secundus.* In omni circulo, rectæ à centro ad circumferentiam ductæ sunt inter se æquales. Circuli αβγδ, centrum est punctum ε, à quo ad circumferentiam ductæ sunt rectæ αε, εμ. Ergo, Rectæ αε, εμ, sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota ex delineatione. *Tertius.* Per eadem demonstratur quod recta εδ, sit æqualis rectæ εν. *Quartus.* Si æqualibus addas æqualia: quæ fiunt erunt æqualia. Rectæ αε, εμ, sunt æquales: his addantur εδ, εν, æquales. Ergo, Recta αδ, est æqualis rectis εμ, εν. Maior est communis sententia. Minor conclusio syllogismi tertij, & quarti. *Quintus.* In omni triangulo: duo latera sunt maiora tertio. Est triangulus εμν. Ergo, Duo eius latera εμ, εν, sunt maiora, latere μν. Maior est propositio uigesima libri primi. Minor per se manifesta. *Sextus.* Si prima magnitudo fuerit æqualis magnitudini secundæ: secunda maior tertia: erit etiam prima maior tertia. Recta αδ, est æqualis rectis εμ, εν: & rectæ εμ, εν, sunt maiores recta μν. Ergo, Recta αδ, maior est recta μν. Maior est lemma. Minoris pars prior est cõclusio syllogismi quinti: posterior conclusio syllogismi sexti. *Septimus.* Si prima magnitudo est maior secunda: secunda uero ęqualis tertiæ: erit etiam prima maior tertia. Recta αδ, est maior recta μν: & recta μν, est æqualis rectæ βγ. Ergo, Recta αδ, est maior recta βγ. Maior est lemma. Mi

nor nota ex superioribus. *Octauus.* In omni circulo rectæ à centro ad circumferentiam, ductæ: sunt inter se æquales. Circuli αβγδ, centrum est punctum ε: à quo ductæ ad circumferentiam sunt rectæ εζ, εη. Ergo, Rectæ εζ, εη, sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor nota per se. *Nonus.* Totum est maius sua parte. Angulus μεν, est totus: eius pars est angulus ζεη. Ergo, Angulus μεν, est maior angulo ζεη. Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor per se manifesta. *Decimus.* Si fuerint duo trianguli, habentes duo latera, duobus lateribus æqualia alterum alteri: & angulum angulo maiorem: etiam basis basi maior erit. Sunt duo trianguli μεν, & ζεη: quorum duo latera με, εν, sunt æqualia duobus lateribus ζε, εη, & angulus μεν, est maior angulo ζεη. Ergo, Basis μν, est maior basi ζη. Maior est propositio uigesima quarta primi. Minor est nota ex superioribus. *Vndecimus* Si prima magnitudo fuerit æqualis magnitudini secundæ: secunda uero maior tertia: erit etiã prima maior tertia. Recta βγ, est æqualis rectæ μν, & recta μν, est maior recta ζη. Ergo, Recta βγ, est maior recta ζη. Maior est lemma. Minor ex delineatione & superioribus syllogismis nota. *Duodecimus.* Si prima magnitudo fuerit maior secunda: secunda maior tertia: erit etiam prima longe maior tertia. Recta, seu diameter αδ, est maior βγ: & βγ, maior ζη. Ergo, αδ, diameter longe maior est ζη. Maior est lemma. Minor nota ex superioribus. *τὸ συμπέρασμα.* In circulo igitur diameter est, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSIT. XVI.
Theorema.

Η τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ᾽ ἄκρας ἀγομένη: ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον, τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας: ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται. καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν: ἡ δὲ λοιπὴ ἐλάττων.

Recta quæ in extremitate diametri, diametro ducitur ad angulos rectos: cadet extra circulum. & inter hunc locum qui est inter lineam rectam, & circumferentiam circuli: alia linea recta non intercidet, præterea angulus semicirculi, quouis angulo acuto maior est: reliquus uero minor.



ἡ ἔκθεσις.

Sit circulus αβγ, eius centrum sit δ punctum, & diameter αβ linea recta. *ὁ διορισμός.* Dico quod à pũcto α, rectæ αβ ab extremitate eius, ad angulos rectos recta ducta extra circulũ cadat. *Ἐξέτασις.* Recta ab extremitate diametri ad angulos rectos ducta, uel cadit extra, uel intra, uel in ipsam circumferentiam. *Ἐργασία.* Quid si cadat intra. *ὑπόθεσις.* Fingamus eam cadere intra: & sit recta αγ. *ἡ κατασκευή.* Ducatur recta δγ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi septem.

Primus. In omni circulo, rectæ à centro ad circumferentiam ductæ: sunt inter se æquales. In circulo αβγ à centro δ, ad circumferentiam ductæ sunt duæ rectæ δα, δγ. Ergo, Rectæ δα, δγ sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor ex delineatione manifesta. *Secundus.* Trianguli æquicruri habent angulos ad basim inter se æquales. Triangulus αδγ, est æquicrurus. Ergo, δαγ, αγδ anguli sunt inter se æquales. Maior est propositio quinta primi. Minor nota per se. *Tertius.* Omnis angulus rectilineus, qui recto æqualis est: & ipse rectus erit. Angulus αγδ est æqualis angulo δαγ recto. Ergo, Angulus αγδ & ipse rectus est: atque idcirco duobus rectis æqualis. Maior est lemma. Minor ex delineatione nota. *Quartus.* In omni triãgulo duo anguli duobus angulis rectis sunt minores quocunque sumantur modo. Est triangulus αδγ. Ergo, Trianguli αδγ duo anguli

δαγ.

δαγ, αγδ, sunt minores duobus rectis. Maior est propositio decima septima primi. Minor per se nota. *Quintus.* Si recta ab extremitate diametri ducta ad angulos rectos, cadit intra circulum: tum in triangulo duo anguli δαγ, αγδ, sunt æquales duobus rectis. Sed hoc fieri nequit. Ergo, Recta à puncto α, diametro αβ, ad angulos rectos ducta: non cadit intra circulum. Maior est nota ex hypothesi & syllogismo tertio. Minor manifesta per se. *Sextus.* Simili ratione demonstrabimus quod recta linea, diametro circuli ab eius extremitate ad angulos rectos ducta: non cadat in circumferentiam circuli. *Septimus.* Recta quæ diametro circuli ad angulos rectos, ab eius extremitate ducitur, uel cadit intra circulum, uel in eius circumferentiam: uel extra circulum. Sed nunc demonstratum est quod neque intra circulum, neque in eius cadat circumferentiam. Ergo, Cadet extra, ut linea recta αε. Maior nota ex *ἐξετάσει*. Minor est conclusio syllogismi quinti & sexti. *Δεύτερος διορισμός.* Dico quod inter rectam αε diametro ad angulos rectos ductam & γθα circumferentiam: non cadat alia linea recta. *Ἐναντίον* Inter lineam rectam αε, & circumferentiam γθα cadere potest recta linea. *ὑπόθεσις.* Fingamus rectam αζ cadere inter lineam rectã αε, & γθα circumferentiam. *κατασκευή.* Ducatur à puncto δ in rectam αζ, perpendicularis recta δη.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi quinque.

Primus. In omni triangulo maiorem angulum maius latus subtendit. Trianguli αηδ, angulus αηδ, est rectus δαη, uero minor recto. Ergo, Latus αδ, quod subtendit angulum maiorem, maius est latere δη. Maior est propositio decimanona primi. Minor ex delineatione nota. *Secundus.* In omni circulo rectæ à centro ad circumferentiam ductæ: sunt inter se æquales. Circuli αβγ, centrum est, punctum δ: à quo ductæ sunt duæ lineæ rectæ δα, δθ. Ergo, Recta δα, est æqualis rectæ δθ. Maior est definitio circuli Minor nota ex delineatione. *Tertius.* Si prima magnitudo est æqualis magnitudini secundę: secunda maior tertia: erit etiam prima maior tertia. Recta δθ, est ęqualis rectę δα: & recta δα, est maior recta δη. Ergo, Et recta, δθ, maior erit recta δη Maior est lẽma. Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi: posterior uero conclusio syllogismi primi.

Quartus. Totum est maius sua parte. Recta δη, est totum: eius pars est recta δθ. Ergo, Recta δη, maior est recta δθ. Maior est axioma. Minor nota per se. *Quintus.* Si inter rectam αε, & circumferentiam γθα, cadit recta αζ: tum recta δθ, maior est recta δη, & ea quoque minor. Sed hoc est *ἀδύνατον*. Ergo, Neque recta αζ, cadit intra αε, rectãm, & circumferentiam γθα. Maior est *ὑπόθεσις*, & conclusio superiorum syllogismorum. Minor nota per se. *Διορισμός τρίτος.* Dico quod angulus semicirculi βα recta, & γθα, circumferentia contentus quouis angulo rectilineo sit minor.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismus unus.

Si angulus aliquis rectilineus est maior angulo qui continetur recta βα, & circumferentia γθα: minor uero angulo qui continetur circumferentia γθα, & recta αε: tum inter rectam αε, & circumferentiam γθα, incidet aliqua linea recta, quæ faciet angulum maiorem, eo qui continetur recta βα, & circumferentia γθα, minorem uero angulo circumferentia γθα, & recta αε, contento. Sed ex prioribus manifestum quod non intercidat eiusmodi linea recta Ergo, Neque maior angulus rectilineus, constitui potest angulo βα recta, & γθα, circumferentia contento. neque minor angulo recta αε, & circumferentia γθα, contento. Maior est ipsa *ὑπόθεσις* & *ἐξέτασις*. Minor manifesta ex superioribus. *τὸ συμπέρασμα.* Recta igitur quæ ab extremitate diametri, fuerit diametro ad angulos rectos ducta, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

Πόρισμα. Ex his manifestum est quod recta ab extremitate diametri, ad angulos rectos diametro ducta: circulum tãgat: & tantum uno in puncto tangat: quia recta quæ duobus punctis in eum cadit: demonstrata est intra circulum cadere.

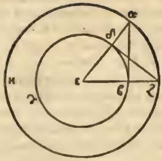
PROPOSITIO XVII.
Problema.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

A puncto dato, ducere lineam rectam: quæ datum circulum tangat.

ἡ ἔκθεσις.

Sit datum punctum α, datus uero circu-



lus ϐγδ. ὁ διορισμός. A dato puncto α, ducenda est linea recta: quæ circulum datum ϐγδ, tangat. ἡ κατασκευή. Sumatur centrũ circuli punctum ε: & ducatur linea recta αε: postea centro ε, interuallo εα, describatur circulus αζη: præterea à puncto δ, rectæ εα, ducatur ad angulos rectos, recta linea δζ: postremo fiant lineę rectæ εβζ, αβ. ὁ διορισμὸς τῆς κατασκευῆς. Dico quod à puncto α, ducta sit recta linea αβ, quæ datum circulum βγδ, in puncto β, tangit.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi quinque.

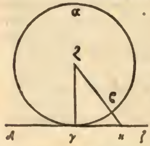
Primus. In omni circulo rectæ à cẽtro, &c. circuli αζη, centrum, est punctum ε: à quo ductæ sunt rectæ εα, εζ. *Ergo,* Rectæ εα, εζ, sunt inter se æquales. Maior est definitio circuli. Minor ex ipsa κατασκευῇ nota. *Secundus.* In omni circulo &c. Circuli βγδ, centrum est punctum ε: à quo ductæ sunt rectæ εδ, εβ. *Ergo,* Rectæ εδ, εβ, sunt inter se æquales. *Explicatio,* ut supra. *Tertius.* Si fuerint duo trianguli habentes duo latera &c. Sunt duo trianguli αεβ, δεζ: habentes duo latera αε, εϐ, duobus lateribus ζε, εδ: æqualia alterum alteri: & angulũ ad punctum ε, communem. *Ergo,* Basis δζ, est æqualis basi αβ: & triangulus δεζ, est æqualis triangulo εβα: & reliqui anguli, reliquis angulis sunt æquales, εδζ, angulus æqualis angulo εϐα. *Explicatio.* Maior est propositio quarta primi. Minor ex superioribus syllogismis nota. *Quartus.* Omnis angulus recto æqualis & ipse rectus est. Angulus εδζ, est rectus: & ei est æqualis angulus εϐα. *Ergo,* Angulus εϐα, etiam est rectus. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior nota ἐν τῇ κατασκευῇ. Altera ex syllogismo tertio. *Quintus.* Quæcunque linea recta ab extremitate diametri ducitur diametro ad angulos rectos: illa circulum tangit. Recta εβ, ex centro est ducta: eique alia linea recta αβ, ab eius extremitate est ad angulos rectos ducta. *Ergo,* Recta αβ, circulum ϐγδ, tangit in puncto β. *Explicatio.* Maior est πόρισμα præcedens. Minor nota per se. τὸ συμπέρασμα. A dato igitur puncto α, ducta est linea recta αβ: quæ datum circulum ϐγδ, tangit in puncto β. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSITIO XVIII.
Theorema.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα: ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου, ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα: ἡ ἐπιζευχθεῖσα, κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἀπτομένην.

Si recta linea, circulum tangat: & à centro ad contactum ducta fuerit linea quædam recta: tum illa quæ ducta est recta, erit lineæ tangenti perpendicularis.

ἡ ἔκθεσις.



Sit circulus αβγ: quẽ tangat linea recta δε, in puncto γ: & sumatur centrũ circuli αβγ punctũ ζ: à quo centro ζ, ad punctũ γ contactus, ducatur recta ζγ. ὁ διορισμός. Dico quod ζγ recta sit perpendicularis ad rectam δε. ἐξήγησις. Recta ζγ aut est perpendicularis ad rectam δε: aut non est. ὑπόθεσις. Ponatur non esse perpendicularis. ἡ κατασκευή. Ducatur à puncto ζ, ad rectam δε perpendicularis ζη.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi quinque.

Primus. In omni triangulo maiorem angulum subtendit latus maius. Trianguli γζη angulus γηζ est maior, quia rectus, & ηγζ minor. *Ergo,* Latus ζγ est maius latere ζη. *Explicatio.* Maior est decimanona primi. Minor nota ex ὑποθέσει, & propositione decima septima primi. *Secundus.* In omni circulo rectæ à centro ad &c. Circuli αβγ centrum, est punctum ζ: à quo ductæ sunt rectæ ζγ, ζβ. *Ergo,* Rectæ ζγ, ζβ sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est definitio circuli. Minor nota ἐν τῇ κατασκευῇ. *Tertius.* Si prima ma-

ma magnitudo est æqualis magnitudini secundæ: secunda uero maior quam tertia: erit etiã prima maior quam tertia. Recta ζβ: est æqualis rectæ ζγ: uerum ζγ est maior quam ζκ. Ergo, Et recta ζβ, maior erit quam recta ζκ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi. Posterior syllogismi primi. *Quartus.* Si recta ζγ non est perpendicularis ad rectam δε, uerum recta ζκ: tum recta ζβ minor, est maior quam sit recta ζκ, quæ tamen ut totũ est maior. Sed hoc nequit fieri. Ergo, Neq; recta ζκ, est perpendicularis ad rectam δε. *Quintus.* Simili ratione demonstrabimus quod neque aliqua alia præterquam ζγ: sit perpendicularis ad rectam δε. τὸ συμπέρασμα. Si igitur recta aliqua circulum tangit, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

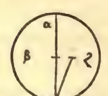
PROPOSITIO XIX.

Theorema.

ἘΑν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα· ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς, τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ: ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Si recta aliqua linea circulum tangit: & à contactu ducta fuerit linea quędam recta, lineæ rectæ tangenti ad angulos rectos: in linea ad angulos rectos ducta erit centrum circuli.

ἡ ἔκθεσις.



Sit circulus αβγ, quem linea recta δε in puncto γ tangat: atque à puncto contactus γ, lineæ rectæ δε: ducatur ad angulos rectos γα. ὁ διορισμός. Dico quod in linea recta αγ, sit centrum circuli. Ἐξέτασις. Aut centrum circuli est in linea recta αγ: aut est extra lineam rectam αγ. ὑπόθεσις. Si fieri potest: sit extra lineam αγ: & sit punctum ζ. ἡ κατασκευή. Ducatur linea recta γζ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.

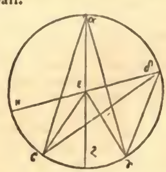
Primus. Si recta quædam linea circulum tangit, &c. Circulum αβγ, tangit linea recta δε: & à centro ad contactum ducta est linea recta ζγ. Ergo, ζγ recta est perpendicularis ad rectam δε: & per consequens angulus ζγε rectus. *Explicatio.* Maior est propositio decima octaua huius libri Minor ex delineatione nota. *Secundus.* Omnes anguli recti sunt inter se æquales. Angulus αγε est rectus: & angulus ζγε etiam demonstratus est rectus. Ergo, Angulus ζγε, est æqualis angulo αγε. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια Minoris pars prior ἐκ τῆς κατασκευῆς nota. Posterior conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Si centrũ circuli est extra rectam αγ, ut punctum ζ: tum angulus ζγε minor est æqualis, angulo αγε maiori. Sed hoc non potest fieri. Ergo, Neque punctum ζ, est centrum circuli. *Explicatio* Maior est ὑπόθεσις, & conclusio superiorum syllogismorum. Minor nota per se. *Quartus.* Similibus medijs demonstrabimus: quod neque in alia aliqua linea recta sit centrum circuli præterquam in recta αγ. τὸ συμπέρασμα. Si igitur recta aliqua circulum tangit, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

ἘΝ κύκλῳ, ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ: ὅταν αὐτὴν τὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

In circulo, angulus ad centrum duplus est anguli ad circumferentiam cõstituti: tum scilicet, cum anguli illi eandem circumferentiam habuerint pro basi.



ἡ ἔκθεσις.

Sit circulus αβγ, & ad eius centrum constituatur angulus βεγ: ad circumferentiam uero eius βαγ, angulus: atque habeant eandẽ circumferentiam βγ, pro basi. ὁ διορισμός. Dico quod angulus βεγ, sit duplus anguli βαγ. ἡ κατασκευή. Ducatur linea recta αε:

Digitized by Google

eaque extendatur ad punctum usque ζ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi septem.

Primus. In omni circulo, rectæ à centro ad circumferentiam &c. Circuli αβγ, centrum, est punctum ι: à quo ductæ sunt duæ rectæ αι, ιβ. Ergo, αι, ιβ, sunt æquales. *Explicatio.* Maior est definitio circuli. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς nota. *Secundus.* In triangulis equicruris: anguli ad basim sunt inter se ęquales. Triangulus αιβ habet latera ια, ιβ, æqualia. Ergo, Anguli ιαβ, ιβα, sunt æquales. *Explicatio.* Maior est propositio quinta primi. Minor conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Duplum est quod continet duo æqualia. Anguli ιαβ, ιβα, sunt inter se æquales. Ergo, Anguli ιαβ, ιβα, sunt dupli anguli ιαβ. *Explicatio.* Maior est definitio dupli. Minor conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Si trianguli alicuius latus fuerit extensum, tum angulus &c. Trianguli αβι, latus αι, est extensum ad punctum usque ζ. Ergo, Angulus βιζ, est æqualis angulis ιαβ, ιβα. *Explicatio.* Maior est decima quinta primi. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Quintus.* Si prima magnitudo fuerit æqualis magnitudini secundæ: secunda uero dupla tertiæ. Erit etiam prima dupla tertiæ. Angulus βιζ, est æqualis angulis ιαβ, ιβα: & anguli ιαβ, ιβα, sunt dupli anguli ιαβ. Ergo, Angulus βιζ, etiam est duplus anguli ιαβ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior, est conclusio syllogismi quarti: secunda est conclusio syllogismi tertij. *Sextus.* Simili ratione demonstrabimus ζιγ, angulum duplum esse anguli ιαγ: & per consequens totum angulum βιγ, duplum esse anguli βαγ. Alius casus. Sit alius angulus βδγ. ἡ κατασκευή. Ducatur recta δι: & extendatur ad punctum usque η. ἡ ἀπόδειξις. *Septimus.* Simili ratione demonstrabimus angulum ηιγ, esse duplum anguli ιδγ, quia ηιβ. angulus, duplus est anguli ιδβ: quare reliquus βιγ, duplus est anguli βδγ. τὸ συμπέρασμα. In circulo igitur angulus ad cētrum duplus est anguli ad. &c ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

ΕΝ κύκλῳ, αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

In circulo, anguli qui in eodem existunt segmento: sunt inter se ęquales.

ἡ ἔκθεσις.

Sit circulus αβγδ: & in eius segmento βαεδ, constituantur anguli βαδ, βεδ. ὁ διορισμός. Dico quod anguli βαδ, βεδ, sunt inter se æquales. ἡ κατασκευή. Sumatur circuli αβγδ, centrum, & sit punctum ζ: postea ducātur rectæ. βζ, ζδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi tres.

Primus. In omni circulo angulus ad centrū &c In circulo αβγδ, angulus βζδ, est ad centrum: angulus uero βαδ, ad circumferentiā: & sunt constituti super eadē basi βγδ, circumferentia. Ergo, βζδ, angulus, duplus est anguli βαδ. *Explicatio.* Maior est propositio præcedens. Minor nota ex delineatione. *Secundus.* Per eadem demonstrabitur, angulum βζδ, duplum esse anguli βεδ. *Tertius.* Aequalium dupla, & ipsa sunt æqualia. Angulus βζδ, est duplus anguli βαδ: & angulus idem βζδ, est duplus anguli βεδ. Ergo, Angulus βαδ, est æqualis angulo βεδ. τὸ συμπέρασμα. In circulo igitur anguli existētes in eodem segmento: sunt inter se æquales, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

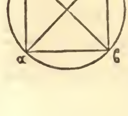
PROPOSITIO XXII.

Theorema.

ΤΩν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων: αἱ ἀπ' ἐναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Figurarum quatuor lateribus contentarū, quæ in ipsis sunt circulis: anguli oppositi sunt duobus rectis æquales.

ἡ ἔκθεσις.



Sit circulus αβγδ, & in eo constituatur figura quatuor lateribus contenta, & sit αβγδ. ὁ διορισμός. Dico quod anguli eius oppositi: duobus rectis sint æquales. ἡ κατασκευή.

Digitized by Google

κατασκευή. Ducantur rectæ αγ, βδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi octo.

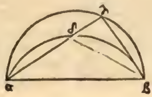
Primus. Omnis trianguli tres anguli sunt æquales duobus rectis. Triangulus est αβγ. *Ergo,* Tres eius anguli γαβ, αβγ, βγα: sunt æquales duobus rectis. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima secunda primi. Minor nota per se. *Secundus.* In circulo anguli constituti in eodem segmento: sunt inter se æquales. In circulo αβγδ in eodem segmento, εαζγ sunt duo anguli γαε, εδγ. *Ergo,* γαβ, βδγ anguli sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est propositio præcedens. Minor manifesta ex delineatione. *Tertius.* In omni circulo: anguli in eodem segmento constituti sunt inter se æquales. In circuli αβγδ segmento αδγβ constituti sunt duo anguli αγβ, αδβ. *Ergo,* Anguli αγβ, αδβ sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior ut supra. Minor quoque nota ex superioribus. *Quartus.* Si æqualibus addas æqualia, uel communia: quæ fiunt, erunt æqualia. Anguli γαε, εζγ sunt inter se æquales: & anguli αγβ, αδβ etiam sunt inter se æquales. *Ergo,* Totus angulus αζγ, erit æqualis angulis βαγ, αγβ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor conclusio superiorum syllogismorum. *Quintus.* Si æqualibus addas æqualia uel communia: quæ fiunt, sunt æqualia. Angulus αδγ, est æqualis angulis βαγ, αγβ: communis additur angulus αβγ. ad angulum ad α punctum: & ad angulum ad γ punctum constitutum: postea ad angulum quod est ad punctum δ. *Ergo,* Anguli αεγ, βαγ, αγε sunt æquales angulis αβγ, αζγ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi quarti. Posterior nota per se. *Sextus* In omni triangulo, tres anguli sunt æquales duobus rectis. Est triangulus αεγ. *Ergo,* Tres anguli αεγ, βαγ, αγβ sunt æquales duobus rectis. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima secunda primi. Minor nota per se. *Septimus.* Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Tribus angulis αβγ, βαγ, αγβ sunt æquales duo recti: & his ijsdem tribus sunt æquales duo anguli αβγ, αδγ. *Ergo,* Duo anguli αβγ, αζγ sunt æquales duobus rectis. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor ex superioribus nota. *Octauus.* Simili ratione demostrabimus angulos βαδ, δγβ, duobus rectis esse æquales. τὸ συμπέρασμα. Figurarum igitur quadrilaterarum quæ &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSIT. XXIII.

Theorema.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας: δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα: οὐ συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Super eadem linea recta: non constituentur in easdem partes duo segmenta circulorum similia & inæqualia.



ἡ ἔκθεσις σὺν τῇ ὑποθέσει.

Si fieri potest super eadem linea recta αε constituantur duo segmenta circulorum similia, & inæqualia in easdem partes, & sint αγβ, αδβ. ἡ κατασκευή. Ducatur postea αγζ recta, & fiant rectæ γε, ζε.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi tres.

Primus. Similia circulorum segmenta sunt quæ recipiunt angulos æquales. Segmentū αγβ, est simile segmento αδβ. *Ergo,* Et angulus αγβ est æqualis angulo αζβ. *Explicatio.* Maior est definitio similium segmentorum circuli. Minor nota ἐκ τῆς ὑποθέσεως. *Secundus.* In omni triangulo uno latere trianguli extenso, angulus externus, maior est angulo interno sibi opposito. Est triangulus εζγ, cuius latus ζγ, est extensum. *Ergo,* Angulus αγε externus maior est angulo γζε interno sibi opposito. *Explicatio.* Maior est decima quinta primi. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Tertius.* Si super una eademque linea recta, duo constitui possunt circulorum segmenta similia & inæqualia: tum angulus externus αγβ, angulo interno sibi opposito γδβ, erit æqualis. Sed hoc nequit fieri. *Ergo,* Neque super eadem linea recta, constituentur segmenta circulorum simila & inæqualia. *Explicatio.* Maior est ὑπόθεσις. Minor nota ex superioribus. τὸ συμπέρασμα. Super data igitur recta, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

α δ β

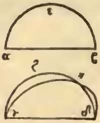
α δ γ

PROPOSIT. XXIIII.
Theorema.

ΤΑ ἐπ' ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Segmenta circulorum similia, super lineis rectis æqualibus constituta: æqualia inter se sunt.

ἡ ἔκθεσις.



Sint super æqualibus lineis rectis $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, similia circulorũ segmenta $\alpha\epsilon\beta$, $\gamma\zeta\delta$, constituta. ὁ διορισμός. Dico quod segmẽtum $\alpha\epsilon\beta$, sit æquale segmento $\gamma\zeta\delta$.

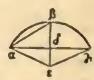
ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi septem.

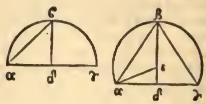
Primus. Quæ inter se sunt æqualia: illa applicata conuenient. Recta $\alpha\beta$, est æqualis rectæ $\gamma\delta$. *Ergo*, Recta $\alpha\beta$, applicata rectæ $\gamma\delta$, ei conueniet. *Explicatio.* Maior est ἀντιγραφὴ ἀξιώματος. Minor est ὑπόθεσις. *Ergasis.* Si igitur punctum α, fuerit positum in punctum γ: & punctum β, in punctum δ: & recta $\alpha\beta$, posita super recta $\gamma\delta$, tum circũferentia $\alpha\epsilon\beta$, tota, aut cadet in totam circumferentiam $\gamma\zeta\delta$, aut extra eam, aut intra eam: aut partim extra, partim intra. ὑπόθεσις. Ponamus eam cadere extra. *Secundus.* Si super eadẽ linea recta duo segmentorũ, &c. Super recta linea $\gamma\delta$, constituta sunt duo circulorum segmenta similia. *Ergo*, &c. *Explicatio.* Maior est propositio præcedens. Minor nota ἐκ τῆς ὑποθέσεως. *Tertius.* Simili modo demonstrabimus quod non cadat intra. ὑπόθεσις alia. Ponamus eam partim intra, partim extra cadere. *Quartus.* Circulus circulum non secat pluribus in punctis quam uno. Circulus $\alpha\epsilon\beta$, secat circulum $\gamma\zeta\delta$. *Ergo*, In uno tantum puncto secabit. *Explicatio.* Maior est propositio decima, tertij. Minor nota per se. *Quintus.* Si circumferentia $\alpha\epsilon\beta$, partim cadit intra, partim extra circumferentiam $\gamma\zeta\delta$: tum circulus secabit circulũ in pluribus punctis quã in uno. Sed hoc pugnat cum supra demonstratis. *Ergo*, Non cadit partim intra, partim extra circũferentiã. *Explicatio.* Maior est ὑπόθεσις. Minor nota per se. *Sextus.* Si linea recta $\alpha\beta$, lineæ rectę $\gamma\delta$, applicata conuenit: & segmentũ $\alpha\epsilon\beta$, segmẽto $\gamma\zeta\delta$, applicatum non conuenit: tum uel cadit extra, uel intra, uel partim extra partim intra circumferentiam. Sed non cadit extra, neque intra, neque etiam partim extra, partim intra. *Ergo*, Cadet in ipsam $\gamma\zeta\delta$, circumferentiam, hoc est ei applicata conueniet. *Explicatio.* Maior est ipsa σύνταξις. Minor nota est ex superioribus. *Septimus.* Quæ inter se applicata conueniunt sunt æqualia. Segmentum $\alpha\epsilon\beta$, applicatum segmento $\gamma\zeta\delta$, conuenit. *Ergo*, Segmentum $\alpha\epsilon\beta$, est æquale, segmento $\gamma\zeta\delta$. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor uero est conclusio syllogismi sexti. τὸ συμπέρασμα. Segmenta igitur circulorum, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSIT. XXV.
Problema.

ΚΥκλου τμήματος δοθέντος: προσαναγράψαι τὸν κύκλον οὗπερ ἐστὶ τμῆμα.

Dato segmento circuli, circulum cuius hoc est segmentum describendo delineare.





ἡ ἔκθεσις.

Sit datum segmentum circuli $\alpha\beta\gamma$. ὁ διορισμός. Huius segmenti $\alpha\beta\gamma$, circulus cuius est se dicitur segmentum est adscribendus delineando. ἡ κατασκευή. Secetur recta $\alpha\gamma$, in duas partes æquales in puncto δ: postea à puncto δ, ducatur lineæ rectæ $\alpha\gamma$, ad angulos rectos recta $\delta\beta$: denique fiat recta $\alpha\beta$. Ἐπίταξις. Angulus $\alpha\beta\delta$, aut est maior angulo $\beta\alpha\delta$, aut ei æqualis, aut eo minor. *Primus casus.* Sit priore loco maior. ἡ κατασκευή. Constituatur ad datam lineam rectam $\beta\alpha$, & ad datum in ea punctum α, dato angulo

recti-

rectilineo αβδ, æqualis angulus βαε: postea recta δβ, extendatur usque ad punctum ε: & fiat recta εγ. *ὁ διορισμὸς τῆς κατασκευῆς.* Dico quod circulus qui centro ε, interuallo αε, describitur: sit circulus dati segmenti.

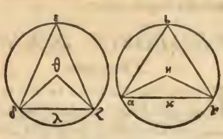
ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi duo.

Primus. Si trianguli alicuius duo anguli fuerint æquales: etiam latera æquales angulos subtendentia, erunt æqualia Trianguli αβε, anguli αβε, βαε, sunt æquales. Ergo, Latus αε, est æquale lateri εβ. *Explicatio.* Maior est propositio sexta primi. Minor *ἐκ τῆς κατασκευῆς* nota. *Secundus.* Si fuerint duo trianguli, habentes duo latera &c. Sunt duo trianguli αδε, εδγ: habentes duo latera αδ, δε: æqualia duobus lateribus γδ, δε, (quia δε, est latus commune) alterum alteri: & angulus αδε, est æqualis angulo γδε. quia uterque est rectus. Ergo, Basis αε, est æqualis basi γε. *Explicatio.* Maior est propositio octaua primi. Minor partim ex delineatione, partim ex primo syllog. nota. *τὸ συμπέρασμα.* Dati igitur segmenti αβγ, circulus est adsciptus: nam circulus centro ε, interuallo αε, aut εβ, aut εγ, descriptus, erit circulus segmenti αβγ: & apparet segmentũ αβγ, esse minus semicirculo, quia eius centrum, extra segmẽtum ipsum existit. Similiter si αβδ, angulus, fuerit æqualis, angulo βαδ: & αδ, recta fuerit æqualis rectis βδ, δγ. tum punctum δ, erit centrum circuli adscribendi: & per consequens αβγ, est semicirculus. Quod si uero angulus αβδ, minor fuerit angulo βαδ: tum constituemus ad datam rectam βα, & ad datũ in ea punctum α: dato angulo rectilineo αβδ, æqualem angulum rectilineum, & sic cẽtrum circuli describendi cadet intra αβγ, segmentum in lineam rectam δβ: & hinc manifestum est, quod αβγ, segmentum sit maius semicirculo. *τὸ συμπέρασμα.* Dati igitur segmenti circuli, &c. *ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

PROPOSIT. XXVI.
Theorema.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπ' ἴσων περιφερειῶν βεβήκασι: ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

In circulis æqualibus, æquales anguli super ęqualibus circumferentiis sunt constituti: siue ad centra, siue ad circumferentias constituantur.



ἡ ἔκθεσις.

Sint æquales circuli αβγ, δεζ: & in illis constituantur æquales anguli, ad centra quidem anguli αηγ, δθζ, ad circumferentias uero anguli αβγ, δεζ. *ὁ διορισμός.* Dico quod circumferentia ακγ, sit æqualis circumferentiæ δλζ. *ἡ κατασκευή.* Ducantur lineæ βγ, εζ.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi quinque.

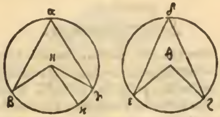
Primus. In omni circulo rectæ à centro &c. In circulis æqualibus αβγ, δεζ, à centris η, & θ, ductæ sunt rectæ ηα, ηγ, θδ, θζ. Ergo, Rectæ illæ sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est definitio circuli. Minor nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Secundus.* Si fuerint duo trianguli habentes duo latera, duobus lateribus æqualia &c. Sunt duo trianguli ηαγ, θδζ: qui habent duo latera ηα, ηγ, duobus lateribus θδ, θζ, æqualia alterum alteri: & angulum αηγ, æqualem angulo δθζ. Ergo, Basis αγ, est æqualis basi δζ. *Explicatio.* Maior est propositio quarta primi. Minor est partim nota ex delineatione, partim ex hypothesi. *Tertius.* Similia circulorum segmenta sunt: quæ angulos recipiunt æquales. Angulus αβγ, est æqualis angulo δεζ. Ergo, Segmentum αβγ: simile est segmento δεζ. *Explicatio.* Maior est definitio similium segmentorum. Minor ipsa hypothesis. *Quartus.* Similia segmenta constituta super lineis æqualibus & ipsa æqualia sunt. Segmentum αβγ, est simile segmento δεζ. & rectæ βγ, εζ. in quibus consistunt etiam sunt æquales. Ergo, αβγ, segmentum est ęquale segmento δεζ. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima tertia huius libri. Minor conclusio syllogismi secundi & tertij. *Quintus.* Si ab æqualibus auferas æqualia: ea quæ relinquuntur erunt æqualia. Circulus αβγ, est æqualis circulo δεζ: ab ijs auferãtur segmenta αβγ, δεζ, æqualia. Ergo, ακγ, circumferentia reliqua: δλζ,

circumferentiæ reliquæ est æqualis. Explicatio. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor ex superibus nota. τὸ συμπέρασμα. In circulis æqualibus, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSIT. XXVII.
Theorema.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπ᾽ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι: ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν: ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

In circulis æqualibus, anguli qui constituti sunt super æqualibus circumferentiis: sunt & ipsi æquales: siue ad centra, siue ad circumferentias constituantur.



ἡ ἔκθεσις.

Sint circuli æquales αβγ, δεζ, & super circumferētijs æqualibus βγ, εζ, ad cētra quidē η, & θ: anguli βηγ, εθζ: ad ipsas uero circumferētias anguli cōstituantur βαγ, εδζ. διορισμός. Dico quod angulus βηγ, angulo εθζ, sit æqualis: & angulus βαγ, ęqualis angulo εδζ. Ἐξέτασις. Anguli βηγ, βαγ, aut sunt æquales, angulis εθζ, εδζ: aut eis inæquales. ὑπόθεσις. Ponamus angulū βηγ, esse maiorē angulo εθζ. ἡ κατασκευή. Constituatur ad datā rectam βη, & ad datum in ea punctum η, dato angulo εθζ, æqualis angulus βηκ.

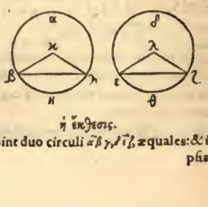
ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi septem.

Primus. Anguli æquales super æqualibus &c. Angulus βηκ, est æqualis angulo εθζ. Ergo, Circumferentia βκ, est æqualis circūferentiæ εζ. *Explicatio.* Maior est propos. præcedens. Minor nota ἐκ τῆς ὑποθέσεως. *Secundus.* Quæ eidem sunt æqualia: illa etiam inter se sunt æqualia. Circumferentiæ εζ, est æqualis circumferencia βγ, & eidem εζ, circumferentiæ est æqualis demonstrata circumferentia βκ. Ergo, βκ, circumferentia est æqualis circumferentiæ βγ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor ex superioribus syllogismis nota. *Tertius.* Si angulus βηγ, maior est angulo εθζ: tum circumferētia βκ, quę minor seu pars est: erit æqualis circumferentiæ maiori nempe βγ. Sed hoc pugnat cum principijs geometriæ. Ergo, Neque angulus βηγ, maior est angulo εθζ. Maior est ὑπόθεσις, & conclusio superiorum. Minor per se nota. *Quartus.* Simili ratione demonstrabimus neque minorem esse angulum βηγ, angulo εθζ. *Quintus.* Angulus βηγ, aut est æqualis angulo εθζ, aut eo maior aut minor. Sed neque maior neque minor. Ergo, Erit ei æqualis. *Explicatio.* Maior est ὑπόθεσις. Minor conclusio superiorum syllogismorū tertij & quarti. *Sextus.* In circulo angulus ad centrum &c. In circulis αβγ, δεζ: anguli ad centra sunt βηγ, εθζ: ad circumferentiam uero βαγ, εδζ. Ergo, Anguli βηγ, εθζ, sunt dupli angulorum βαγ, εδζ & per cōsequens βαγ, εδζ, dimidia angulorum βηγ, εθζ. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima huius. Minor nota per se. *Septimus.* Aequalium dimidia: & ipsa sunt inter se æqualia. Anguli βαγ, εδζ, sunt dimidia angulorū βηγ, εθζ. Ergo, Et ipsi sunt inter se æquales: angulus βαγ, æqualis angulo εδζ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est conclusio syllogismi sexti. τὸ συμπέρασμα. In circulis igitur æqualibus anguli, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOS. XXVIII.
Theorema.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι: τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι, τὴν δ᾽ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι.

In circulis æqualibus, æquales lineæ rectæ, auferunt æquales circumferentias: maiori maiorem, minori minorem æqualem.



ἡ ἔκθεσις.

Sint duo circuli αβγ, δεζ, æquales: & in ipsis

p̃fis æquales cõſtituantur lineæ rectæ βγ, εζ: quæ auferant circumferentias βαγ, εδζ, maiores: & βηγ, εθζ, minores. ὁ διορισμὸς. Dico quod βαγ, circumferẽtia maior: ſit æqualis εδζ, circumferẽtiæ maiori: & βηγ, circumferentia minor, æqualis εθζ, circumferentię minori. ἡ κατασκευὴ. Sumantur centra circulorum & ſint puncta κ, λ: deinde ducãtur rectæ κβ, κγ, ελ, λζ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi quatuor.

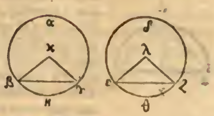
Primus. Circuli æquales dicuntur quorum diametri: ſeu lineæ ex centro ductæ: ſunt æquales. Circuli αβγ, δεζ, ſunt æquales. *Ergo,* Rectæ βκ, κγ, ſunt æquales rectis ελ, λζ. *Explicatio.* Maior eſt definitio circulorum æqualium. Minor ipſa ὑπόθεσις. *Secundus.* Si fuerint duo trianguli habẽtes duo latera duobus lateribus æqualia: & baſim baſi æqualem, &c. Sunt duo trianguli κβγ, λεζ, qui habent duo latera βκ, κγ, duobus lateribus ελ, λζ, æqualia alterum alteri: & baſim βγ, æqualem baſi εζ. *Ergo,* Angulus βκγ, erit æqualis angulo ελζ. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio octaua libri primi. Minor partim concluſio ſyllogiſmi primi: partim hypótheſis. *Tertius.* In circulis æqualibus, anguli æquales, &c. Duo circuli αβγ, δεζ, ſunt æquales, eorumque anguli βκγ, ελζ, ſunt æquales. *Ergo,* Conſtituti ſunt ſuper circumferentijs æqualibus. Circumferentia itaque βηγ, eſt æqualis circumferentiæ εθζ. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio uigeſima ſexta huius libri. Minor concluſio præcedentis ſyllogiſmi. *Quartus.* Si ab æqualibus auferas æqualia &c. Circulus αβγ, eſt æqualis circulo δεζ: ab ijs ſi auferas βηγ, εθζ, æquales circumferentias. *Ergo,* Reliqua βαγ, circumferentia, reliquæ εδζ, circumferentiæ erit æqualis relicta. *Explicatio.* Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minor partim ipſa ὑπόθεσις, partim concluſio ſyllogiſmi tertij. τὸ συμπέρασμα. In circulis igitur æqualibus, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSIT. XXIX.

Theorema.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας: ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν.

In circulis æqualibus, æquales lineæ rectæ: ſubtendunt æquales circumferentias.



ἡ ἔκθεσις.

Sint duo circuli æquales αβγ, δεζ, & in illis æquales abſumantur circumferẽtiæ βηγ, εθζ: & ductis lineis rectis βγ, εζ. ὁ διορισμὸς. Dico rectam βγ, eſſe æqualem rectæ εζ. ἡ κατασκευὴ. Sumantur centra circulorum puncta κ, & λ: poſtea ducantur rectæ βκ, κγ, ελ, λζ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi tres.

Primus. In circulis æqualibus ſuper circumferentijs &c. Circulorum αβγ, δεζ, æqualium circũferentię βηγ, εθζ, ſunt æquales: ſuper quibus conſiſtunt anguli βκγ, ελζ. *Ergo,* Angulus βκγ, eſt æqualis angulo ελζ. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio 27 huius libri. Minor ipſa hypotheſis. *Secundus.* Circulorum æqualium rectæ ex centris ductæ, ſunt æquales. Circuli αβγ, δεζ, ſunt æquales. *Ergo,* Rectæ ex centris κ, λ, ductæ ſunt æquales, βκ, κγ, igitur ſunt æquales rectis ελ, λζ. *Explicatio.* Maior eſt definitio æqualium circulorum. Minor ipſa ὑπόθεσις. *Tertius.* Si fuerint duo trianguli habẽtes duo latera &c. Sunt duo trianguli βκγ, ελζ, habentes duo latera βκ, κγ, duobus lateribus λε, λζ, æqualia alterum alteri: & angulum βκγ, æqualem angulo ελζ. *Ergo,* Baſis βγ, eſt æqualis baſi εζ. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio quarta libri primi. Minor concluſio ſuperiorum ſyllogiſmorum. τὸ συμπέρασμα. In circulis igitur æqualibus, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO XXX

Problema.

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν: δίχα τεμεῖν.

Datam circumferentiam: in duas partes æquales ſecare.

ἡ ἔκθεσις.

Sit data circumferentia αδβ. ὁ διορισμὸς. ea itaque ſecanda eſt in duas partes æquales. ἡ κατασκευὴ. Ducatur recta αβ, & ſecetur

δίχα in puncto γ: postea à puncto γ, rectæ α β, ducatur ad angulos rectos recta γ δ: denique fiant lineæ rectæ α δ, δ β. ὁ διορισμὸς τῆς κατασκευῆς. Dico quod circumferentia α δ β: sit secta in duas partes æquales in puncto δ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi duo.

Primus. Si fuerint duo trianguli habentes &c. Sunt duo trianguli α δ γ, β δ γ, habentes duo latera, duobus lateribus æqualia alterũ alteri latus α γ, æquale lateri γ β: & γ δ, latus commune: angulum etiam α γ δ, angulo β γ δ, æqualem. Ergo, Basis α δ, est æqualis basi δ β. Explicatio. Maior est propositio quarta libri primi. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς nota. *Secundus.* In circulis æqualibus, æquales lineæ rectæ &c. Lineæ rectæ α δ, δ β, sunt æquales. Ergo, Auferunt α δ, δ β, circumferentias æquales, minoresque semicirculo. *Explicatio.* Maior est uigesima octaua propositio huius libri. Minor nota ex præcedenti syllogismo. τὸ συμπέρασμα. Data igitur circumferentia. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSIT. XXXI.

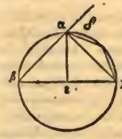
Theorema.

Ἐν κύκλῳ, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ, γωνία, ὀρθή ἐστιν: ἡ δ' ἐν τῷ μείζονι τμήματι ἐλάττων ὀρθῆς: ἡ δ' ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς. καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς: ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.

In circulo, angulus in semicirculo constitutus est rectus: angulus uero in maiori segmento constitutus minor recto: is uero qui constituitur in minori segmẽto est recto maior. Praeterea angulus segmenti maioris, est maior recto: angulus uero segmenti minoris, minor recto.

ἡ ἔκθεσις.

Sit circulus α β γ δ, cuius diameter sit β γ: eius etiam centrum punctum ε: & ducantur lineæ β α, α γ, α δ, δ γ. ὁ διορισμός. Dico quod



angulus in β α γ, semicirculo sit rectus: angulus uero in segmento maiore α β γ, scilicet minor recto: denique angulus in segmento α δ γ, minore maior recto angulo. ἡ κατασκευή. Fiat linea recta α ε, & perducatur recta β α, ad punctum usque ζ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi tredecim.

Primus. In omni circulo rectæ à cẽtro &c. In circulo α β γ δ, à centro ε, ad circumferentiã ductæ sunt rectæ ε β, ε α, ε γ. Ergo, Rectæ ε β, ε α, ε γ, sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est definitio circuli. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς nota. *Secundus.* In triangulo æquicruro, anguli ad basin sunt æquales. Est triangulus æquicrurus β ε α. Ergo, Angulus ε α β, est æqualis angulo ε β α. *Explicatio.* Maior est propositio quinta libri primi. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς nota. *Tertius.* Maior ut supra in syllogismo secundo. Triangulus α ε γ, est æquicrurus. Ergo, Angulus α γ ε, est æqualis angulo γ α ε. *Explicatio.* Maior est quinta primi. Minor ex delineatione nota. *Quartus.* Si æqualibus addas æqualia, quæ fiunt erunt æqualia. anguli ε α β, ε β α, sunt æquales: his adde α γ ε, γ α ε, angulos æquales. Ergo, Totus β α γ, erit æqualis duobus ε β α, α γ ε. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor uero ex superioribus syllogismis nota. *Quintus.* In omni triangulo uno latere &c. Trianguli α β γ, latus β α, est extensum ad punctum usque ζ. Ergo, Angulus externus ζ α γ, est æqualis duobus angulis α β γ, α γ β. *Explicatio.* Maior est propositio decima sexta primi. Minor nota ex delineatione. *Sextus.* Quæ eidem sunt æqualia: illa etiam inter se sunt ęqualia. Angulus ζ α γ, est ęqualis duobus angulis α β γ, α γ β. & eisdem duobus angulis, est etiam æqualis angulus β α γ. Ergo, Angulus ζ α γ, est æqualis angulo β α γ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor conclusio superiorum syllogismorum. *Septimus.* Si recta incidens aut stans super recta &c. Recta γ α, stans super recta β ζ: facit angulos ζ α γ, β α γ, ἐφεξῆς inter se æquales. Ergo, Vterque æqualium illorum angulorum est rectus. *Explicatio.* Maior est definitio anguli recti. Minor conclusio syllogismi sexti. τὸ συμπέρασμα. Angulus igitur in semicirculo β α γ,

lo ϐαγ, est rectus. *Octauus.* In omni triangulo duo anguli &c. Est triangulus αϐγ. *Ergo,* Trianguli αβγ, duo anguli αϐγ, ϐαγ, duobus rectis sunt minores. *Explicatio.* Maior est propositio decima septima libri primi. Minor per se nota. *Nonus.* Si ab inæqualibus auferas &c. Duo anguli αβγ, βαγ, sunt minores duobus rectis: aufer βαγ, angulum rectum. *Ergo,* Relinquitur angulus αϐγ, recto minor: & est in segmento maiore αβγ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor ex octauo syllogismo & per se nota. *Decimus.* In circulis figurarum quadrilaterarũ &c In circulo αβγ, est quadrilaterũ αϐγδ. *Ergo,* Anguli oppositi αβγ, αδγ, sunt æquales duobus rectis. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima secunda huius. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Vndecimus.* Si ab inæqualibus auferas &c. Anguli αβγ, αδγ, inæquales, sunt duobus rectis tamen æquales: aufer αϐγ, angulũ minorem recto. *Ergo,* Relinquitur αδγ, angulus maior recto: & est in segmento minore. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor ex superioribus manifesta. Ἄλλος διορισμός. Dico quod angulus αβγ, circumferẽtijs & recta αγ, cõtentus: qui etiam angulus maioris segmenti est: maior recto sit: deinde quod angulus circũferentia αδγ, & αγ, recta contentus: qui & angulus minoris segmenti dicitur, sit minor recto.

ἡ ἀπόδειξις. *Duodecimus.* Totum est maius sua parte. Angulus quem continẽt rectæ βα, αγ, est rectus, & tãquam pars: angulus uero quem continent rectæ αγ, & circumferentia αϐγ, ut totum. *Ergo,* Angulus recta αγ, & circumferentia αβγ, contentus, est maior recto. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor uero nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Decimus tertius.* Simili modo demonstrabimus angulum γα recta, & circumferentia αδγ, contentum esse minorem recto. τὸ συμπέρασμα. In circulo igitur angulus in semicirculo, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

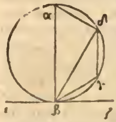
PROPOSIT. XXXII.

Theorema.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα: ἀπὸ δὲ τῆς ἀφῆς, ἐπὶ τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα, τέμνουσα τὸν κύκλον: ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ: ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Si circulũ, aliqua linea recta tangat: atque ab ipso contactu, ad circulũ perducta fuerit linea recta, quæ circulũ secet: quoscunque fecerit angulos ad lineam contingentem: illi æquales erunt angulis, sumptis in segmentis permutatim sumptis.

ἡ ἔκθεσις.



Circulum αβγδ, tangat linea recta εζ, in puncto β: & à puncto β, perducatur recta linea βδ, quæ circulum secet. ὁ διορισμός. Dico quod anguli quos faciũt rectæ βδ secans, & εζ contingens, æquales sint angulis in circuli segmentis permutatim sumptis. hoc est, angulus ζβδ æqualis est angulo in δαβ segmento constituto: itẽ angulus εβδ, æqualis angulo in δγβ segmento constituto. ἡ κατασκευή. Ducatur à puncto β, rectæ εζ ad angulos rectos, recta βα: deinde sumatur in circumferentia βδ, quoduis punctum γ: postea ducantur rectæ αδ, δγ, γβ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi nouem.

Primus. Si recta aliqua circulum tangit, & à puncto &c. Recta εζ, tangit circulũ αβγδ in puncto β: & à puncto contactus β, lineæ contingenti ducta est ad angulos rectos recta βα. *Ergo,* In linea recta βα est centrũ circuli αβγδ. *Explicatio.* Maior est decima nona huius libri. Minor ex delineatione nota. *Secundus.* In circulo angulus qui in semicirculo constituitur &c. In circulo αβγδ, semicirculus est αδγβ, in quo constituitur angulus αδβ. *Ergo,* Angulus αδϐ, est rectus. *Explicatio.* Maior est propositio præcedens huius libri. Minor per se nota. *Tertius.* In omni triangulo tres anguli &c. Est triangulus αδϐ. *Ergo,* Trianguli αδβ, tres anguli sunt æquales duobus rectis. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima secunda libri primi. Minor per se nota. *Quartus.* Si ab inæqualibus auferas æqualia uel communia: quæ relinquuntur sunt æqualia. In triangulo αδβ, tres anguli sunt æquales duobus rectis: aufer angulum αδβ, rectum. *Ergo,* Reliqui βαδ, αβδ, anguli, sunt æquales uni recto. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor conclusio superioris syllogismi: & per

se partim manifesta. *Quintus*. Omnes anguli recti sunt inter se æquales: $\overline{\alpha}\,\delta\beta$ angulus est rectus, & angulus $\overline{\alpha}\,\zeta\varsigma$ etiam est rectus. Ergo, Anguli $\overline{\alpha}\,\delta\beta$, $\alpha\zeta\varsigma$, sunt inter se æquales. *Explicatio*. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor ex syllogismis superioribus nota. *Sextus*. Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Anguli $\beta\overline{\alpha}\iota$, $\overline{\alpha}\zeta\iota$ sunt recto æquales: & angulus $\overline{\alpha}\beta\varsigma$ etiam recto est æqualis, quia ipsemet rectus est. Ergo, Angulus $\overline{\alpha}\,\zeta\varsigma$ est æqualis angulis $\beta\overline{\alpha}\delta$, $\overline{\alpha}\zeta\iota$. *Explicatio*, Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor conclusio superiorũ syllogismorum. *Septimus*. Si ab æqualibus auferas æqualia: quæ relinquuntur sunt æqualia. Angulus $\overline{\alpha}\beta\varsigma$ æqualis est angulis $\beta\overline{\alpha}\iota$, $\overline{\alpha}\zeta\delta$: cõmunis auferatur angulus $\overline{\alpha}\beta\iota$. Ergo, Reliquus $\delta\overline{\zeta}\varsigma$ angulus est æqualis, angulo in segmento permutatim constituto, angulo $\overline{\alpha}\zeta\delta$. *Explicatio*. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex duobus syllogismis præcedentibus. *Octauus*. Figurarum quadrilaterarum quæ in circulis &c. In hoc circulo est quadrilaterum $\overline{\alpha}\beta\gamma\delta$. Ergo, Anguli oppositi $\delta\overline{\zeta}\varsigma$, $\beta\varsigma\overline{\iota}$: sunt æquales angulis $\beta\overline{\alpha}\delta$, $\zeta\gamma\delta$. *Explicatio*. Maior est propositio uigesima secunda huius. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Nonus*. Si ab æqualibus auferas æqualia &c. Anguli $\varsigma\overline{\zeta}\varsigma$, $\delta\zeta\overline{\iota}$ sunt æquales angulis $\beta\overline{\alpha}\delta$, $\zeta\gamma\delta$: aufer nunc $\zeta\overline{\alpha}\iota$, & $\delta\overline{\beta}\varsigma$ angulos æquales. Ergo, Relinquitur angulus $\delta\beta\overline{\iota}$, æqualis angulo in segmento permutatim sumpto, nempe angulo $\delta\overline{\gamma}\beta$. *Explicatio*. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor manifesta ex syllogismo octauo, & septimo. τὸ συμπέρασμα. Si igitur circulum recta aliqua tangat &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

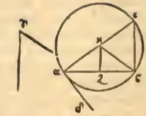
PROPOS. XXXIII.
Problema.

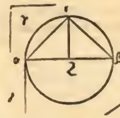
Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

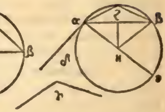
Super data linea recta: describere circuli segmentum, quod recipiat angulum dato angulo rectilineo æqualem.

ἡ ἔκθεσις.

Sit data linea recta $\overline{\alpha}\beta$: datus uero angulus rectilineus ad $\overline{\gamma}$. Ἐξέτασις. Angulus ad $\overline{\gamma}$, aut est acutus, aut rectus, aut obtusus. ὑπόθεσις. Sit angulus ad $\overline{\gamma}$ acutus. πρώτη κατασκευή. Constituatur ad rectam $\overline{\alpha}\zeta$, & ad







punctum in ea datum $\overline{\alpha}$, angulo ad $\overline{\gamma}$ dato æqualis angulus $\zeta\overline{\alpha}\iota$, qui propter ὑπόθεσιν erit acutus. Postea ducantur à puncto ς rectæ $\overline{\alpha}\beta$, ad angulos rectos, recta $\varsigma\overline{\nu}$. denique fiat recta $\overline{\nu}\beta$.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

Primus. Si fuerint duo trianguli habentes &c. Sunt duo trianguli $\overline{\alpha}\nu\varsigma$, $\beta\overline{\nu}\varsigma$, habentes duo latera duobus lateribus æqualia alterũ alteri: latus $\overline{\alpha}\varsigma$, æquale lateri $\varsigma\beta$, & latus $\varsigma\overline{\nu}$ est commune: angulus etiam $\overline{\alpha}\varsigma\nu$, est æqualis angulo $\overline{\nu}\varsigma\zeta$. Ergo, Basis $\alpha\overline{\nu}$, est æqualis basi $\beta\overline{\nu}$. *Explicatio*. Maior est quarta primi libri. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς nota. *Secundus*. In omni circulo rectæ à centro &c. Figura $\overline{\alpha}\beta\iota$ habet rectas $\overline{\alpha}\nu$, $\overline{\nu}\beta$ à pũcto $\overline{\nu}$ ductas æquales. Ergo, $\overline{\alpha}\zeta\iota$ figura est circulus. *Explicatio*. Maior est definitio circuli, uel eius ἀντιστροφή. Minor est cõclusio syllogismi primi. ἡ κατασκευή. Ducatur recta $\overline{\iota}\beta$. *Tertius*. Recta quæ ab extremitate diametri &c. Ab extremitate diametri $\overline{\alpha}\iota$, à puncto $\overline{\alpha}$ diametro $\alpha\overline{\iota}$ ad angulos rectos est ducta, linea recta $\overline{\alpha}\delta$. Ergo, Recta $\overline{\alpha}\iota$, tangit circulum $\overline{\alpha}\beta\iota$. *Explicatio*. Maior est propositio decimasexta huius libri. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς manifesta. *Quartus*. Si circulum tangat aliqua linea recta &c. Circulum $\alpha\beta\overline{\iota}$, tangit recta $\overline{\alpha}\delta$, & à puncto contactus $\overline{\alpha}$: perducta est recta linea $\overline{\alpha}\beta$, circulum secans. Ergo, Angulus $\delta\overline{\alpha}\zeta$ est, æqualis angulo in segmento permutato posito, nempe angulo $\alpha\overline{\iota}\beta$. *Explicatio*. Maior est trigesima secunda propositio huius libri. Minor nota per se. *Quintus*. Quæ eidem sunt æqualia, illa inter se sunt æqualia. Angulus $\overline{\alpha}\iota\beta$, est æqualis angulo

gulo

b a d

gulo δαβ: & eidem angulo ζαβ, æqualis est angulus γ. Ergo, Angulus αεβ, est æqualis angulo γ. *Explicatio*, Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor partim conclusio syllogismi quarti: partim uero ὑπόθεσις. τὸ συμπέρασμα. Super data igitur linea recta αβ, constitutum est circuli segmentum αεβ: habens angulum αεβ, equalem dato angulo γ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ἀλλὴ καταγραφή. Ἔκθεσις. Verum datus angulus γ, sit rectus. Διορισμός. Super datam ergo lineam rectam αβ: constituendũ est circuli segmentum quod habeat angulum æqualem dato angulo rectilineo γ, recto. ἡ κατασκευή. Constituatur dato angulo recto γ: æqualis angulus βαδ: deinde recta αβ, secetur δίχα in puncto ζ: postea centro ζ: interuallo ζα, uel ζβ, describatur circulus αεβ. Ἀπόδειξις, eadẽ est cũ superiore. τὸ συμπέρασμα. Super datam igitur rectam αβ, descriptum est segmentum circuli αεβ: quod continet angulum αεβ, æqualem angulo γ, dato. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ἀλλη καταγραφή: Ἔκθεσις. Verum datus angulus γ, sit obtusus. Διορισμὸς super datam rectã αβ, constituendum est segmẽtum circuli quod habeat angulum æqualem dato angulo rectilineo γ, obtuso. ἡ κατασκευή. Ad datam lineam rectam αβ, & ad datum in ea punctum α, dato angulo rectilineo γ, constituatur angulus βαδ, æqualis: deinde rectæ αδ, ducatur ad angulos rectos recta αε, postea αβ, recta, secetur δίχα in puncto ζ: & rectæ αβ, ducatur ad angulos rectos, recta ζη, & fiat linea recta ηβ. Ἀπόδειξις ut supra. τὸ συμπέρασμα. Super datam igitur rectam αβ, constitutum est segmentum circuli αθβ: quod habet angulum αθβ, æqualem angulo dato γ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

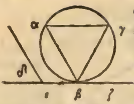
PROPOS. XXXIIII.
Problema.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου: τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

A dato circulo: auferre segmẽtum, quod habeat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

ἡ ἔκθεσις.

Sit datus circulus αβγ: & datus angulus rectilineus ad δ. ὁ διορισμός. A dato igitur circulo αβγ, auferendum est segmentum



circuli: quod angulum habeat æqualem dato angulo ad δ. ἡ κατασκευή. Ducatur recta linea quæ circulum αβγ, in puncto β, tangat: & sit recta εζ: deinde constituatur ad datam rectam εβ, & ad datum in ea punctum β: dato angulo ad δ, æqualis angulus ζβγ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi duo.

Primus. Si circulum recta aliqua tangat &c. Circulum αβγ, tangit recta linea εζ: & à puncto β contactus: perducta est linea recta βγ. Ergo, Angulus ζβγ, æqualis est angulo in segmẽto βαγ, permutato cõstituto. *Explicatio*. Maior est propositio trigesima secunda huius libri. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς manifesta. *Secundus*. Quæ eidem sunt æqualia: illa etiã inter se sunt equalia. Angulus βαγ, est equalis angulo ζβγ, & eidẽ ζβγ angulo est æqualis angulus ad δ. *Ergo*, βαγ, angulus est æqualis angulo ad δ. *Explicatio*. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor uero conclusio partim syllogismi primi: partim uero nota ex ὑπόθεσει. τὸ συμπέρασμα. A dato igitur circulo αβγ, ablatum est segmẽtum circuli βαγ: quod habet angulum βαγ, æqualem dato angulo ad δ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSIT. XXXV.
Theorema.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ, δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας: τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

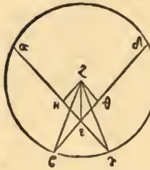
Si in circulo, duæ lineæ rectæ sese mutuo secant: tum rectangulũ, quod continetur segmentis unius rectæ: erit æquale rectangulo, quod continetur segmentis alterius lineæ rectæ.

ἡ ἔκθεσις.

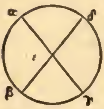
In circulo αβγδ, duæ rectæ, αγ, βδ, secent sese mutuo in puncto ε. ὁ διορισμός. Dico quod rectangulũ αε, εγ, rectis cõtentum, æquale sit rectangulo δε, εβ, rectis cõtento. πρώτη πτῶσις. Ducantur rectæ αγ, βδ, per centrum circuli.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi tredecim.



Primus. Figuræ à rectis lineis æqualibus descriptę: & ipsę inter se æquales sunt. Rectæ αι, ιγ, δι, ιβ, sunt æquales: & continent rectangula αι, ιγ, & δι, ιβ. *Ergo,* Rectangulū αι, ιγ, rectis contentum, est æquale rectangulo δι, ιβ, rectis contento *δευτέρα πτῶσις.* Rectæ αγ, δβ, per centrum non ducantur. *ἡ κατασκευή.* Sumatur centrum



circuli αβγδ, & sit punctum ζ: à puncto ζ, ad rectas αγ, δβ: ducantur perpendiculares ζη, ζθ. Postea ducantur rectæ ζβ, ζγ, ζι.

Secundus. Si in circulo recta quædam per centrum ducta: aliam rectam &c. Recta ηζ, per centrum ducta: rectam αγ, per centrum non ductam secat ad angulos rectos. *Ergo* Secat eam δίχα ut αη, sit æqualis ηγ. *Explicatio.* Maior est propositio tertia huius. Minor per κατασκευὴν nota. *Tertius.* Si recta aliqua fuerit secta in partes æquales &c. Recta αγ, secta est in partes æquales in puncto η, & in partes inæquales in puncto ι. *Ergo,* Rectangulum αι, ιγ, rectis contentum cum quadrato ιη: est æquale quadrato ηγ.

Explicatio. Maior est quinta libri secundi. Minor nota ex syllogismo secundo, & ipsa κατασκευή. *Quartus.* Si æqualibus addantur æqualia uel communia &c. Rectangulum αι ιγ, rectis contentū, cum quadrato ιη: est æquale quadrato ηγ: commune addatur quadratum ηζ. *Ergo,* Rectangulum αι, ιγ, rectis contentum cum quadratis ηι, ηζ: est æquale quadratis γη, ηζ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor partim conclusio syllogismi tertij: partim per se manifesta. *Quintus.* Trianguli rectāguli quadratum descriptum &c. Est triangulus ιηζ, rectangulus. *Ergo,* Quadratum ιζ, est æquale quadratis ιη, ηζ. *Explicatio.* Maior est propositio quadragesima septima primi. Minor per se & ex delineatione manifesta. *Sextus.* Trianguli rectanguli quadratum lateris &c. Triangulus ζηγ, est rectangulus. *Ergo,* Quadratum ζγ, est æquale quadratis γη, ηζ. *Explicatio.* Maior est propositio quadragesima libri primi. Minor per se nota. *Septimus.* Si æqualibus addas æqualia uel communia &c. Quadrata ηι, ηζ, sunt æqualia quadrato ζι: & rectangulum αι, ιγ, rectis contentum commune. *Ergo,* Rectāgulum αι, ιγ, rectis contentum & quadrata ηι, ηζ, simul sunt æqualia rectāgulo αι, ιγ, rectis contento & quadrato ζι. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor partim est conclusio syllogismi quinti: partim per se manifesta. *Octauus.* Quæ eidem sunt æqualia &c. Quadratis γη, ηζ, est ęquale quadratū ζγ: & ijsdē quadratis est æquale rectangulum αι, ιγ, rectis cōtentum cū quadratis ηι, ηζ: hoc est ιζ. *Ergo,* Rectangulum αι, ιγ, rectis contentum: cum quadrato ζι, est ęquale quadrato ζγ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor ex superioribus nota. *Nonus.* Aequalium rectarum, æqualia sunt quadrata. Recta ζγ, est æqualis rectæ ζβ. *Ergo,* Quadratum ζγ rectæ, est æquale quadrato ζβ, rectæ. Maior est lemma. Minor nota per se & ex syllogismo octauo. *Decimus.* Quæ eidē sunt æqualia illa inter se sunt æqualia. Quadrato ζγ, est æquale rectangulum αι, ιγ, rectis contentum cum quadrato ζι, lineæ rectæ: & eidem quadrato ζγ: est æquale quadratum ζβ. *Ergo,* Rectangulum αι, ιγ, rectis contentū, cum quadrato ιζ: est æquale quadrato ζβ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor patet ex superioribus conclusionibus. *Vndecimus.* Διὰ τὰ αὐτά, &c. Probabitur quod rectangulum δι, ιβ, rectis contentum, cum quadrato ζι, sit æquale quadrato ζβ. *Duodecimus.* Quæ eidem sunt æqualia, illa &c. Rectangulum αι, ιγ, rectis contentum, cum quadrato ιζ, est æquale quadrato ζβ: & eidem quadrato etiam est æquale rectangulum δι, ιβ, rectis contētum, cum quadrato ζι. *Ergo,* Rectangulum αι, ιγ, rectis contentum cum quadrato ζι, est æquale rectangulo δι, ιβ, rectis cōtento cum quadrato ζι. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor ex conclusione decimi & undecimi syllogismi nota. *Decimus tertius.* Si ab æqualibus auferas æqualia uel communia &c. Rectangulum αι, ιγ, rectis contentum cum quadrato ζι, est æquale rectangulo δι, ιβ, rectis contento cum quadrato ζι: auferatur ζι, quadratum commune. *Ergo,* Reliquum rectangulum αι, ιγ, rectis contētum, est æquale reliquo rectangulo δι, ιβ, rectis con-

con-

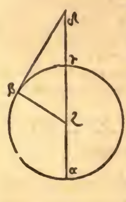
contento. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est partim conclusio syllogismi duodecimi: partim per se manifesta. τὸ συμπέρασμα. Si igitur in circulo, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOS. XXXVI.
Theorema.

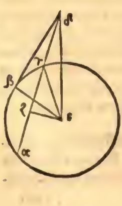
Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς: καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι: καὶ ἡ μὲν αὐτῶν, τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δ' ἐφάπτηται: ἔσται τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας περιεχόμενον ὀρθογώνιον: ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Si in circulo, aliquod ſumatur punctum extrinſecus: & ab eo ad circulum cadant duæ lineæ rectæ: quarum altera circulum ſecet, altera circulum tangat: rectangulum quod continetur tota recta ſecante, & recta quæ extrinſecus intra punctum & conuexam circumferentiam intercipitur: æquale eſt quadrato lineæ rectæ tangentis.

ἡ ἔκθεσις.



Extra circulũ αβγ, ſumatur punctũ aliquod δ: à quo ad circulum ducantur rectæ lineæ δγα, & δβ: quarum recta δγα, ſecet circulum: δβ, uero tangat. ὁ διορισμός. Dico quod rectangulum αδ, γδ, rectis cõtentum ſit æquale quadrato à δβ, recta deſcripto. Ἔκστασις. Recta δγα, uel per centrum eſt ducta: uel non eſt per centrum ducta. *Caſus primus.* ὑπόθεσις. Ponamus eã per centrum eſſe ductam: & ſit centrum circuli punctum ζ. ἡ κατασκευή. Ducatur recta ζβ.



ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi ſex.

Primus. Si in circulo quem recta aliqua tangit &c. Circulum αβγ, tãgit recta δβ: à quo puncto contactus ad centrum ducta eſt recta ζβ. *Ergo,* Recta ζβ, eſt perpendicularis, & per conſequens angulus ζβδ, rectus. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio decima octaua huius libri. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Si recta aliqua linea fuerit ſecta, &c. Recta linea αγ, ſecta eſt in duas partes æquales in puncto ſeu centro ζ: eique eſt adiecta recta γδ. *Ergo,* Rectangulum αδ, δγ, rectis contentum cum quadrato dimidiæ ζγ, eſt æquale quadrato ζδ. *Explicatio.* Maior eſt ſexta ſecundi. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς nota. *Tertius.* Aequalium rectarum, æqualia ſunt quadrata. Linea ζγ, eſt æqualis lineæ ζβ, quia ex centro ambæ. *Ergo,* Quadratum ζγ, eſt æquale quadrato ζβ. *Explicatio.* Maior eſt lemma. Minor nota per ſe & ex definitione circuli. *Quartus.* Trianguli rectanguli quadratum lateris ſubtẽdentis &c. Eſt triangulus ζβδ, rectangulus. *Ergo,* Quadratum lateris ζδ, eſt æquale quadratis laterũ ζβ, βδ. *Explicatio.* Maior eſt quadrageſima ſeptima primi. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς nota: & ex ſyllogiſmo primo manifeſta. *Quintus.* Quæ eidem ſunt æqualia illa &c. Rectangulum αδ, δγ, rectis contentum cum quadrato ζβ, eſt æquale quadrato ζδ: & eidem quadrato ζδ, ſunt æqualia quadrata ζβ, βδ. *Ergo,* Rectangulum αδ, δγ, rectis contentũ cum quadrato ζβ, eſt æquale quadratis ζβ, βδ. *Explicatio.* Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minor ex ſuperioribus ſyllogiſmis nota. *Sextus.* Si ab æqualibus auferantur æqualia &c. Rectãgulum αδ, δγ, rectis contentum, cum quadrato ζβ, eſt æquale quadratis ζβ, βδ: aufer ζβ, quadratum commune. *Ergo,* Rectangulum αδ, δγ, rectis contentum, eſt æquale quadrato δβ, lineæ rectæ tangentis circulum. τὸ συμπέρασμα. Si igitur extra circulum &c. Secunda ὑπόθεσις. Ponatur recta δγα, per centrum non eſſe ducta. ἡ κατασκευή. Sumatur centrum circuli & ſit punctum ε: à quo in rectam lineam αγ, ducatur perpendicularis recta εζ: poſtea ducantur rectæ εβ, εγ, εδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi tredecim.

Primus. Si recta circulum tangit, &c. Cir-

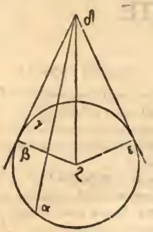
culum αβγ, tangit recta ϛβ, & à puncto contactus, ducta est recta ιβ. Ergo, Recta ιβ, est perpendicularis. & per consequens angulus ιβδ, rectus. Explicatio. Maior est propositio decimaoctaua huius libri. Minor nota ἐκ τῆς ὑποτάσεως. Secundus. Si recta aliqua per centrum circuli &c. Recta ιζ, per centrum ducta, rectam lineam αγ, per centrum non ductam, secat ad angulos rectos. Ergo, Secat eam δίχα ut αζ, sit æqualis ζγ. Explicatio. Maior est tertia huius libri. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. Tertius. Si recta linea fuerit secta δίχα, eique adijciatur &c. Recta linea αγ, secta est δίχα in puncto ζ, eique est adiecta recta γδ. Ergo, Rectangulum αδ, δγ, rectis contentum cum quadrato ζγ, est æquale quadrato ζδ. Explicatio. Maior est propositio sexta secundi. Minor ex superioribus manifesta. Quartus. Si æqualibus addas æqualia uel communia &c. Rectangulum αδ, δγ, rectis contentum cum quadrato ζγ, est æquale quadrato ζδ: adde commune quadratum ζι. Ergo, Rectangulum αδ, δγ, rectis contentum, cum quadratis ζγ, ζι, est æquale quadratis ζδ, ζι. Explicatio. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor partim conclusio syllogismi præcedentis, partim per se manifesta. Quintus. Trianguli rectanguli, quadratum lateris subtendentis &c. Triangulus ιζδ, est rectangulus. Ergo, Quadratum ιδ, est æquale quadratis ιζ, ζδ. Explicatio. Maior est quadragesimaseptima primi. Minor per se, & ex delineatione nota. Sextus. Maior ut supra in quinto syllogismo. Est triangulus rectangulus ιζγ. Ergo, Quadratum γι, est æquale quadratis ιζ, ζγ. Explicatio. Vt antea. Septimus. Si æqualibus addas æqualia uel communia &c. Quadrata laterum γζ, ζι, sunt æqualia quadrato γι: & rectangulum αδ, δγ, rectis contentum est commune. Ergo, Rectangulum αδ, δγ, rectis contentum cum quadratis laterum γζ, ζι, æquale est rectangulo αδ, δγ, rectis contento, cum quadrato γι. Explicatio. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor ex superioribus conclusionibus nota. Octauus. Quæ eidem sunt æqualia &c. Quadrata laterum δζ, ζι, sunt æqualia rectangulo αδ, δγ, rectis contento & quadratis γζ, ζι, & rectangulum αδ, δγ, rectis contentum cum quadrato γι, etiam sunt æqualia rectangulo αδ, δγ, rectis contento cum quadratis laterum γζ, ζι. Ergo, Rectangulum αδ, δγ, rectis contentum cum quadrato γι, est æquale quadratis laterum ζδ, ζι. Explicatio, Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex superioribus syllogismis. Nonus. Quæ eidem sunt æqualia, &c. Rectangulum αδ, δγ, rectis contentum, cum quadrato γι, est æquale quadratis laterum δζ, ζι, & quadratum δι, etiam est æquale quadratis δζ, ζι. Ergo, Rectangulum αδ, δγ, rectis contētum cum quadrato γι, est æquale quadrato δι. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor conclusio superiorum syllogismorum. Decimus. Quæ eidem sunt æqualia illa &c. Rectangulum αδ, δγ, rectis contentum cum quadrato γι, est æquale quadrato δι: & quadrata laterum δβ, βι, etiam sunt æqualia quadrato δι, propter angulum ιβδ, rectum. Ergo, Rectangulum αδ, δγ, rectis contētum cum quadrato γι, æquale est quadratis laterum δβ, βι. Explicatio. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor ut supra. Vndecimus. Rectæ à centro ad circumferentiam ductæ sunt &c. à centro ι: sunt ductæ rectæ ιγ, ιβ. Ergo, Sunt inter se æquales. Explicatio Maior est definitio circuli. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς nota. Duodecimus. Aequalium rectarum æqualia sunt quadrata: rectæ ιγ, ιβ, sunt æquales. Ergo, Earum quadrata sunt æqualia. Explicatio. Maior est lemma. Minor est conclusio syllogismi undecimi. Decimus tertius. Si ab æqualibus auferas æqualia &c. Rectangulum αδ, δγ, rectis contentum cum quadrato γι, quod est ιβ, est æquale quadratis δβ, βι: aufer commune quadratum ιβ. Ergo, Relinquitur rectangulum αδ, δγ, rectis contētum æquale quadrato δβ. Explicatio. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor partim per se, partim ex superioribus conclusionibus manifesta. τὸ συμπέρασμα. Si igitur extra circulum fuerit sumptum aliquod &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOS. XXXVII.
Theorema.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς: ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι: καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ: ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης: ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

Si in circulo, punctum aliquod extrinsecus sumatur: & à puncto ad circulum: cadant lineæ duæ rectæ: quarum

rum altera circulum ſecet, altera uerò incidat in circulum: ſit uerò rectangulum, quod à tota ſecante, & ea quę intra punctum & conuexam circumferentiam ponitur: æquale quadrato lineæ rectæ incidentis: recta iſta quæ incidit, tanget circulum.



ἡ ἔκθεσις.

Sit circulus αβγ, extra quem ſumatur punctum δ: à quo puncto δ, ad circulum ducantur duæ rectæ δγα, δβ, atque recta δγα, ſecet circulũ, δβ uero incidat in circulũ: pręterea rectangulum rectis αδ, δγ, contentum, ſit æquale quadrato δβ. ὁ διορισμός. Dico quod recta δβ, tangat circulum αβγ. ἡ κατασκευή. Ducatur recta δε, quæ circulum αβγ, tangat: & ſit centrum circuli punctum ζ: denique ducantur ζε, ζβ, ζδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi nouem.

Primus. Si recta aliqua circulum tangit &c. Recta δε, tangit circulum, & à puncto contactus per circuli centrum ducta eſt recta εζ. Ergo, Recta εζ, eſt perpendicularis ad δε, atque per conſequens angulus δεζ, rectus. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio decimaoctaua huius libri. Minor ἐκ τῶν κατασκευῶν nota. *Secundus.* Si extra circulum ſumatur punctum aliquod à quo &c. Extra circulum αβγ, ſumptum eſt punctum δ, à quo ducta eſt recta δε, quæ circulum tangit: δαγ, uero quæ circulum ſecat. Ergo, Rectangulum αδ, δγ, rectis contẽtum, eſt æquale quadrato δε. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio præcedens. Minor nota ἐκ τῶν κατασκευῶν. *Tertius.* Quæ eidem ſunt æqualia, illa inter ſe ſunt æqualia. Rectangulo quod continetur rectis αδ, δγ, proponitur æquale quadradratum δβ: & eidem rectangulo eſt æquale quadratum δε. Ergo, Quadratum δε, eſt æquale quadrato δβ. *Explicatio.* Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minor partim ὑπόθεσις, partim cõcluſio ſyllogiſmi ſecundi. *Quartus.* Aequalium quadratorum, æqualia ſunt latera. Quadrata δβ, δε, ſunt æqualia. Ergo, Latera δβ, δε, & ipſa æqualia ſunt. *Explicatio.* Maior eſt lemma. Minor concluſio ſyllogiſmi tertij. *Quintus.* Rectæ à centro ad circumferentiam ductæ ſunt inter ſe æquales. A centro ζ, ad circumferentiam ſunt ductæ duæ rectæ ζε, ζβ. Ergo, Rectæ ζε, ζβ, ſunt inter ſe æquales. *Explicatio.* Maior eſt definitio circuli. Minor nota ἐκ τῶν κατασκευῶν. *Sextus.* Si fuerint duo trianguli, habẽtes duo latera duobus &c. Sunt duo trianguli δβζ, δεζ, & habent duo latera δε, εζ, duobus lateribus δβ, βζ, æqualia: & baſim ζδ, commu nem. Ergo, Angulus δεζ, eſt ęqualis angulo δβζ. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio octaua primi. Minor concluſio quarti & quinti ſyllogiſmi. *Septimus.* Omnes anguli recti, ſunt inter ſe æquales. Angulus δεζ eſt rectus, & angulus δβζ ei eſt æqualis. Ergo, Angulus δβζ, etiã eſt rectus. *Explicatio.* Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minor partim cõcluſio ſyllogiſmi primi: partim cõcluſio ſyllog. ſexti. *Octauus.* Recta quæ ab extremitare diametri ad angulos rectos ducitur &c. Recta ζβ, eſt diameter circuli à cuius extremitate β, ducta eſt ad angulos rectos recta δβ. Ergo, δβ, recta circulum tangit. *Explicatio.* Maior eſt πόρισμα propoſitionis decimæ ſextæ. Minor nota ἐκ τῶν κατασκευῶν. *Nonus.* Simili ratione hoc demonſtrabitur: ſi centrum fuerit in recta αγ. τὸ συμπέρασμα. Si igitur punctum aliquod extra circulum, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Finis libri tertij.

Euclidis elementum quartum.

ὍΡΟΙ.

α Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

β Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται: ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου: ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

γ Σχῆμα δ' εὐθύγραμμον, εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται: ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου, ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

δ Σχῆμα δ' εὐθύγραμμον: περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται: ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται.

ε Κύκλος δὲ ὁμοίως εἰς σχῆμα λέγεται ἐγγράφεσθαι, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

DEFINITIONES.

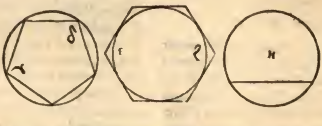
Figura rectilinea dicetur in figuram rectilineam inscribi, quādo unusquisque angulus eius figuræ, quæ inscribitur, tangit unumquodque latus figuræ, in quam est inscripta.

Figura etiam dicetur similitudine quadā circa figuram describi: quando unumquodque latus figuræ circumscriptæ: tangit unumquemque angulum eius figuræ, circa quam describitur.

Figura rectilinea in circulum inscribi dicetur: quando unusquisque angulus figuræ inscriptæ tangit circuli circumferentiam.

Figura rectilinea dicetur circa circulum describi, quando unusquisque angulus tangit circuli circa quem describitur figura, circumferentiam.

Circulus uero similiter dicetur in figurā inscribi, quando circuli circumferentia tangit unumquodque latus figuræ eius, in quā inscribitur.



ζ Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης γωνίας, τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

η Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς, ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.

Circulus uero dicetur circa figuram describi, quando circuli circumferentia tangit unumquemque angulū figuræ, circa quam circulus describitur.

Recta linea dicetur in circulum cooptari, quando eius extrema fuerint in circumferentia circuli.

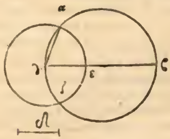
PRO-

PROPOSITIO I.

Problema.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου: ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

In datum circulum, datæ lineæ rectæ, quæ non maior est diametro circuli: æqualem rectam applicare.



ἡ ἔκθεσις.

Sit datus circulus αβγ: data uero linea recta non maior diametro circuli δ. *ὁ διορισμός.* In circulum αβγ, applicanda est recta, quæ æqualis sit rectæ δ. *ἡ κατασκευή.* Ducatur diameter circuli, recta βγ. *Ἐξέτασις.* Recta βγ, aut est æqualis rectæ δ, aut est ea minor, quia non debet esse maior. *ὑπόθεσις.* Si igitur βγ, æqualis est δ. Factum est quod quærebatur. *Altera ὑπόθεσις.* Sit uero maior βγ, & minor δ. *ἡ κατασκευή.* Fiat rectæ δ, æqualis recta γε: postea centro γ interuallo γε: describatur circulus εαζ & fiat recta γα.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi duo.

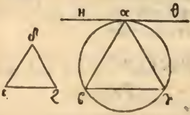
Primus. In omni circulo rectæ à cētro &c. Circuli αεζ, centrum est punctum γ: à quo ductæ sunt rectæ γα, γε. Ergo, Rectæ γα, γε, sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est definitio circuli. Minor *ἐκ τῶν κατασκευῶν* nota. *Secundus.* Quæ eidem sunt æqualia &c. Recta δ, est æqualis rectæ γε: & recta γα, etiam est æqualis rectæ γε. Ergo, Recta δ, est æqualis rectæ γα. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor partim *ἐκ τῶν κατασκευῶν* nota: partim conclusio syllogismi primi. *τὸ συμπέρασμα.* In datum igitur circulum αβγ, &c *ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

PROPOSITIO II.

Problema.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ: ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

In datum circulum, dato triangulo, triangulum æquales habentem cū dato triangulo angulos, inscribere.



ἡ ἔκθεσις.

Sit datus circulus αβγ: & triangulus datus δεζ. *ὁ διορισμός.* In datum igitur circulum αβγ, dato triangulo δεζ, inscribemus triangulum æquales habentem angulos. *ἡ κατασκευή.* Ducatur recta ηαθ, quæ circulum tangat in puncto α: deinde constituatur ad rectam αθ, & ad datum in ea punctum α, angulo δεζ, æqualis angulus θαγ. Postea ad rectam ηα, & ad datum in ea punctum α, angulo δζε, æqualis angulus ηαβ. Denique fiat recta βγ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

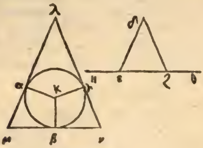
Primus. Si recta aliqua circulum tangat, & à puncto contactus &c. Recta linea θαη, tangit circulum αβγ, & à puncto cōtactus perducta est linea recta αγ. Ergo, Angulus θαγ: est æqualis angulo αβγ, in segmento συναλλάξ posito. *Explicatio.* Maior est trigesima secunda tertij. Minor *ἐκ τῶν κατασκευῶν* nota. *Secundus.* Quæ eidē sunt æqualia illa inter se sunt æqualia. Angulus δεζ, est æqualis angulo θαγ, & angulus αβγ, etiam est æqualis angulo θαγ. Ergo, Anguli δεζ, αβγ: sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor partim *ἐκ τῶν κατασκευῶν* manifesta: partim cōclusio syllogismi primi. *Tertius.* *Διὰ τὰ αὐτὰ* demonstrabimus angulum αγβ, esse ęqualem angulo δζε. *Quartus.* In omni triangulo, tres anguli sunt æquales duobus rectis. Sunt duo trianguli αβγ, δεζ. Ergo, Omnes anguli trianguli αβγ, sunt duobus rectis æquales: & omnes anguli trianguli δεζ, duobus rectis æquales

& per consequens inter se æquales. *Explicatio.* Maior est trigesima secunda primi. Minor per se nota. *Quintus.* Si ab æqualibus auferas æqualia uel communia &c. Anguli $\alpha\beta\gamma, \alpha\gamma\beta$, sunt æquales angulis $\delta\epsilon\zeta, \delta\zeta\epsilon$, quos aufer. *Ergo,* Reliquus $\beta\alpha\gamma$, angulus, reliquo $\epsilon\delta\zeta$, angulo est æqualis. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor conclusio syllogismi quarti. τὸ συμπέρασμα. Triangulus igitur $\alpha\beta\gamma$, habet angulos æquales angulis trianguli $\delta\epsilon\zeta$: & in circulum $\alpha\beta\gamma$, est inscriptus triangulus $\alpha\beta\gamma$: itaque in datum circulum, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSITIO III.
Problema.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον: τῷ δοθέντι τριγώνῳ: ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Circa datum circulum: dato triangulo, circumscribere triangulum: qui æquales habeat angulos cum dato triangulo.



ἡ ἔκθεσις.

Sit datus circulus $\alpha\beta\gamma$: & triangulus datus $\delta\epsilon\zeta$. ὁ διορισμός. Circa datum circulum $\alpha\beta\gamma$, circumscribendus est triangulus, qui angulos habeat æquales, angulis dati trianguli $\delta\epsilon\zeta$. ἡ κατασκευή. Recta $\epsilon\zeta$, in utranque extendatur partem ad puncta θ, & η: & sumatur centrum circuli $\alpha\beta\gamma$, & sit punctum κ: postea utcunque ducatur recta $\kappa\beta$: & ad rectam $\kappa\beta$, atque ad datum in ea punctum κ, dato angulo $\delta\epsilon\eta$, cõstituatur æqualis angulus $\beta\kappa\alpha$: deinde angulo $\delta\zeta\theta$, æqualis angulus $\beta\kappa\gamma$: denique per puncta α, β, γ: ducantur rectæ $\lambda\alpha\mu, \mu\beta\nu, \nu\gamma\lambda$, quæ circulum $\alpha\beta\gamma$, tangant.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi octo.

Primus. Si recta aliqua circulum tangat &c. Rectæ $\lambda\mu, \mu\nu, \nu\lambda$, circulum $\alpha\beta\gamma$, tangunt in punctis α, β, γ: & à cẽtro circuli κ, ad puncta α, β, γ, ductæ sunt rectæ $\kappa\alpha, \kappa\beta, \kappa\gamma$. *Ergo,* Anguli ad pũcta α, β, γ, sunt rectis ęquales. *Explicatio.* Maior est propositio decimaoctaua tertij. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς nota.

Secundus. Omnis figura quatuor lateribus contenta: habet quatuor angulos, quatuor rectis æquales: quia per trigesimã secundam primi tres anguli trianguli sunt duobus rectis æquales, & figura quatuor lateribus contenta resoluitur in duos triangulos. Figura $\alpha\mu\beta\kappa$, quatuor continetũr lateribus. *Ergo,* Eius anguli sunt quatuor rectis æquales. *Explicatio.* Maior patet ex trigesima secunda primi libri. Minor per se nota. *Tertius.* Si ab æqualibus auferas æqualia uel communia &c. Figuræ $\alpha\mu\beta\kappa$, quatuor lateribus contentæ quatuor anguli, sunt æquales quatuor rectis: à quibus aufer $\kappa\alpha\mu, \kappa\beta\mu$, angulos duobus rectis æquales. *Ergo,* Reliqui $\alpha\kappa\beta, \alpha\mu\beta$, sunt duobus rectis æquales. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor partim conclusio syllogismi secundi: partim per se manifesta. *Quartus.* Recta super recta stans ut ut fecerit angulos &c. Recta $\delta\epsilon$, stans super recta $\eta\zeta$, facit angulos $\delta\epsilon\eta, \delta\epsilon\zeta$. *Ergo,* Anguli $\delta\epsilon\eta$, $\delta\epsilon\zeta$, sunt duobus rectis æquales. *Explicatio.* Maior est decimatertia primi. Minor per se nota. *Quintus.* Omnes anguli recti aut rectis æquales: inter se sunt æquales. Item quæ eidẽ sunt æqualia &c. Anguli $\alpha\kappa\beta, \alpha\mu\beta$, sunt duobus rectis æquales & anguli $\delta\epsilon\eta$, $\delta\epsilon\zeta$, etiam sunt duobus rectis æquales. *Ergo,* Anguli $\alpha\kappa\beta, \alpha\mu\beta, \delta\epsilon\eta, \delta\epsilon\zeta$, sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est cõclusio syllogismi tertij & quarti. *Sextus.* Si ab æqualibus auferas æqualia &c. Anguli $\alpha\kappa\beta, \alpha\mu\beta, \delta\epsilon\eta, \delta\epsilon\zeta$, sunt inter se æquales: à quibus aufer angulos $\alpha\kappa\beta, \delta\epsilon\eta$, æquales. *Ergo,* Reliquus angulus $\alpha\mu\beta$, reliquo angulo $\delta\epsilon\zeta$, est æqualis. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor partim est conclusio syllogismi quinti: partim ex delineatione manifesta. *Septimus.* Simili modo demonstrabimus angulum $\lambda\nu\mu$, angulo $\delta\zeta\epsilon$, esse æqualem. *Octauus.* Si ab æqualibus auferas æqualia &c. Angulus $\alpha\mu\beta$, est æqualis angulo $\delta\epsilon\zeta$, & angulus $\lambda\nu\mu$, est æqualis angulo $\delta\zeta\epsilon$. *Ergo,* Reliquus $\mu\lambda\nu$, reliquo angulo $\epsilon\delta\zeta$, erit æqualis. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex superioribus. τὸ συμπέρασμα. Triangulus itaque $\lambda\mu\nu$, triangulo $\delta\epsilon\zeta$, æqui angulus est: & est circa $\alpha\beta\gamma$, circulum circumscriptus. Circa datum igitur circulum, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

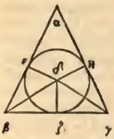
PRO-

PROPOSITIO. IIII.
Problema.

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον: κύκλον ἐγγράψαι.

In datum triangulum: inscribere circulum.

ἡ ἔκθεσις.



Sit datus triangulus αβγ. ὁ διορισμός. In datum triãgulum αβγ, inscribere oportet circulum. ἡ κατασκευή. Anguli αβγ, βγα, secentur δίχα, lineis rectis βδ, γδ, & concurrãt in puncto δ: postea à puncto δ, in lineas rectas αβ, βγ, γα, ducantur perpendiculares, δε, δζ, δη.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

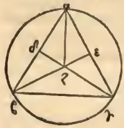
Primus. Quæ eiusdem sunt dimidia illa inter se sunt æqualia. Angulus αβγ, sectus est in duas partes æquales ut αβδ, fit eius dimidia pars & eiusdem quoque pars dimidia fit angulus γβδ. Ergo, Anguli αβδ, γβδ, sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Omnes anguli recti: sunt inter se æquales. Angulus βεδ, est rectus, & angulus βζδ, etiam est rectus. Ergo, Anguli βεδ, βζδ, sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Tertius.* Si fuerint duo trianguli, habentes duos angulos duobus angulis æquales, & unum latus &c. Sunt duo trianguli εβδ, δβζ, qui habent duos angulos duobus angulis æquales, & unum latus uni lateri æquale: quod subtendit unum ex illis angulis æqualibus commune, nempe latus βδ. Ergo, Reliqua latera reliquis lateribus erunt æqualia δε, æqualis δζ, & per eadem δη, æqualis δζ. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima sexta primi. Minor nota est ex superioribus. *Quartus.* Quæ eidem sunt æqualia &c. Recta δε, est æqualis rectæ δζ, & recta δη, etiam est æqualis rectæ δζ. Ergo, Rectæ δε, & δη, sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est conclusio syllogismi tertij. Circulus igitur qui centro δ, interuallis ε, ζ, η, descriptus est tangit αβ, βγ, γα, rectas: & est inscriptus triangulo αβγ. *Quintus.* Recta quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos &c. Rectæ αβ, βγ, γα, sunt ab extremitate diametrorum ductæ. Ergo, Iuxta πόρισμα decimi sexti circulum tangent rectæ αβ, βγ, γα. *Explicatio.* Maior est propositio decima sexta tertij. Minor nota ex superioribus. τὸ συμπέρασμα. In triangulũ igitur αβγ, est inscriptus circulus εζη, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

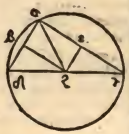
PROPOSITIO. V.
Problema.

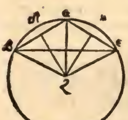
Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον: κύκλον περιγράψαι.

Circa datum triangulum circulũ circumscribere.

ἡ ἔκθεσις.







Sit datus triangulus αβγ. ὁ διορισμός. Circumscribendus est triangulo αβγ circulus. ἡ κατασκευή. secentur rectæ αβ, αγ, δίχα in punctis δ, & ε, à quibus: rectis αβ, αγ ad angulos rectos ducantur δζ, εζ. Ἐφεξῆς. Rectæ quæ ad angulos rectos ducũtur, uel cadunt intra triangulum, uel extra, uel in circumferentiam. *Casus primus.* Concurrant prius intra, & in puncto ζ. ἡ κατασκευή. Fiant rectæ βζ, ζγ, ζα.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi septem.

Primus. Si fuerint duo trianguli habentes duo latera &c. Duo trianguli αζδ, βζδ habent duo latera duobus æqualia, αδ, & δβ, & δζ commune, angulum angulo æqualẽ, nempe rectos βδζ, & αδζ. Ergo, Basis αζ, est æqualis basi ζβ. *Explicatio.* Maior est quarta primi libri. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Ὁμοίως δὲ δείξομεν rectam

γζ, esse æqualem αζ. *Tertius.* Quæ eidem sunt æqualia illa inter se sunt æqualia. Recta ζβ, est æqualis rectæ αζ, & eidem rectæ αζ, est æqualis recta γζ. Ergo, ζβ,&γζ,rectæ sunt inter se æquales. Vnde per consequens tres rectæ ζα,ζβ,ζγ,sunt inter se æquales. τὸ λοιπὸν τῆς κατασκευῆς. Centro igitur ζ,interuallo alterutro uel ζα,uel ζβ,uel ζγ,circulus descriptus transibit & reliqua puncta. τὸ συμπέρασμα. Circa datum igitur triangulum αβγ,circumscriptus est circulus αβγ. *Alter casus.* Rectæ δζ,εζ,cadant in rectam βγ,in puncto ζ. ἡ κατασκευή. Fiat recta αζ. Ἀπόδειξις. *Quartus.* Iisdem medijs demonstrabimus punctum ζ, esse centrum circuli qui circa αβγ, triangulum est circumscribendus. *Tertius casus.* Verum rectæ δζ,εζ,concurrant extra αβγ,triangulum, in puncto ζ. ἡ κατασκευή. Fiant rectæ αζ,ζβ,ζγ. Ἀπόδειξις. *Quintus.* Si fuerint duo trianguli habentes duo latera, duobus, &c. Sunt duo trianguli αζδ,βζδ, habentes duo latera duobus lateribus æqualia αδ,æquale δβ, & δζ, commune,angulum etiam angulo æqualẽ, nempe rectos αδζ,βδζ. Ergo, Basis βζ, est æqualis basi αζ. *Explicatio.* Maior est propositio quarta primi. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Sextus.* Simili ratione demonstrabimus quod γζ,sit æqualis αζ. *Septimus.* Quę eidem sunt æqualia illa &c. Recta βζ, est æqualis rectæ αζ, & eidem æqualis est recta γζ. Ergo, βζ,&γζ,sunt inter se æquales. Vnde per consequens tres rectæ αζ.βζ,γζ, sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex superioribus. τὸ λοιπὸν τῆς κατασκευῆς. Centro igitur ζ,& alterutro interuallo αζ,βζ,γζ, circulus descriptus transibit per reliqua puncta, & erit triangulo αβγ,circumscriptus circulus αβγ. τὸ συμπέρασμα. Circa datum igitur triangulum &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

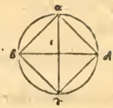
PROPOSITIO VI.
Problema.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον: τετράγωνον ἐγγράψαι.

Circulo dato: inscribere quadratũ.

ἡ ἔκθεσις.

Sit datus circulus αβγδ. ὁ διορισμός. Dato circulo αβγδ, est inscribendum quadratum. ἡ κατασκευή. Ducantur circuli αβγδ, diametri αγ,βδ, sibi mutuo ad angulos rectos: póstea fiant αβ, βγ,γδ,δα,rectæ.



ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

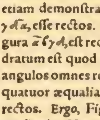
Primus. Si fuerint duo trianguli habẽtes &c. Sunt duo trianguli αεβ,αεδ, quorum duo latera βε,εδ, quia ex centro ducta sunt æqualia & latus αε cõmune: angulus etiam βεα,angulo αεδ,æqualis cum sint recti. Ergo, Basis αβ,est æqualis basi αδ. *Explicatio.* Maior est propos. quarta primi. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secũdus.* Per eadẽ demõstrabitur quod βγ, γδ, sunt æquales rectis αβ,αδ. τὸ συμπέρασμα. Figura igitur αβγδ, habet quatuor æqualia latera. Δεύτερος διορισμός. Dico quod αβγδ,quadrilatera figura etiam sit rectangula. Ἀπόδειξις. *Tertius.* In circulo angulus in semicirculo est rectus &c. Recta βδ, est diameter circuli αβγδ, itaque βαδ, est semicirculus,in quo est βαδ, angulus. Ergo, Angulus βαδ,est rectus. *Explicatio.* Maior est trigesima prima tertij. Minor nota per delineationem. *Quartus.* Sic etiam demonstrabimus angulos αβγ, βγδ, γδα, esse rectos. τὸ συμπέρασμα. Ergo, Figura αβγδ,est rectangula. *Quintus.* Quadratum est quod & latera habet æqualia, & angulos omnes rectos. Figura αβγδ, habet quatuor æqualia latera, & angulos omnes rectos. Ergo, Figura αβγδ,est quadratum. *Explicatio.* Maior est definitio quadrati. Minor nota ex superioribus syllogismis. τὸ συμπέρασμα. In datum igitur circulum αβγδ, est inscriptum quadratũ αβγδ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSITIO VII.
Problema.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον: τετράγωνον περιγράψαι.

Circulo dato: circumscribere quadratum.

ἡ ἔκθεσις.



Sit datus circulus αβγδ. ὁ διορισμός. Circumscribendũ est huic circulo quadratum. ἡ κατασκευή. Ducantur huius circuli duo diametri sibi mutuo ad angulos

gulos rectos $\overline{\alpha\gamma}$, $\overline{\beta\delta}$. Postea per puncta $\overline{\alpha}$, $\overline{\epsilon}$, $\overline{\gamma}$, $\overline{\delta}$, ducatur rectæ, quæ circulum $\alpha\beta\gamma\delta$, tangant $\zeta\theta$, $\theta\kappa$, $\kappa\zeta$.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi tredecim.

Primus. Si recta circulum tangat & à puncto contactus &c. Recta $\zeta\kappa$, circulum $\alpha\epsilon\gamma\delta$, tangit, & ad punctum contactus $\overline{\alpha}$, ex centro ducta est recta $\iota\alpha$. Ergo, Anguli $\iota\alpha\kappa$, $\iota\alpha\zeta$, sunt recti. *Explicatio.* Maior est propositio decimaoctaua tertij. Minor nota ex delineatione. *Secundus.* Διὰ τὰ αὐτὰ erunt & reliqui anguli ad pũcta $\overline{\epsilon}$, $\overline{\gamma}$, $\overline{\delta}$, recti. *Tertius.* Omnes anguli recti sunt inter se æquales. Angulus $\alpha\iota\epsilon$, est rectus, & angulus $\iota\beta\theta$ etiam est rectus. Ergo, Sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor partim ex delineatione, partim ex secundo syllogismo nota. *Quartus.* Si in duas rectas, recta incidẽs, fecerit angulos internos, &c. In duas rectas $\kappa\epsilon$, $\alpha\iota$, incidit recta $\iota\epsilon$, & facit angulos $\iota\epsilon\theta$, $\alpha\iota\epsilon$, duobus rectis æquales, quia ipsi sunt recti. Ergo, Recta $\theta\theta$, æquedistat rectæ $\alpha\iota$. *Explicatio.* Maior est uigesima octaua primi. Minor nota per se & ex superioribus syllog. *Quintus.* Simili ratione demonstrabimus quod & $\alpha\gamma$, æquedistet $\zeta\kappa$: item $\theta\zeta$, & $\theta\kappa$, æquedistent $\beta\iota\delta$. *Sextus.* Parallelogrammon dicitur figura lineis æquedistantibus confecta. Figuræ $\theta\kappa$, $\kappa\gamma$, $\alpha\kappa$, $\zeta\epsilon$, $\beta\kappa$, constant lineis æquedistantibus. Ergo, Figuræ $\theta\kappa$, $\kappa\gamma$, $\alpha\kappa$, $\zeta\beta$, $\epsilon\kappa$, sunt parallelogramma. *Explicatio.* Maior est definitio parallelogrammi. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Septimus.* In omni parallelogrammo latera opposita &c. Est parallelogrammon $\theta\kappa$. Ergo, Eius latera $\theta\zeta$, $\epsilon\kappa$, opposita, & eodẽ modo $\theta\theta$, $\zeta\kappa$, opposita sunt ęqualia. *Explicatio.* Maior est propos. trigesimaquarta primi. Minor cõclusio syllogismi sexti. *Octauus.* Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Rectæ $\alpha\gamma$, est æqualis recta $\beta\delta$, per circuli definitionẽ, & $\alpha\gamma$, rectæ æquales sunt $\kappa\theta$, $\zeta\kappa$. Ergo, $\theta\theta$, $\zeta\kappa$, sunt æquales rectæ $\epsilon\delta$. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor ex superioribus syllogismis nota. **Nonus,** Quæ eidem &c. Rectæ $\beta\delta$, sunt æquales rectæ $\theta\theta$, $\zeta\kappa$: & eidem rectæ $\beta\delta$, sunt æquales rectæ $\theta\zeta$, $\theta\kappa$, quia sunt latera opposita. Ergo, $\theta\theta$, $\zeta\kappa$, rectæ, sunt æquales rectis $\theta\zeta$, $\theta\kappa$. Vnde per consequens figura $\theta\kappa$, est ἰσόπλευρον. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor ex superiorum syllogismorum conclusionibus manifesta. *Alter* διορισμὸς. Dico quod figura $\theta\kappa$, sit ὀρθογώνιον. *Decimus.* In omni parallelogrammo anguli oppositi, &c. Figura $\kappa\epsilon\iota\alpha$, est parallelogrammon. Ergo, Eius anguli oppositi $\alpha\iota\beta$, $\alpha\kappa\epsilon$, sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima quarta primi. Minor nota per delineationem & syllogismos superiores. *Vndecimus.* Omnes anguli recti sunt &c. Angulus $\alpha\iota\epsilon$, est rectus & ei est æqualis angulus $\alpha\theta\epsilon$. Ergo, Anguli $\alpha\iota\epsilon$, $\alpha\theta\epsilon$, sunt recti. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota partim ἐκ τῆς κατασκευῆς, partim ex syllogismo decimo. *Duodecimus.* Sic etiam probabimus quod anguli ad puncta $\overline{\theta}$, $\overline{\kappa}$, $\overline{\zeta}$, sint recti. Ergo, Figura $\kappa\kappa$, per consequens erit ὀρθογώνιον. *Decimus tertius.* Quadratum est figura &c. Figura $\theta\kappa$, habet latera æqualia & angulos omnes rectos. Ergo, Est quadratum, & est circulo $\alpha\beta\gamma\delta$, circumscriptum. *Explicatio.* Maior est definitio quadrati. Minor ex superioribus syllogismis manifesta. τὸ συμπέρασμα. Dato igitur circulo circumscriptum est quadratum. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

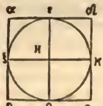
PROPOSITIO VIII.

Problema.

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον: κύκλον ἐγγράψαι.

Dato quadrato: inscribere circulum.

ἡ ἔκθεσις.



Sit datum quadratum $\alpha\epsilon\gamma\delta$. ὁ διορισμὸς. Huic quadrato inscribendus est circulus. ἡ κατασκευή. Secetur utraque rectarũ $\alpha\epsilon$, $\alpha\delta$ δίχα in punctis $\overline{\zeta}$, $\overline{\epsilon}$: postea per punctum $\overline{\epsilon}$, ducatur rectis $\alpha\zeta$, $\gamma\delta$ æquedistans recta $\epsilon\theta$. denique per punctum $\overline{\zeta}$: ducatur rectis $\alpha\delta$, $\beta\gamma$, æquedistans recta $\zeta\kappa$.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi septem.

Primus. Parallelogrãmon est figura &c. Vnaquęque ex his figuris $\alpha\kappa$, $\kappa\beta$, $\alpha\theta$, $\epsilon\delta$, $\alpha\kappa$, $\kappa\gamma$, $\beta\kappa$, $\kappa\delta$, constat ex lineis ęquedistantibus. Ergo, Vnaquæq; harũ figurarum est parallelogrammon. *Explicatio.* Maior est definitio parallelogrammi. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* In omni parallelogrammo latera opposita sunt æqualia. Sunt paral

lelogramma ακ, κβ, κθ, βδ, αυ, υγ, βυ, κδ. Ergo, Latera eorum opposita, sunt æqualia. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima quarta primi. Minor conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Aequalium dimidia, sunt inter se æqualia. Recta αδ, est æqualis rectæ, αβ, & dimidium rectæ αδ, est recta αε, dimidium uero rectæ αβ, est recta αζ. Ergo, Recta αε, est æqualis rectæ αζ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Quartus.* In omni parallelogrammo latera &c. Est parallelogrammon ακ. Ergo, Latera eius opposita sunt æqualia αε, υζ, æqualis & αζ, ευ, æqualis. *Explicatio.* Maior est propositio trigesimaquarta primi. Minor conclusio syllogismi primi. *Quintus.* ὁμοίως δὴ δείξομεν rectas υθ, κκ, esse æquales rectis ζκ, κε: consequens quatuor illæ rectæ sunt inter se æquales υε, κζ, κθ, υκ. τὸ λοιπὸν τῆς κατασκευῆς. Circulus igitur qui centro υ, interuallo aliquo ex his ε, ζ, θ, κ describetur: transibit per reliqua etiam puncta: & tanget rectas αβ, γδ, βγ, δα. *Ἔκθεσις.* Circulus qui cẽtro κ, interuallo ε, ζ, θ, κ, describitur aut tangit αβ, βγ, γδ, δα, rectas, aut non tangit. ὑπόθεσις. Fingamus non tangere, sed secare has lineas rectas. *Sextus.* Si circulus cẽtro υ, interuallo ε, uel ζ, θ, uel κ, descriptus secat has lineas rectas: tum recta quæ ab extremitate diametri circuli, ad angulos rectos diametro ducitur inter circulum cadet. Sed hoc fieri nequit. Ergo, Neque circulus hic secabit rectas αβ, βγ, γδ, δα. *Explicatio.* Maior est partim ὑπόθεσις falsa, partim propos. decima sexta tertij. *Septimus.* Circulus qui cẽtro κ, & interuallo ε, ζ, θ, κ, describitur aut tangit αβ, βγ, γδ, δα, rectas, aut secat eas. Sed non secat eas. Ergo, Tanget & est inscriptus αβγδ, quadrato. *Explicatio.* Maior est ὑπόθεσις. Minor est conclusio syllogismi sexti. τὸ συμπέρασμα. Dato igitur quadrato, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

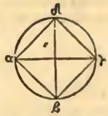
PROPOSITIO IX.
Problema.

Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλον περιγράψαι.

Dato quadrato: circulum circumscribere.

ἡ ἔκθεσις.

Sit datum quadratum αβγδ. ὁ διορισμός. Dato quadrato αβγδ, circumscribendus est circulus. ἡ κατασκευή. Rectæ αγ, βδ, sese mutuo secent in puncto ε.



ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

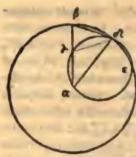
Primus. Si fuerint duo trianguli qui latera lateribus &c. Sunt duo trianguli δαγ, αβγ, quorum latera δα, αγ, sunt æqualia lateribus βα, αγ: & basis δγ, est æqualis basi βγ. Ergo, Angulus δαγ, angulo βαγ, erit æqualis, totus igitur angulus δαβ, est rectus δίχα. *Explicatio.* Maior est propositio octaua primi. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς καὶ ὑποθέσεως nota. *Secundus.* ὁμοίως δὴ δείξομεν. Quod unusquisque angulorum αβγ, βγδ, γδα, sit sectus δίχα: per lineas rectas αγ, δβ. *Tertius.* Aequalium dimidia: inter se sunt æqualia. Angulus δαβ, est æqualis angulo αβγ: & anguli δαβ, dimidius est angulus εαβ: item anguli αβγ dimidius, est angulus εβα. Ergo, Anguli εαβ, εβα, sunt æquales. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex superioribus. *Quartus.* In omni triangulo latera æquales angulos &c. Est triangulus αεβ, cuius duo anguli εαβ, εβα, sunt ęquales quos etiam subtendunt latera εα, εβ. Ergo, εα, εβ, latera sunt æqualia. *Explicatio.* Maior est propositio sexta primi. Minor est conclusio syllogismi tertij. *Quintus.* ὁμοίως δὴ δείξομεν. rectas εγ, εδ, esse æquales rectis εα, εβ. Quare quatuor rectæ εα, εβ, εγ, εγ, sunt inter se æquales. τὸ λοιπὸν τῆς κατασκευῆς. Centro igitur ε, interuallo uel εα, uel εβ, circulus descriptus transibit etiam per reliqua puncta, & circumscriptus erit. τὸ συμπέρασμα. Dato igitur quadrato, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSITIO. X.
Problema.

Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

Triangulum duo æqualia habentem latera constituere: qui habeat alterutrum angulorum ad basim duplum reliqui anguli.

ἡ κατασκευή. Sumatur linea recta αβ, eaque secetur in puncto γ, hoc modo ut rectangulum quod αβ, βγ, rectis cõtinetur, sit æquale quadrato



quadrato γα: postea centro α, intervallo αβ, describatur circulus βδε, postea circulo βδε, applicetur recta βδ, æqualis rectæ αγ, quę non sit maior circuli βδε, diametro. deinde fiant rectæ δα, δγ, & circũscribatur αγδ, triangulo circulus αγδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi quindecim.

Primus. Aequalium rectarum, æqualia ſunt quadrata. Recta αγ, eſt æqualis rectæ βδ. Ergo, Quadratum αγ, erit æquale quadrato βδ. *Explicatio.* Maior eſt lemma. Minor *ἐκ τῆς κατασκευῆς* nota. *Secundus.* Quæ eidem ſunt æqualia illa &c. Quadrato αγ, eſt æquale rectangulum αβ, βγ, rectis contentum & eidem quadrato, eſt æquale quadratum βδ. Ergo, Rectangulum αβ, βγ, rectis contentum eſt æquale quadrato βδ. *Explicatio.* Maior eſt *κοινὴ ἔννοια.* Minor eſt nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς*, & ſyllogiſmo primo. *Tertius.* Si extra circulum ſumatur punctum &c. Extra circulũ αγδ, ſumptum eſt punctum β, à quo ad circulum αγδ, ductę ſunt duæ rectæ βγα, βδ, quarum altera circulum ſecat, altera in eum incidit: atque rectangulum αβ, βγ, rectis contentum, eſt æquale quadrato βδ. Ergo, Recta βδ, circulum αγδ, tangit. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio trigeſima ſeptima tertij. Minor nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς* & ſyllogiſmo ſecundo. *Quartus.* Si recta circulum tangit & à contactus puncto &c. Recta βδ, tangit circulum, & à puncto contactus δ, perducta eſt recta δγ. Ergo, Angulus βδγ, eſt æqualis angulo δαγ, poſito in ſegmento *ἐναλλάξ.* *Explicatio.* Maior eſt propoſitio trigeſimaſecunda tertij. Minor partim concluſio ſyllogiſmi tertij, partim *ἐκ τῆς κατασκευῆς* manifeſta. *Quintus.* Si æqualibus addas æqualia &c. Angulus βδγ, eſt æqualis angulo δαγ: communis addatur angulus γδα. Ergo, Totus angulus βδα, eſt æqualis duobus angulis γδα, δαγ. *Explicatio.* Maior eſt *κοινὴ ἔννοια.* Minor partim concluſio ſyllogiſmi quarti, partim per ſe manifeſta. *Sextus.* In omni triangulo uno ex lateribus extenſo &c. Trianguli αδγ, latus αγ, eſt extenſum ad punctum uſque β. Ergo, Angulus externus δγβ, eſt æqualis angulis γδα, δαγ. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio trigeſima ſecunda primi. Minor *ἐκ τῆς κατασκευῆς* manifeſta. *Septimus.* Quæ eidem ſunt æqualia illa &c. Angulus βδα, totus eſt æqualis duobus γδα, δαγ: & ijſdem æqualis etiam eſt angulus δγβ. Ergo, Angulus βδα, eſt æqualis angulo βγδ. *Explicatio.* Maior eſt *κοινὴ ἔννοια.* Minor eſt concluſio ſyllogiſmi quinti & ſexti. *Octauus.* In triangulo æquicruro anguli &c. Triangulus αβδ, eſt æquicrurus quia ex centro α, ad circumferentiam ſunt ductæ αβ, αδ. Ergo, Anguli αβδ, αδβ, ad baſim ſunt æquales. *Explicatio.* Maior eſt quinta propoſitio primi. Minor nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Nonus.* Quæ eidem ſunt æqualia illa inter ſe &c. Angulo βδα, eſt æqualis angulus βγδ: & eidem angulo βδα, eſt etiam æqualis angulus γβδ. Ergo, Angulus βδα, eſt æqualis βγδ. Tres igitur βδα, δβα, βγδ, anguli ſunt inter ſe æquales. *Explicatio.* Maior eſt *κοινὴ ἔννοια.* Minor nota ex ſyllogiſmis ſuperioribus. *Decimus.* Triangulorum angulos æquales ſubtẽdunt &c. Trianguli δβγ, anguli δβγ, βγδ, ſunt æquales. Ergo, Latera βδ, δγ, ſunt æqualia. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio ſexta primi. Minor nota ex ſyllogiſmis præcedentibus. *Vndecimus.* Quæ eidem ſunt æqualia &c. Recta γα, eſt æqualis rectæ βδ: & eidem βδ rectæ: etiam eſt æqualis recta δγ. Ergo, Recta αγ, eſt æqualis rectæ γδ. *Explicatio.* Maior eſt *κοινὴ ἔννοια.* Minor ſuperiorum ſyllogiſmorum concluſio. *Duodecimus.* Triangulorum æquicrurorum anguli, &c. Triangulus αγδ habet duo latera αγ, γδ æqualia. Ergo Anguli γαδ, γδα ſunt æquales. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio quinta primi. Minor nota ex concluſione ſyllogiſmi undecimi. *Decimus tertius.* Duplum eſt quod duo continet æqualia. Anguli γδα, δαγ ſunt æquales. Ergo, Anguli δαγ, γδα erunt dupli ipſius anguli δαγ. *Explicatio.* Maior eſt definitio dupli. Minor eſt concluſio ſyllogiſmi duodecimi. *Decimus quartus.* Duplum eſt quod duo continet ęqualia. Angulus βγδ eſt æqualis duobus γδα, δαγ, angulis. Ergo, Angulus βγδ eſt duplus anguli δαγ. *Explicatio.* Maior eſt definitio dupli. Minor concluſio ſyllogiſmi ſexti. *Decimus quintus.* Si prima magnitudo fuerit æqualis magnitudini ſecundæ: ſecunda uero dupla tertiæ, erit etiam prima dupla tertiæ. Angulus βγδ eſt ęqualis angulis βδα, δβα: & angulus βγδ eſt duplus anguli δαγ. Ergo, Anguli βδα, δβα etiam ſunt dupli angu

li $\delta\alpha\beta$. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor nota ex superioribus. τὸ συμπέρασμα. Triangulus igitur constitutus est æquicrurus, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

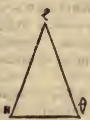
PROPOSITIO XI.

Problema.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον: πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Dato circulo: inscribere pentagonon, quod & latera æqualia, & angulos æquales habeat.

ἡ ἔκθεσις.



Sit datus circulus $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$. ὁ διορισμός. In circulum $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ datum, inscribendum est pentagonon æquilaterum, & æquiangulum. ἡ κατασκευή. Fiat triangulus æquicrurus $\zeta\eta\theta$ qui habeat angulos ad η, θ puncta duplos anguli ad ζ punctum. Postea circulo $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ inscribatur $\alpha\gamma\delta$ triangulus æquiangulus triangulo $\zeta\eta\theta$, ita ut angulus $\gamma\alpha\delta$ sit æqualis angulo ad ζ: & anguli $\alpha\gamma\delta, \gamma\delta\alpha$ æquales angulis ad η, & θ puncta: atque idcirco uterque angulorum $\alpha\gamma\delta, \gamma\delta\alpha$ erit duplus anguli $\gamma\alpha\delta$. deinde uterque angulorum $\alpha\gamma\delta$: $\gamma\delta\alpha$ secetur δίχα per lineas rectas $\gamma\epsilon, \delta\beta$: denique fiant rectæ $\alpha\beta, \beta\gamma, \gamma\delta, \delta\epsilon, \epsilon\alpha$.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi sex.

Primus. Quæ eiusdem sunt dupla, illa inter se sunt æqualia, & quæ eiusdem sunt dimidia inter se sunt æqualia. Vterque angulorum $\alpha\gamma\delta, \gamma\delta\alpha$ est duplus anguli $\gamma\alpha\delta$: & sunt diuisi δίχα per rectas $\gamma\epsilon, \delta\beta$. Ergo, Quinque anguli $\delta\alpha\gamma, \alpha\gamma\epsilon, \epsilon\gamma\delta, \gamma\delta\beta, \beta\delta\alpha$ sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior nota ἐκ κοινῶν ἐννοιῶν. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς nota. *Secundus.* Anguli æquales sunt etiam super circumferentijs æqualibus &c. Anguli quinque prædicti sunt æquales. Ergo, Et circumferentiæ super quibus consistunt $\alpha\beta, \gamma\delta, \beta\gamma, \delta\epsilon, \epsilon\alpha$ sunt æquales. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima sexta tertij. Minor conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Aequales circumferentias, æquales rectæ subtendunt. Circumferentiæ $\alpha\beta, \gamma\delta, \beta\gamma$, &c. sunt æquales. Ergo, Rectæ illas subtendentes etiam sunt æquales. Vnde & figura hæc quinque lateribus contenta est ἰσόπλευρον πεντάγωνον. *Explicatio.* Maior est uigesimanona tertij. Minor conclusio syllogismi secundi. *Alter* διορισμός. Dico quod & anguli sint æquales. *Quartus.* Si æqualibus addas æqualia &c. Circumferentia $\alpha\beta$, est æqualis circumferentiæ $\delta\epsilon$, & communis addatur $\beta\gamma\delta$ circumferentia. Ergo, Tota $\alpha\beta\gamma\delta$ circumferentia toti circũferentiæ $\epsilon\delta\gamma\beta$ est æqualis. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor partim conclusio syllogismi secundi, partim per se manifesta. *Quintus.* Super æqualibus circumferentijs &c. Circumferẽtiæ $\alpha\beta\gamma\delta, \epsilon\delta\gamma\beta$ sunt æquales. Ergo, Anguli super his constituti $\alpha\epsilon\delta, \beta\alpha\epsilon$ etiam sunt æquales. *Explicatio.* Maior est 27 tertij. Minor conclusio syllogismi quarti. *Sextus.* Διὰ τὰ αὐτὰ demonstrabitur quod unusquisque angulorũ $\alpha\beta\gamma, \beta\gamma\delta, \gamma\delta\epsilon$ sit æqualis angulo $\beta\alpha\epsilon$, uel $\alpha\epsilon\delta$. Quare est πεντάγωνον ἰσογώνιον. τὸ συμπέρασμα. In datum igitur circulũ inscripsimus pentagonon ἰσόπλευρον, καὶ ἰσογώνιον. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

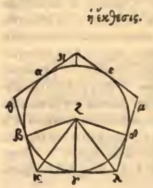
PROPOSITIO XII.

Problema.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον: πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Dato circulo: pentagonon circumscribere, quod & latera ęqualia, & angulos æquales habeat.

ἡ ἔκθεσις.



Sit datus circulus $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$. ὁ διορισμός. Circulo $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ circumscribendum est pentagonon æquilaterum, & æquiangulum. ἡ κατασκευή. Sint inscripti

pti pentagoni puncta α, β, γ, δ, ε. ita ut circumferentiæ αβ, βγ, γδ, δε, εα sint æquales: postea per puncta α, β, γ, δ, ε, ducantur rectæ, quæ circulum tangant rectæ, scilicet κθ, θκ, κλ, λμ, μκ. Præterea sumatur centrum circuli punctum, ζ. Denique fiant lineæ rectæ ζβ, ζκ, ζγ, ζλ, ζδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi uiginti.

Primus. Si recta circulum tangit, & à centro ad punctum contactus, &c. Recta κλ circulum αβγδε tangit in puncto γ, & à cẽtro ad punctum contactus γ ducta est ζγ. *Ergo*, Recta ζγ est perpendicularis ad κλ. & per consequens angulus uterque angulorum ad γ punctum rectus. *Explicatio.* Maior est propositio decimaoctaua tertij. Minor nota *ἐν τοῖς ἐκτεθειμένοις.* *Secundus* Διὰ τὰ αὐτὰ, anguli ad puncta β, & δ, sunt recti. *Tertius.* In triangulo rectangulo, quadratũ lateris, &c. Triangulus ζγκ est rectangulus, quia ζγκ angulus est rectus. *Ergo*, Quadratum lateris ζκ, est æquale quadratis laterum ζγ, γκ. *Explicatio.* Maior est propositio quadragesima septima primi. Minor nota per se. *Quartus.* Διὰ τὰ αὐτὰ demonstrabitur, quod quadratum ζκ etiam sit æquale quadratis ζβ, βκ. *Quintus.* Quæ eidem sunt æqualia &c. Quadrata ζγ, γκ sunt æqualia quadrato ζκ, & eidem sunt etiã ęqualia quadrata ζβ, βκ. *Ergo*, Quadrata ζγ, γκ, sunt æqualia quadratis ζβ, βκ. *Explicatio.* Maior *κοινὴ ἔννοια.* Minor ex prioribus syllogismis nota. *Sextus.* Aequalium linearum æqualia sunt quadrata. Recta ζβ, est æqualis rectę ζγ. quia sunt ex cẽtro. *Ergo*, Quadratum ζβ, est æquale quadrato ζγ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor nota ex definitione circuli. *Septimus.* Si ab æqualibus auferas &c. Quadrata ζβ, βκ sunt æqualia quadratis ζγ, γκ. Aufer ζβ, & ζγ quadrata æqualia. *Ergo*, Reliquum γκ quadratum, reliquo βκ quadrato est æquale. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor conclusio syllogismorum superiorum. *Octauus.* Aequalium quadratorum, æqualia sunt latera. Quadrata γκ, βκ sunt æqualia. *Ergo*, Latera γκ, βκ etiam æqualia erunt. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor conclusio syllogismi septimi. *Nonus.* Si fuerint duo trianguli habentes duo latera duobus &c. Duo trianguli ζβκ, ζκγ habent duo latera βζ, ζκ duobus lateribus γζ, ζκ æqualia & basin βκ, æqualem basi γκ. *Ergo*, Angulus βζκ, angulo κζγ, est æqualis sic etiam angulus βκζ, erit æqualis angulo ζκγ. *Explicatio.* Maior est propositio octaua primi. Minor nota ex syllogismis præcedentibus. *Decimus.* Duplum est quod continet duo æqualia. Angulus βζκ, continet duos æquales angulos βζκ, κζγ. *Ergo*, Angulus βζκ, duplus est anguli κζγ: & βκγ, anguli ζκγ. *Explicatio.* Maior est definitio dupli. Minor nota ex superioribus. *Vndecimus.* Διὰ τὰ αὐτὰ demonstrabimus angulum γζδ, duplum esse anguli γζλ, & angulum γλδ, duplum anguli γλζ. *Duodecimus.* Anguli super æqualibus circumferentijs &c. Circumferentia βγ, est æqualis circumferentiæ γδ. *Ergo*, Angulus βζγ, est æqualis angulo γζδ. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima septima tertij. *Decimus tertius.* Aequalium dimidia sunt æqualia βζγ, angulus est æqualis angulo γζδ: sed anguli βζγ, dimidiũ est κζγ, angulus anguli uero γζδ, dimidium est angulus λγζ. *Ergo*, Angulus κζγ, est æqualis angulo γζλ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor nota ex præcedentibus. *Decimus quartus.* Si fuerint duo trianguli, quorum duo anguli &c. Sunt duo trianguli ζκγ, ζλγ, quorum duo anguli duobus angulis sunt æquales alter alteri & unum latus commune. *Ergo*, Reliqua latera reliquis lateribus erunt æqualia, & reliquus angulus reliquo angulo erit æqualis κγ, æqualis γλ, & angulus ζκγ, æqualis angulo ζλγ. *Explicatio.* Maior est uigesima sexta primi. Minor nota ex syllogismis præcedentibus. *Decimus quintus.* Duplum est quod duo continet æqualia κγ recta est æqualis γλ, rectæ. *Ergo*, κλ, est dupla rectę κγ. *Explicatio.* Maior est definitio dupli. Minor nota ex syllogismis prioribus. *Decimus sextus.* Διὰ τὰ αὐτὰ demõstrabimus, quod θκ, sit dupla βκ. *Decimus septimus.* Aequalium dupla inter se sunt æqualia βκ, est æqualis κγ, & dupla βκ rectæ, est recta θκ, dupla uero rectæ κγ, est recta κλ. *Ergo*, Recta θκ, est æqualis rectæ κλ. *Explicatio.* Maior est lẽma. Minor nota ex prioribus. *Decimus octauus.* Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται quod νθ, κμ, μλ rectę: sint ęquales rectis θκ, κλ. Quare κθκλμ figura: est æquilatera. *Διορισμὸς secundus.* Dico quod sit pentagonon *ἰσογώνιον.* *Decimus nonus.* Aequalium dupla: sunt inter se æqualia. Angulus ζκγ, est æqualis angulo ζλγ: & anguli ζκγ, duplus est angulus θκλ: Anguli uero ζλγ duplus est angulus κλμ. *Ergo*, θκλ angulus, est æqualis angulo κλμ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor manife-

sta ex iam demonstratis. *Vigesimus.* ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, quod anguli κθν, θνμ, κμλ sint æquales angulis θκλ, κλμ. Ergo, Hi quinque anguli εθκ, θκλ, κλμ, λμε, μεθ: sunt inter se æquales. Unde εθκλμ figurà æquiangula est: & fuit demonstrata æquilatera. τὸ συμπέρασμα. Dato igitur circulo, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

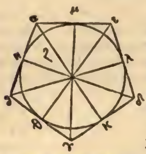
PROPOSITIO XIII.

Problema.

Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον: κύκλον ἐγγράψαι.

Datō pentagono quod latera æqualia, & angulos æquales habet: circulum inscribere.

ἡ ἔκθεσις.



Sit datum pentagonon æquilaterum, & æquiangulum αβγδε. ὁ διορισμός. Dico quod pentagono huic αβγδε inscribendus sit circulus. ἡ κατασκευή.

Secetur uterque angulorum βγδ, γδε: δίχα per utranque γζ, δζ: & à puncto ζ in quo γζ, & δζ, concurrunt, ducantur rectæ ζβ, ζα, ζε.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi septem.

Primus. Si fuerint duo trianguli, quorum duo latera &c. Sunt duo trianguli ζβγ, ζγδ: quorum duo latera βγ, γζ duobus lateribus γδ, γζ sunt æqualia: & angulus βγζ, æqualis est angulo δγζ. Ergo, Basis βζ, est æqualis basi δζ: & triangulus βζγ, triãgulo δγζ: & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales: quos æqualia illa latera subtendunt: angulus γβζ æqualis angulo γδζ. *Explicatio.* Maior est propositio quarta libri primi. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Si prima magnitudo fuerit dupla secundæ: secunda ęqualis tertiæ, etiam prima erit dupla tertiæ. Angulus γδε: est duplus anguli γδζ: & angulus γδζ est æqualis angulo γβζ. Ergo, Angulus γδε: est duplus anguli γβζ.

Explicatio. Maior est lemma. Minor est ex delineatione & syllogismo primo nota. *Tertius.* Si prima magnitudo fuerit ęqualis secundæ: secunda dupla tertiæ: erit etiã prima dupla tertiæ. Angulus γβα est æqualis angulo γδε: & angulus γδε est duplus anguli γβζ. Ergo, Angulus γβα etiam duplus est anguli γβζ. Maior est lemma. Minor ex delineatione, & syllogismo secundo manifesta. *Quartus.* Duplum est quod duo continet æqualia. Angulus γβα est duplus anguli γβζ. Ergo, Angulus αβζ erit æqualis angulo γβζ: quia totum constituit γβα angulum. Unde Angulus αβγ: δίχα est sectus per rectam βζ. *Explicatio.* Maior est definitio dupli. Minor conclusio syllogismi tertij. *Quintus.* ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, &c. quod anguli βαε, αεδ sint secti δίχα, per rectas ζα, ζε. τὸ λοιπὸν τῆς κατασκευῆς. Ducantur nunc rectæ perpendiculares à puncto ζ ad rectas αβ, γδ, βγ, δε, εα, & sint rectæ ζν, ζθ, ζκ, ζλ, ζμ. *Sextus.* Si fuerint duo trianguli: quorum duo anguli &c. Sunt duo trianguli θζγ, γζκ, quorum duo anguli θγζ, ζθγ, duobus angulis κγζ, ζκγ sunt æquales, & unũ latus est commune, quod subtendit unum ex æqualibus illis angulis. Ergo, Reliqua latera, reliquis lateribus erũt ęqualia ζθ perpẽdicularis ζκ perpẽdiculari. *Explicatio.* Maior est 26 primi. Minor nota ex delineatione, & syllogis. prioribus. *Septimus.* ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, quod ζλ, ζμ, sint æquales rectis ζθ, ζν. Ergo, Quinq: illæ rectæ ζν, ζθ, ζκ, ζλ, ζμ sunt inter se æquales. κατασκευῆς τὸ λοιπόν. Si igitur centro ζ interuallo uno aliquo ex his ν, θ, κ, λ, μ, fuerit descriptus circulus, transibit etiam per reliqua puncta: & tãget αβ, βγ, γδ, δε, εα rectas, quia anguli ad puncta ν, θ, κ, λ, μ, sunt recti, aliàs enim recta quæ ad angulos rectos ab extremitate diametri, diametro ducitur intra circulum cadet. quod fieri nequit sicut & supra demõstratum est. τὸ συμπέρασμα. Dato igitur pentagono æquilatero &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSITIO XIIII.

Problema.

Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον: κύκλον περιγράψαι.

Dato pentagono, quod & æqualia

lia latera, & angulos æquales habet: circumſcribere circulum.

ἡ ἔκθεσις.

Sit datum pentagonon æquilaterũ, & æquiangulum αβγδε. ὁ διορισμός. Huic pentagono circumſcribendus eſt circulus. ἡ κατασκευή. Anguli βγδ, γδε rectis γζ, ζδ ſecentur δίχα: & à puncto ζ, in quo concurrunt rectæ, ad puncta β, α, ε, ducantur rectæ ζβ, ζα, ζε.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi quatuor.

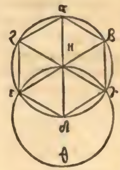
Primus. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ſicuti antea quod anguli γβα, βαε, αεδ ſint ſecti δίχα, rectis βζ, ζα, ζε. *Secundus.* Aequalium dimidia, & ipſa ſunt æqualia. Angulus βγδ, eſt æqualis angulo γδε uerum anguli βγδ dimidius eſt angulus ζγδ: & anguli γδε dimidius angulus γδζ. Ergo, Anguli ζγδ, ζδγ ſunt æquales. *Explicatio.* Maior eſt lemma. Minor nota ἐν τῆς κατασκευῆς. *Tertius.* Triangulorum duos æquales angulos &c. Trianguli ζγδ duo anguli ζγδ, ζδγ ſunt æquales. Ergo, Latera ζγ, ζδ ſunt æqualia. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio ſexta primi. Minor concluſio ſyllogiſmi ſecundi. *Quartus.* Sic etiã demonſtratur quod unaquæque rectarum ζβ, ζα, ζε ſit æqualis rectis ζγ, ζδ. Quinque igitur rectæ ζα, ζβ, ζγ, ζδ, ζε, ſunt inter ſe æquales. Circulus itaque centro ζ, & quouis horum interuallo ζα, ζβ, ζγ, ζδ, ζε deſcriptus, tranſibit per reliqua puncta. & circumſcriptus erit circulus pentagono æquilatero, & æquiangulo. τὸ συμπέρασμα. Dato igitur pentagono, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSITIO XV. Problema.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον: ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε, καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Dato circulo: hexagonon quod æqualia habet latera, & angulos æquales inſcribere.

ἡ ἔκθεσις.



Sit datus circulus αβγδεζ. ὁ διορισμός. Dato circulo αβγδεζ inſcribendum eſt hexagonon æquilaterũ, & æquiangulum. ἡ κατασκευή. Ducatur circuli αβγδεζ diameter, recta αδ: & ſumatur centrum circuli punctum η: poſtea centro δ, & interuallo δη deſcribatur circulus εηγθ. deinde coniungantur puncta rectis εη, γη: atque extendantur ad puncta β, & ζ denique fiant rectæ αβ, βγ, γδ, δε, εζ, ζα. Διορισμὸς τῆς κατασκευῆς. Dico quod αβγδεζ figura ſit hexagonon æquilaterum, & æquiangulum.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi quatuordecim.

Primus. In omni circulo rectæ &c. Circuli αβγδεζ centrum eſt punctum η, à quo ductæ ſunt rectæ ηε, ηδ. Ergo, Recta ηε eſt æqualis rectæ ηδ. *Explicatio.* Maior eſt definitio circuli. Minor nota ἐν τῆς κατασκευῆς. *Secũdus.* In omni circulo, &c. Circuli εηγθ centrum, eſt punctum δ, à quo ductæ ſunt rectæ δε, δη. Ergo, Rectæ δε, δη ſunt æquales. *Explicatio.* Maior eſt ut ſupra. Minor ut ſupra. *Tertius.* Quæ eidem ſunt æqualia, illa inter ſe &c. Recta ηε eſt æqualis rectæ ηδ: & rectæ eidem ηδ eſt æqualis recta δε. Ergo, Rectæ ηε, εδ ſunt inter ſe æquales. *Explicatio.* Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minor concluſio ſyllogiſmorum priorum. *Quartus.* Triangulus æquilaterus eſt qui tria habet æqualia latera. Triangulus εηδ habet tria æqualia latera. Ergo, Triangulus εηδ eſt æquilaterus. Et tres eius anguli εηδ, ηδε, δεη inter ſe ſunt æquales: quoniam tri anguli æquicruri habent angulos ad baſim æquales. & tres anguli omnis trianguli ſunt duobus rectis æquales. Vnde ſequitur quod unus angulus εηδ ſit tertia pars duorum rectorum. *Explicatio.* Maior eſt definitio trianguli æquilateri. Minor uero eſt nota ex ſyllogiſmis præcedentibus. Reliqua uero ex propoſitione quinta primi, et trigeſima ſecũda primi. *Quintus.* Simili modo demonſtrabitur, quod trianguli δηγ ſinguli anguli ſint tertia pars duorum rectorum. *Sextus.* Vt ut recta ſuper recta fuerit conſtituta, &c.

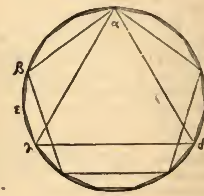
Digitized by Google

Recta γε, super recta ζβ, constituta facit angulos ἐφεξῆς εεγ, γεβ. Ergo, Anguli εεγ, γεβ, sunt duobus rectis æquales. *Explicatio.* Maior est propositio decimatertia primi. Minor manifesta ex præcedentibus. *Septimus.* Si duæ tertiæ duorũ rectorum angulorum auferantur. Reliquum etiã erit tertia duorum rectorũ. Anguli γεε, γεβ, duobus rectis sunt æquales & angulus γκε, duas habet tertias è duobus rectis. Ergo, Reliquus angulus γεβ: erit tertia pars è duobus rectis. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor nota ex syllogismis prioribus. *Octauus.* Si duæ rectæ sese mutuo secant &c. Duæ rectæ εβ, αδ, sese mutuo secant. Ergo, Anguli αεβ, εεδ, sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est decima quinta primi. Minor nota per se. *Nonus,* Simili modo demonstrabitur angulos δεγ, ακζ: γεδ, ζεε esse æquales. *Decimus.* In circulis æqualibus anguli æquales &c. In circulo αβγδεζ, sunt anguli ακβ, εεδ, δεγ, ακζ, γεδ, ζκε, æquales. Ergo, Constituti sunt super basibus æqualibus αβ, βγ, γδ, δε, εζ, ζα. *Explicatio.* Maior est propositio uigesimasexta tertij. Minor nota ex prioribus syllogismis. *Vndecimus.* In circulis æqualibus, æquales circumferentias &c. In circulo αβγδεζ, circumferentiæ αβ, βγ, γδ, δε, εζ, ζα, sunt æquales. Ergo, Rectæ eas subtendentes etiam æquales erunt, & est hexagonon æquilaterum. *Explicatio.* Maior est uigesima nona tertij. Minor conclusio syllogismi decimi. Δεύτερος διορισμός. Dico quod hexagonon hoc sit æqui angulum. *Duodecimus.* Si æqualibus addas æqualia uel &c. Circumferentia αζ, est æqualis circumferentiæ εδ: communis addatur circumferentia αβγδ. Tota igitur ζαβγδ, circumferentia: toti circumferentiæ εδγβα, est æqualis. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota per se. *Decimus tertius.* In circulis æqualibus, super æqualibus circumferentijs &c. In circulo αβγδεζ, circumferentiæ ζαβγδ: & εδγβα, sunt æquales. Ergo, Et angulus ζεδ: est æqualis angulo αζε. *Explicatio.* Maior est uigesima septima tertij. Minor conclusio syllogismi duodecimi. *Decimus quartus.* Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, quod & reliqui anguli αβγδεζ hexagoni sint æquales inter se. Ergo, Hexagonon hoc est æquiangulũ & fuit demonstratum æquilaterum, & est circulo inscriptum. τὸ συμπέρασμα. Circulo igitur dato, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSITIO XVI.
Problema.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον: πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Dato circulo: figuram rectilineam quindecim angulorum, quæ æqualia latera, & angulos æquales habeat, inscribere.



ἡ ἔκθεσις.

Si datus circulus αβγδ. ὁ διορισμός. Circulo αβγδ, inscribendũ est quindecagonon æquilaterum & æquiangulum. ἡ κατασκευή. In circulum αβγδ, inscribatur trianguli æquilateri circulo inscripti latus αγ: deinde pentagoni circulo inscripti latus αβ. Qualium igitur circulus αβγδ, segmentorum æqualium quindecim erit: talium αβγ, circumferentia tertia existans circuli pars erit quinque: & circumferentia αβ, quæ est quinta circuli pars erit trium: denique reliqua βγ, duorum æqualium. Secetur βγ, recta δίχα in puncto ε. Sic igitur utraque βε, εγ, circumferentiarũ est decima quinta pars circuli αβγδ. Quapropter βε, εγ, rectas coniungemus: & eis æquales circulo αβγδ, coaptabimus: inscriptum erit quindecagonon æquilaterum & æquiangulum. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Finis libri quarti.

Digitized by Google

Euclidis elementum quintum.

ΟΡΟΙ.

Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους, τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

Πολλαπλάσιον δὲ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις.

Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα, ἀλλήλων ὑπερέχειν.

Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια: τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου, ἢ ἅμα ἐλλείπῃ, ἢ ἅμα ἴσα, ἢ ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ληφθέντα κατάλληλα.

Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον, ἀνάλογον καλείσθω.

Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων, τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον, μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον,

Ἀναλογία δ' ἐστὶν ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

Ἀναλογία δ' ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

Ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον.

Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται: ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

Ὁμόλογα μεγέθη λέγεται εἶναι, τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δ' ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

Ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον,

DEFINITIONES.

Pars est magnitudo magnitudinis, minor maioris, cum maiorem permetitur.

Multiplex maior minoris, cum sub minoris cadit mensuram.

Proportio est duarũ magnitudinum eiusdem generis iuxta quantitatem habitudo quædam inter se.

Proportionem inter se habere dicuntur magnitudines, quę multiplicatæ sese possunt transcendere.

In eadem proportione magnitudines dicuntur esse prima ad secundam: & tertia ad quartam: quando primæ & tertiæ æqualiter multiplices, æqualiter multiplicibus secundæ & quartæ, iuxta quamuis multiplicationem utraque utrique, uel simul fuerint minores: uel simul æquales: uel simul maiores, collatæ inter se.

Magnitudines quæ eandem habent proportionem uocantur proportionales.

Quãdo autem collatis illis æqualiter multiplicibus, multiplex primæ transcendit multiplicem secundæ: multiplex uerò tertiæ non transcendit multiplicem quartæ: tum prima ad secundam dicitur habere maiorem proportionem, quàm tertia ad quartam.

Analogia est proportionum similitudo.

Analogia uerò est in tribus minimis terminis.

Cum tres fuerint magnitudines proportionales, illarum prima ad tertiam duplam dicitur habere proportionem, atque ad secundam.

Cum uerò quatuor fuerint magnitudines proportionales, illarum prima ad quartam triplam dicitur habere proportionem, atque ad secundam: & subinde una amplius quam diu analogia fuerit.

Comproportionales magnitudines dicuntur, præcedentes præcedentibus, & consequentes consequentibus.

Alternatim proportio est collatio præce-

γούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.

Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἑπομένου, ὡς ἡγουμένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

Σύνθεσις λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

Διαίρεσις δὲ λόγου ἐστὶ, λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

Ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ, πλειόνων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανομένων, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ: ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον: οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, ἢ ἄλλως λῆψις τῶν ἄκρων καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

Τεταγμένη ἀναλογία ἐστὶν ὅταν ᾖ ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον: ᾖ δὲ καὶ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι.

Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος γίνεται, ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον: ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι: οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἄλλό τι.

dentis ad præcedentem, & conſequentis a conſequentem.

Conuerſa proportio eſt, collatio conſequentis, tanquam præcedentis ad præcedentem, tanquam conſequentem.

Cōpoſitio proportionis eſt collatio præcedentis cum conſequente, tanquam unius, ad ipſum terminum conſequentem.

Diuiſio proportionis eſt collatio exceſſus, quo præcedens terminus ſuperat conſequentem, ad ipſum terminum conſequentem.

Anaſtrophe proportionis eſt collatio præcedentis ad exceſſum, quo ſuperat præcedēs conſequentem.

Ex æquo proportio eſt, cum ſunt plures magnitudines, & aliæ ipſis magnitudine pares, binæ collatæ in eadem proportione, & fuerit, ut in primis magnitudinibus, prima ad ultimam: ſic etiam in ſecundis magnitudinibus prima ad ultimam: uel eſt collatio extremorum per ſubductionem mediorum.

Ordinata analogia eſt, cum fuerit ſicut præcedens magnitudo ad conſequentem: ſic præcedens ad conſequentem: fuerit uero etiam ſicut conſequens ad aliam quandam magnitudinem: ſic conſequens ad aliam quandam.

Cōfuſa autē analogia eſt, cum ſunt magnitudines tres, & aliæ ipſis multitudine pares: & fuerit ſicut in primis magnitudinibus præcedens ad conſequentem: ſic etiam in ſecundis præcedens ad conſequentem: ſicut uero in primis magnitudinibus conſequens ad aliam quandam magnitudinem: ſic in ſecundis magnitudinibus alia quædam ad præcedentem.

Digitized by Google

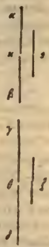
PROPOSITIO I.

Theorema.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον: ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός: τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

Si fuerint quotlibet magnitudines, totidē aliarum magnitudinum, singulæ singularum æqualiter multiplices: quotduplex est unius una: tot duplices etiā erūt omnes omnium.

ἡ ἔκθεσις.



Sit magnitudo αβ multiplex magnitudinis ε: & magnitudo γδ æqualiter multiplex magnitudinis ζ. ὁ διορισμός. Dico quod αβ, γδ coniunctæ æqualiter sunt multiplices magnitudinum εζ coniunctarū: ut magnitudo αδ, magnitudinis ε. Hoc est, si una unius est dupla, omnes omnium constituēt duplam: si tripla, triplam: si quadrupla, quadruplam. ἡ κατασκευή. Quoniam magnitudo αβ est multiplex magnitudinis ε: habet in se aliquot magnitudines, æquales magnitudini ε. Diuidatur ergo magnitudo αβ in magnitudines æquales magnitudini ε: & sint αη, ηβ: & quoniam iterum magnitudo γδ, est multiplex magnitudinis ζ: cōtinet etiam in se aliquot magnitudines æquales magnitudini ζ. Diuidatur ergo magnitudo γδ, in magnitudines æquales magnitudini ζ: & sint γθ, θδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.

Primus. Magnitudines æqualiter multiplices continent partes multitudine æquales. Magnitudo αβ, est multiplex magnitudinis ε: & magnitudo γδ, est æqualiter multiplex magnitudinis ζ: illarum partes sunt alterius quidem magnitudinis αη, ηβ: alterius uero magnitudinis γθ, θδ. *Ergo,* Multitudo magnitudinū αη, ηβ, est æqualis multitudini magnitudinum γθ, θδ. *Explicatio.* Maior est nota per se. Minoris pars prior est ὑπόθεσις: posterior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Si æqualibus æqualia fuerint addita, quæ fiunt erunt æqualia. Magnitudo αη, est æqualis magnitudini ε: & magnitudo γθ, est æqualis magnitudini ζ. *Ergo,* Magnitudines αη, γθ, sunt æquales magnitudinibus ε, ζ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Tertius.* Διὰ τὰ αὐτὰ sunt etiam magnitudines ηβ, θδ, æquales magnitudinibus, ε, ζ. *Quartus.* Magnitudines dicuntur æqualiter multiplices, quæ continent partes æquales multitudine. Quot habet magnitudo αβ, magnitudines æquales magnitudini ε: tot habet etiam magnitudines αβ, γδ, in se magnitudines æquales magnitudinibus ε, ζ. *Ergo,* Magnitudo αβ, est æqualiter multiplex magnitudinis ε: & magnitudines αβ, γδ, magnitudinum ε, ζ. *Explicatio.* Maior est nota per se. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς, & conclusionibus superiorum syllogismorum. τὸ συμπέρασμα. Si igitur fuerint quotlibet magnitudines &c.

PROPOSITIO II.

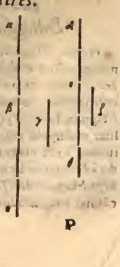
Theorema.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον, καὶ ἕκτον τετάρτου.

Si fuerit magnitudo prima magnitudinis secūdæ æqualiter multiplex, & tertia quartæ: fuerit item quinta secundæ æqualiter multiplex & sexta quartæ: erit coniuncta magnitudo prima cum quinta, æqualiter multiplex secundæ, & tertia cum sexta quartæ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi tres.



Primus. Magnitudines æqualiter multiplices continent partes multitudine æquales. Magnitudo αβ, est æqualiter multiplex magnitudinis γ, & magnitudo δε, magnitudinis ζ. *Ergo,* Magnitudo αβ, continet tot magnitudines æ-

quales magnitudini $\overline{\gamma}$: quot continet magnitudo $\zeta\epsilon$, æquales magnitudini $\overline{\zeta}$. *Explicatio.* Maior est nota per se. Minor est ὑπόθεσις. *Secundus.* Διὰ τὰ αὐτὰ magnitudo $\beta\kappa$, continet tot magnitudines æquales magnitudini $\overline{\gamma}$, quod continet magnitudo $\overline{\epsilon\theta}$, æquales magnitudini $\overline{\zeta}$. *Tertius.* Si æqualibus æqualia &c. Numerus à quo magnitudo $\overline{\alpha\beta}$, dicitur multiplex magnitudinis $\overline{\gamma}$, est æqualis numero, à quo magnitudo $\delta\epsilon$, dicitur multiplex magnitudinis $\overline{\zeta}$. Deinde, Numerus, à quo magnitudo $\overline{\beta\epsilon}$, dicitur multiplex magnitudinis $\overline{\gamma}$, est æqualis numero, à quo magnitudo $\overline{\epsilon\theta}$, dicitur multiplex magnitudinis $\overline{\zeta}$. *Ergo,* Numerus, à quo magnitudo $\overline{\alpha\kappa}$, dicitur multiplex magnitudinis $\overline{\gamma}$, est æqualis numero, à quo magnitudo $\overline{\delta\epsilon}$, dicitur multiplex magnitudinis $\overline{\zeta}$. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi: posterior est conclusio syllogismi secundi. τὸ συμπέρασμα. Si igitur fuerint &c.

PROPOSITIO III.

Theorema.

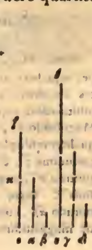
ΕΑν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου: ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου, ἐ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων, ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, τὸ μὲν, τοῦ δευτέρου, τὸ δὲ, τοῦ τετάρτου.

Si fuerit magnitudo prima magnitudinis secũdæ æqualiter multiplex, & tertia quartæ; & si sumptę fuerint æqualiter multiplices magnitudines primæ & tertiæ: erit etiam ex æquo altera alterius æqualiter multiplex: illa quidem secũdæ, hæc uerò quartæ:

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi sex.

Primus. Magnitudines æqualiter multiplices, continent partes multitudine æquales. Magnitudo $\overline{\epsilon\zeta}$ est ęqualiter multiplex magnitudinis $\overline{\alpha}$: & magnitudo $\overline{\epsilon\theta}$ magnitudinis $\overline{\gamma}$. Ergo, Magnitudo $\overline{\epsilon\zeta}$ tot cõtinet magnitudines,



æquales magnitudini $\overline{\alpha}$, quot continet $\overline{\kappa\theta}$ magnitudines æquales magnitudini $\overline{\gamma}$. Hoc est, Multitudo magnitudinum $\epsilon\kappa$, $\overline{\kappa\zeta}$, est æqualis multitudini magnitudinum $\overline{\epsilon\lambda}$, $\overline{\lambda\theta}$. *Explicatio.* Maior est nota per se. Minor est ὑπόθεσις. *Secundus.* Magnitudines æquales eiusdem magnitudinis sunt æqualiter multiplices. Magnitudo $\epsilon\kappa$, est æqualis magnitudini $\overline{\alpha}$: & magnitudo $\overline{\alpha}$, est multiplex magnitudinis $\overline{\beta}$. Ergo, Magnitudo $\overline{\epsilon\kappa}$, est æqualiter multiplex magnitudinis $\overline{\beta}$: & magnitudo $\overline{\alpha}$, magnitudinis $\overline{\beta}$. *Explicatio.* Maior est lemma quartũ. Minor est ὑπόθεσις. τὰ λήμματα uide in fine huius libri. *Tertius.* Διὰ τὰ αὐτὰ est magnitudo $\overline{\kappa\zeta}$, æqualiter multiplex magnitudinis $\overline{\beta}$: & magnitudo $\overline{\alpha}$, magnitudinis $\overline{\beta}$. Item singulæ magnitudinum $\overline{\epsilon\lambda}$, $\overline{\lambda\theta}$, æqualiter multiplices magnitudines $\overline{\alpha\delta}$, & $\overline{\gamma}$, magnitudinis $\overline{\delta}$. *Quartus.* Quæ eidem sunt æqualia &c. Numerus, à quo singulæ magnitudinũ $\overline{\epsilon\kappa}$, $\overline{\kappa\zeta}$, dicuntur multiplices magnitudinis $\overline{\beta}$, est ęqualis numero, à quo magnitudo $\overline{\alpha}$, dicitur multiplex magnitudinis $\overline{\beta}$. Item numerus à quo magnitudo $\overline{\gamma}$, dicitur multiplex, magnitudinis $\overline{\delta}$, etiam est æqualis numero, à quo magnitudo $\overline{\alpha}$, dicitur multiplex magnitudinis $\overline{\beta}$. *Ergo,* Numerus, à quo singulæ magnitudinum $\overline{\epsilon\kappa}$, $\overline{\kappa\zeta}$, dicuntur multiplices magnitudinis $\overline{\beta}$, est æqualis numero, à quo magnitudo $\overline{\gamma}$, dicitur multiplex magnitudinis $\overline{\delta}$. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est nota ex syllogismo primo & secundo. Posterior est ὑπόθεσις. *Quintus.* Διὰ τὰ αὐτὰ est numerus, à quo singulæ magnitudinum $\overline{\epsilon\kappa}$, $\overline{\kappa\zeta}$, dicuntur multiplices magnitudinis $\overline{\beta}$, æqualis numero, à quo singulæ magnitudinum $\overline{\epsilon\lambda}$, $\overline{\lambda\theta}$, dicũtur multiplices magnitudinis $\overline{\delta}$. Hoc est, Magnitudines $\epsilon\kappa$, $\kappa\zeta$, æqualiter sunt multiplices magnitudinis $\overline{\beta}$: & magnitudines $\overline{\epsilon\lambda}$, $\overline{\lambda\theta}$, magnitudinis $\overline{\delta}$. *Sextus.* Si fuerit magnitudo prima æqualiter multiplex magnitudinis secundæ: & tertia quartæ: fuerit item quinta secundæ æqualiter multiplex, & sexta quartæ: erit coniuncta magnitudo prima cum quinta, æqualiter multiplex magnitudinis secundæ: & tertia cum sexta quartæ. Magnitudo $\epsilon\kappa$, est æqualiter multiplex magnitudinis $\overline{\beta}$, & $\overline{\epsilon\lambda}$, $\overline{\delta}$. Deinde est magnitudo $\overline{\kappa\zeta}$, æqualiter multiplex $\overline{\beta}$, & $\overline{\lambda\theta}$, magnitudinis $\overline{\delta}$. Ergo, Magnitudo $\overline{\epsilon\zeta}$, est æqualiter multiplex magnitudinis $\overline{\beta}$, & magnitudo $\overline{\epsilon\theta}$, magnitudinis $\overline{\delta}$. *Explicatio.* Maior est propositio secunda. Minor

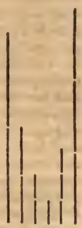
nor est conclusio syllogismi quinti. τὸ συμπέρασμα. Ergo, Si fuerit &c.

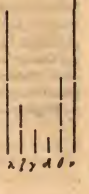
PROPOSITIO IIII.
Theorema.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Si magnitudo prima ad magnitudinem secundam eam habuerit proportionem, quam tertia ad quartam: etiam æqualiter multiplices magnitudines primæ & tertiæ, ad æqualiter multiplices magnitudines secundæ & quartæ, iuxta quamuis multiplicationem eandem habebunt proportionem, inter se collatæ.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi sex.





Primus. Si fuerit magnitudo prima magnitudinis secundæ æqualiter multiplex &c. ut in tertia propositione. Magnitudo ι, magnitudinis α, est æqualiter multiplex: & magnitudo ζ, magnitudinis γ. Item magnitudo κ, magnitudinis ι, est æqualiter multiplex: & magnitudo λ, magnitudinis ζ. Ergo, Magnitudo κ, magnitudinis α, est æqualiter multiplex: & magnitudo λ, magnitudinis γ. *Explicatio.* Maior est propositio tertia Minoris pars prior est ὑπόθεσις. Posterior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Διὰ τὰ αὐτὰ est magnitudo μ, magnitudinis β, æqualiter multiplex: & magnitudo ν, magnitudinis δ. *Tertius.* Quæcunque quatuor magnitudines in eadem sunt proportione prima ad secundam, & tertia ad quartam, earum æqualiter multiplices primæ & tertiæ, æqualiter multiplicibus secundæ & quartæ, in quauis multiplicatione uel simul sunt maiores, uel simul sunt minores, uel simul æquales. Proportio magnitudinis α, ad β, est ea, quę magnitudinis γ, ad magnitudinem δ. Deinde primæ & tertiæ hoc est α, & γ, æqualiter sunt multiplices magnitudines κ, & λ. Item secundæ & quartæ, hoc est β, & δ, æqualiter sunt multiplices magnitudines μ, & ν. Ergo, Si magnitudo κ, est maior quàm μ: erit etiam λ, maior quàm ν. Et si κ, est minor μ: erit etiã λ, minor ν. Et si κ, est æqualis μ: erit etiam λ, æqualis ν. *Explicatio.* Maior est ἀντιστροφὴ definitionis quintæ. Minoris pars prima est ὑπόθεσις: secunda est conclusio syllogismi primi. Tertia est conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Quarumcũque quatuor magnitudinum primæ & tertiæ æqualiter multiplices magnitudines, æqualiter multiplicibus magnitudinibus secundæ & quartæ, in quauis multiplicatione uel simul sunt maiores, uel minores, uel æquales inter se collatæ: illæ in eadem proportione esse dicuntur prima ad secundam & tertia ad quartam Magnitudinum quatuor ι, κ, ζ, θ, æqualiter multiplices primæ & tertiæ, æqualiter multiplicibus secundæ & quartæ, in quauis multiplicatione uel simul sunt maiores, uel minores, uel æquales. *Ergo,* Proportio magnitudinis ι, ad κ, est ea, quæ magnitudo ζ, ad θ. *Explicatio.* Maior est definitio quinta. Minor est conclusio syllogismi tertij. *Quintus.* Vt in quarto syllogismo. Magnitudinum quatuor κ, ι, θ, ζ, æqualiter multiplices primæ & tertiæ, æqualiter multiplicibus secundæ & quartæ, in quauis multiplicatione uel simul sunt maiores, uel minores, uel æquales. *Ergo,* Proportio magnitudinis κ, ad ι, est ea quæ magnitudinis θ, ad ζ. *Explicatio.* Maior, ut supra. Minor est nota ex conclusione syllogismi tertij. Nam si κ, & λ, simul fuerint maiores: erunt μ, & ν, simul maiores: & si κ, & λ, simul fuerint minores: erunt μ, & ν, simul minores. *Sextus.* Maior, cõuersa proportio est collatio consequentis, tanquam pręcedentis ad præcedentem, tanquam consequentem. Proportio magnitudinis ι, ad κ, est ea, quæ magnitudinis ζ, ad magnitudinem θ. Deinde est proportio magnitudinis ν, ad magnitudinem ι, ea, quæ magnitudinis θ, ad magnitudinẽ ζ. *Conclusio* πόρισμα. Ergo, Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, etiam cõuersim erunt propor-

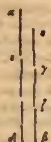
tionales. *Explicatio.* Maior est definitio decima quarta. Minoris pars prior est conclusio syllogismi quarti: posterior syllogismi quinti. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur magnitudo prima &c.

PROPOSITIO V.
Theorema.

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος· καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

Si magnitudo magnitudinis æqualiter fuerit multiplex, ut ablata ablatæ: erit etiam reliqua reliquæ æqualiter multiplex, ut tota totius.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi septem.



Primus. Si fuerint quotlibet magnitudines &c. ut propositio prima. Magnitudo αε, est æqualiter multiplex magnitudinis γζ, & magnitudo εβ, magnitudinis εγ. Ergo, Tota αβ, totius εζ, est æqualiter multiplex: & magnitudo αε, magnitudinis γζ. *Explicatio.* Maior est propositio prima. Minor est nota *ἐκ τῆς ἐκθέσεως.* *Secundus.* Quæ eidem sunt æqualia, illa &c. Numerus, à quo magnitudo αβ, dicitur multiplex magnitudinis γδ, est æqualis numero, à quo magnitudo αε, dicitur multiplex magnitudinis γζ. Et numerus, à quo magnitudo αβ, dicitur multiplex magnitudinis ηζ, est etiam æqualis numero, à quo magnitudo αε, dicitur multiplex magnitudinis γζ. Ergo, Numerus à quo magnitudo αβ, dicitur multiplex magitudinis γδ, est æqualis numero, à quo magnitudo αβ, dicitur multiplex magnitudinis εζ. Hoc est, Magnitudo αβ, utriusque magnitudinis γδ, ηζ, est æqualiter multiplex. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est *ὑπόθεσις.* Posterior est conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Quæ eiusdem magnitudinis sunt eadem pars, illæ inter se sunt æquales. Vtraque magnitudinum γδ, ηζ, est eadem pars magnitudinis αβ. Ergo, Magnitudo γδ, est æqualis magnitudini εζ. *Explicatio.* Maior est lemma primum. Minor est *ἀντιστροφὴ* conclusionis syllogismi secundi. *Quartus.* Si ab æqualibus tolluntur æqualia &c. Magnitudo γδ, est æqualis magnitudini εζ: ex his tolle communem magnitudinem γζ. Ergo, Manet magnitudo ζδ, æqualis magnitudini εγ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior, est conclusio syllogismi tertij. Posterior est nota per se. *Quintus.* Si fuerit magnitudo prima æqualis magnitudini secundæ: secunda uerò si fuerit pars tertiæ, erit etiam prima magnitudo eadem pars tertiæ. Magnitudo ζδ, est æqualis magnitudini ηγ. Magnitudo uerò ηγ, est pars magnitudinis εβ. Ergo, Magnitudines ζδ, εγ, sunt eadem pars magnitudinis εβ. Hoc est, Magnitudo εβ, est æqualiter multiplex utriusque magnitudinis ζδ, ηγ. *Explicatio.* Maior est lemma secundum. Minoris pars prior est conclusio syllogismi quarti. Posterior est nota *ἐκ τῆς ἐκθέσεως.* *Sextus.* Quæ eidem sunt æqualia &c. Numerus, à quo magnitudo εβ, dicitur multiplex magnitudinis ζδ, est æqualis numero, à quo magnitudo εβ dicitur, multiplex magnitudinis εγ. Et numerus à quo magnitudo αε, dicitur multiplex magnitudinis γζ, etiam est æqualis numero, à quo magnitudo εβ, dicitur multiplex magnitudinis ηγ. Ergo, Numerus à quo magnitudo εβ, dicitur multiplex magnitudinis ζδ, est æqualis numero, à quo magnitudo αε, dicitur multiplex magnitudinis εζ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est conclusio syllogismi quinti. Posterior est nota *ἐκ τῆς ἐκθέσεως.* *Septimus.* Quæ eidē sunt æqualia &c. Numerus, à quo magnitudo εβ, dicitur multiplex magnitudinis ζδ, est æqualis numero, à quo magnitudo αε, dicitur multiplex magnitudinis γζ. Et numerus à quo magnitudo αβ, dicitur multiplex magnitudinis γδ, etiam est æqualis numero, à quo magnitudo αε, dicitur multiplex magnitudinis γζ. Ergo, Numerus, à quo magnitudo εβ, dicitur multiplex magnitudinis ζδ, est æqualis numero, à quo magnitudo αβ, dicitur multiplex magnitudinis γδ. Hoc est, reliqua magnitudo εβ, reliquæ magnitudinis ζδ, est æqualiter multiplex &, tota αβ, totius γδ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est conclusio syllogismi sexti: posterior est *ὑπόθεσις.* *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur magnitudo magnitudinis &c.

PRO-

PROPOSITIO VI.

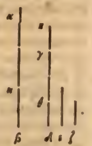
Theorema.

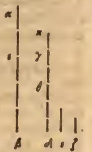
Ἐὰν δύο μεγέθη, δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια: καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æqualiter fuerint multiplices: ablatæ quædam earundem fuerint æqualiter multiplices: erunt etiam reliquæ eisdem uel æquales, uel earundem æqualiter multiplices.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.





Primus. Si æqualibus addita fuerint æqualia etiam quæ fiunt erunt æqualia. Numerus, à quo magnitudo αη, dicitur multiplex magnitudinis ε, est æqualis numero, à quo magnitudo γθ, dicitur multiplex magnitudinis ζ. Et numerus à quo magnitudo ηβ, dicitur multiplex magnitudinis ε, est æqualis numero, à quo magnitudo θκ, dicitur multiplex magnitudinis ζ. Ergo, Numerus, à quo magnitudo αβ, dicitur multiplex magnitudinis ε, est æqualis numero, à quo magnitudino θκ, dicitur multiplex magnitudinis ζ. Hoc est, duæ magnitudines αβ, θκ, duarum magnitudinum ε, ζ, sunt æqualiter multiplices. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est ὑπόθεσις: posterior est nota, quia numerus cuius hic fit mentio utrobique est unitas propter magnitudinum æqualitatem. *Secundus.* Quæ eidem sunt æqualia, illa inter &c. Numerus, à quo magnitudo θκ, dicitur multiplex magnitudinis ζ, est æqualis numero, à quo magnitudo αβ, dicitur multiplex magnitudinis ε. Et numerus, à quo magnitudo γδ, dicitur multiplex magnitudinis ζ, etiam est æqualis numero, à quo magnitudo αβ, dicitur multiplex magnitudinis ε. Ergo, Numerus, à quo magnitudo θκ, dicitur multiplex magnitudinis ζ, est æqualis numero, à quo magnitudo γδ, dicitur multiplex magnitudinis ζ. Hoc est, Vtraque magnitudinum duarum θκ, γδ, est æqualiter multiplex magnitudinis ζ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi: posterior est ὑπόθεσις. *Tertius.* Quæcunque magnitudines eiusdem magnitudinis sunt æqualiter multiplices: illæ inter se sunt æquales. Vtraque magnitudinum θκ, γδ, est æqualiter multiplex magnitudinis ζ. Ergo, Magnitudo θκ, est æqualis magnitudini γδ. *Explicatio.* Maior est lẽma secundũ. Minor est conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Si ab æqualibus tolluntur &c. Magnitudo θκ, est magnitudini γδ, æqualis: ex his tolle communem magnitudinem γθ. Ergo, Magnitudo κγ, manet æqualis magnitudini θδ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi tertij. Posterior est nota per se. *Quintus.* Quę eidem sunt æqualia &c. Magnitudo θδ, est æqualis magnitudini κγ. Et magnitudo ζ, etiam est æqualis magnitudini κγ. Ergo, Magnitudo θδ, est æqualis magnitudini ζ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est cõclusio syllogismi quarti. Posterior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. τὸ συμπέρασμα. Magnitudo αβ, est æqualiter multiplex magnitudinis ε, & magnitudo γδ, magnitudinis ζ. Deinde magnitudo αη, est æqualiter multiplex magnitudinis ε, & magnitudo γθ, magnitudinis ζ. Et cum magnitudo reliqua ηβ, fit æqualis magnitudini ε, fiet etiam magnitudo θδ, æqualis magnitudini ζ, ut liquet ex conclusione syllogimi quinti.

ἡ δευτέρα ἔκθεσις.

Sit iam magnitudo ηβ, multiplex magnitudinis ε ὁ λεγόμενος. Dico quod magnitudo θδ, est æqualiter multiplex magnitudinis ε: quottuplex magnitudo γκ, magnitudinis ζ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi sex.

Primus, Vt supra. *Secundus*, ut supra. *Tertius*, Vt supra. *Quartus*, Vt supra. *Quintus.* Si fuerit magnitudo prima æqualis magnitudini secũdæ: secunda uerò si fuerit multiplex magnitudinis tertię: erit etiã prima magnitudo æqualiter multiplex magnitudinis tertiæ. Magnitudo θδ, est ęqualis magnitudini κγ

& magnitudo κγ, est multiplex magnitudinis ζ. Magnitudo δλ, est æqualiter multiplex magnitudinis ζ, & magnitudo κγ, magnitudinis ζ. Vel sic magnitudines δλ, κγ, magnitudinis ζ, sunt æqualiter multiplices. *Explicatio.* Maior est lemma quartũ. Minoris pars prior est conclusio syllog. quarti: posterior est ὑπόθεσις. *Sextus.* Quæ eidem sunt æqualia &c. Numerus, à quo magnitudo δλ, dicitur multiplex magnitudinis ζ, est æqualis numero, à quo magnitudo κγ, dicitur multiplex magnitudinis ζ. Et numerus, à quo magnitudo εβ, dicitur multiplex magnitudinis ε, est etiam æqualis numero, à quo magnitudo κγ, dicitur multiplex magnitudinis ζ. *Ergo,* Numerus, à quo magnitudo δλ, dicitur multiplex magnitudinis ζ, est ęqualis numero, à quo magnitudo εβ, dicitur multiplex magnitudinis ε. Hoc est, Duæ magnitudines εβ, δλ, duarum magnitudinũ ε, ζ, sunt æqualiter multiplices. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi quinti. Posterior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. τὸ συμπέρασμα. Si igitur duæ magnitudines &c.

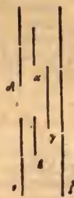
PROPOSITIO VII.
Theorema.

ΤΑ ἴσα, πρὸς τὸ αὐτὸ: τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Aequales magnitudines ad eandem: eandem habẽt proportionem: & eadem ad æquales.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi tres.



Primus. Quæcunque magnitudines sunt æquales, illarum etiam æqualiter multiplices sunt æquales. Magnitudo α, est æqualis magnitudini β, & earum æqualiter sunt multiplices magnitudines, δ, & ε. *Ergo,* Magnitudo δ, est æqualis magnitudini ε. *Explicatio.* Maior est lemma quintũ. Minoris pars prior est ὑπόθεσις. Posterior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Si fuerit magnitudo prima, æqualis magnitudini secundæ, & secunda æqualis tertiæ: erit etiam magnitudo prima, æqualis magnitudini tertiæ. Et si fuerit secunda maior, quàm tertia: erit etiam prima maior tertia. Si uero secunda fuerit minor tertia: erit etiam prima minor tertia. Magnitudo ε, est æqualis magnitudini δ, & est tertia quędã magnitudo ζ. *Ergo,* Si magnitudo δ, est æqualis magnitudini ζ, & magnitudo ε, erit æqualis magnitudini ζ. Et si magnitudo δ, fuerit maior quàm ζ: erit etiam ε maior quàm ζ. Si uero δ, fuerit minor quàm ζ: erit etiam ε, minor, quàm ζ. *Explicatio.* Maior est lemma sextum. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est nota per se. *Tertius.* Quarumcunque quatuor magnitudinum, primæ & tertiæ æqualiter multiplices magnitudines, æqualiter multiplicibus magnitudinibus secundæ & quartæ, in quauis multiplicatione, uel maiores simul, uel simul sunt minores, uel simul sunt æquales inter se collatæ: illæ in eadem proportione esse dicuntur, prima ad secundam, & tertia ad quartam. Quatuor magnitudinum α, γ, β, γ, æqualiter multiplices primæ & tertiæ, æqualiter multiplicibus secundæ & quartæ, in quauis multiplicatione uel simul sunt maiores, uel simul sunt minores, uel simul sunt æquales. *Ergo,* Proportio magnitudinis α, ad γ, est ea, quæ magnitudinis β, ad γ. *Explicatio.* Maior est definitio quinta. Minor est conclusio syllogismi secundi.

ἡ ἀπόδειξις secundæ partis.

Primus, ut supra. *Secundus,* ut supra. *Tertius,* ut supra. Magnitudinum γ, α, γ, β, æqualiter multiplices primæ & tertiæ &c. ut supra. *Ergo,* Proportio magnitudinis γ, ad α, est ea, quæ magnitudinis γ, ad β. *Explicatio,* ut supra. τὸ συμπέρασμα. Aequales igitur magnitudines &c.

PROPOSITIO VIII.
Theorema.

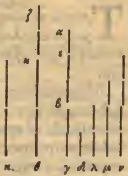
ΤΩν ἀνίσων μεγεθῶν, τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλαττον: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

Magnitudinum inæqualium, maior ad eandem maiorem habet proportionem quàm minor: & eadem illa magnitudo ad minorẽ habet proportionem maiorem, quàm ad maiorem.

ἡ ἀπό-

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi octo.



Primus. Si fuerint quotlibet magnitudines &c. ut propositio prima. Magnitudo ζκ, est æqualiter multiplex magnitudinis αε, & magnitudo κθ, magnitudinis εβ. Ergo, Tota magnitudo ζθ, totius αβ, æqualiter est multiplex: & magnitudo ζκ, magnitudinis αε. *Explicatio.* Maior est propositio prima. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Quæ eidē sunt æqualia &c. Numerus, à quo magnitudo ζθ, dicitur multiplex magnitudinis αβ, est æqualis numero, à quo magnitudo ζκ, dicitur multiplex magnitudinis αε. Et numerus, à quo magnitudo κ, dicitur multiplex magnitudinis γ, etiam est æqualis numero, à quo magnitudo ζκ, dicitur multiplex magnitudinis αε. Ergo, Numerus, à quo magnitudo ζθ, dicitur multiplex magnitudinis αβ, est æqualis numero, à quo magnitudo κ, dicitur multiplex magnitudinis γ. Hoc est, duæ magnitudines ζθ, κ, duarum magnitudinum αβ, γ, sunt æqualiter multiplices. *Explicatio.* Maior est ἀξίωμα κοινόν. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Tertius.* Quæcunque magnitudines sunt æquales: illarum etiam æqualiter multiplices sunt æquales. Magnitudo εβ, est æqualis magnitudini γ: & earum æqualiter multiplices magnitudines sunt κθ, & κ. Ergo, Magnitudo κθ, est æqualis magnitudini κ. *Explicatio.* Maior est lemma quintū. Minoris pars utraq; est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Quartus.* Si fuerit magnitudo prima æqualis magnitudini secundæ: secunda uerò, si nō fuerit minor quàm tertia: erit etiā prima non minor tertia. Magnitudo κθ, est equalis magnitudini κ: & magnitudo κ, non est minor magnitudine μ. Ergo, Magnitudo κθ, non est minor magnitudine μ. *Explicatio.* Maior est lemma sextum. Minoris pars prior est cōclusio syllogismi tertij. Posterior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Quintus.* Si inæqualibus quatuor inæqualia fuerint addita &c. Magnitudo κθ, non est minor magnitudine μ: & magnitudo ζκ, est maior magnitudine δ. Ergo, Tota magnitudo ζθ, est maior duabus magnitudinibus μ, & δ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minoris pars prior est conclusio syllogismi quarti. Posterior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Sextus.* Quæcunque magnitudines eiusdem magnitudinis sunt æqualiter multiplices: illæ inter se sunt æquales. Magnitudo γ, est quadrupla magnitudinis δ, & duæ magnitudines μ, & δ, eiusdē magnitudinis constituunt quadruplam. Ergo, Magnitudo γ, est æqualis duabus magnitudinibus μ, & δ. *Explicatio.* Maior est lemma tertium. Minoris pars prior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. Posterior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς, quia magnitudo μ, est tripla magnitudinis δ. *Septimus.* Si fuerit magnitudo prima, æqualis magnitudini secundæ: secunda uerò si fuerit maior, quàm tertia: erit etiam prima magnitudo maior tertia. Magnitudo γ, est æqualis duabus magnitudinibus μ, & δ: & duæ magnitudines μ, & δ, sunt minores magnitudine ζθ. Ergo, Magnitudo γ, est minor magnitudine ζθ. *Explicatio.* Maior est lemma sextum. Minoris pars prior est conclusio syllogismi sexti. Posterior est nota ex conclusione syllogismi quinti. *Octauus.* Quarumcunque quatuor magnitudinum, primæ & tertiæ æqualiter multiplices magnitudines, æqualiter multiplicibus magnitudinibus secundæ & quartæ, non sunt simul maiores: hoc est, si multiplex primæ sit maior, quàm secundæ: multiplex uerò tertiæ non sit maior, quàm quartæ: illarum prima ad secundam, maiorem dicitur habere proportionem, quàm tertia ad quartam. Magnitudinum quatuor αβ, δ, γ, δ, æqualiter multiplices primæ & tertiæ sunt magnitudines ζθ, & κ. Itē secundæ & quartæ, hoc est, magnitudinis δ, multiplex est magnitudo ν: & est magnitudo ζθ, maior magnitudine γ: magnitudo uerò, κ, nō est maior magnitudine ν. Ergo, Magnitudinis αβ, ad δ, maior est proportio, quàm magnitudinis γ, ad δ. *Explicatio.* Maior est definitio septima. Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi. Secunda est nota ex conclusione syllogismi septimi. Tertia est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς.

ἡ ἀπόδειξις secundæ partis.

Septimus, ut supra. *Octauus*, ut supra. Magnitudinum quatuor δ, γ, δ, αβ, æqualiter multiplices magnitudines primæ & tertiæ, magnitudo ν. Item secundæ & quartæ æqua

liter multiplices magnitudines $\overline{\kappa}$, & $\overline{\zeta\theta}$. Et est magnitudo $\overline{\nu}$, maior magnitudine $\overline{\kappa}$, & non est maior magnitudine $\overline{\zeta\theta}$. Ergo, Magnitudinis $\overline{\delta}$, ad $\overline{\gamma}$, maior est proportio, quā ad magnitudinem $\overline{\alpha\beta}$. *Explicatio*, ut supra.

Alia κατασκευή.

Tollatur ex magnitudine $\overline{\alpha\beta}$, magnitudo $\overline{\beta\iota}$, æqualis magnitudini $\overline{\gamma}$. Sit iam magnitudo $\overline{\beta\iota}$, minor $\overline{\alpha\iota}$. Multiplicetur magnitudo $\overline{\beta\iota}$, tam diu, donec quæ ex ea fit multiplicatione magnitudo, fit maior magnitudine $\overline{\delta}$.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi decem.

Primus, ut supra. *Secundus*, ut supra. *Tertius*, ut supra. *Quartus*. Si inæqualibus addita fuerint inæqualia &c. Magnitudo $\overline{\zeta\epsilon}$, non est minor magnitudine $\overline{\mu}$, & magnitudo $\overline{\epsilon\theta}$, est maior $\overline{\delta}$. Ergo, $\overline{\zeta\theta}$, est maior duabus magnitudinibus $\overline{\mu}$, & $\overline{\delta}$. *Explicatio*. Maior est lemma. Minoris pars prior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. Posterior similiter. *Quintus & Sextus*, supra sunt positi &c. *Septimus*. Magnitudinum inæqualium æqualiter multiplices sunt æquales. Magnitudo $\overline{\alpha\iota}$, est maior $\overline{\iota\beta}$, & earum æqualiter multiplices sunt magnitudines $\overline{\zeta\epsilon}$, & $\overline{\epsilon\theta}$. Ergo, Magnitudo $\overline{\zeta\epsilon}$, est maior $\overline{\epsilon\theta}$. *Explicatio*. Maior est lemma septimum. Minoris pars utraque est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Octauus*. Si fuerit magnitudo prima æqualis secundæ: secunda uero minor tertia: erit etiam prima minor tertia. Magnitudo $\overline{\kappa}$, est æqualis magnitudini $\overline{\epsilon\theta}$, & magnitudo $\overline{\epsilon\theta}$, est minor $\overline{\zeta\epsilon}$. Ergo, Magnitudo $\overline{\kappa}$, est minor magnitudine $\overline{\zeta\epsilon}$. *Explicatio*. Maior est lemma sextum. Minoris pars prior est conclusio syllogismi tertij. Posterior est conclusio syllogismi septimi. *Nonus*. Si fuerit magnitudo prima maior quàm secunda: secunda item maior tertia: erit etiam prima maior tertia. Magnitudo $\overline{\nu}$, est maior $\overline{\zeta\epsilon}$. Et magnitudo $\overline{\zeta\epsilon}$, est maior $\overline{\kappa}$. Ergo, Magnitudo $\overline{\nu}$, est maior $\overline{\kappa}$. *Explicatio*. Maior est lemma. Minoris pars prior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. Posterior est conclusio syllogismi octaui. *Decimus*. Qui supra fuit octauus. *Explicatio*. Minoris pars prima est conclusio syllogismi secundi. Secunda est nota ex conclusione syllogismi sexti. Tertia est nota ex conclusione syllogismi noni.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

ΤΑ πρὸς τὸ αὐτὸ, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον: ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. Ϗ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον: κἀκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Magnitudines ad eandē, eandem habētes proportionem, æquales sunt inter se: & ad quas eadem, eandem habet proportionem: etiam illæ sunt æquales inter se.

EXAMEN.

Magnitudo $\overline{\alpha}$, aut est æqualis magnitudini $\overline{\beta}$, aut est maior, aut minor.

αἱ ἐνστάσεις δύο. ἡ πρώτη.

Quid si magnitudo $\overline{\alpha}$ fit maior, quàm $\overline{\beta}$? ὑπόθεσις. Fingamus igitur magnitudinem $\overline{\alpha}$, maiorem esse quàm $\overline{\beta}$.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi tres.

Primus. Magnitudinū inæqualiū, maior ad eandem, maiorem habet proportionē, quàm minor. Magnitudo $\overline{\alpha}$ est maior $\overline{\beta}$: & est alia quędam magnitudo γ. Ergo, Proportio magnitudinis $\overline{\alpha}$ ad $\overline{\gamma}$ est maior, quàm proportio $\overline{\beta}$ ad $\overline{\gamma}$. *Explicatio*. Maior est propositio octaua. Minor est ὑπόθεσις τῆς ἐνστάσεως. Ενστασις ἡ δευτέρα. Quid si magnitudo $\overline{\alpha}$ fit minor magnitudine $\overline{\beta}$. ὑπόθεσις. Fingamus igitur minorē esse quàm $\overline{\beta}$. ἡ ἀπόδειξις. *Secundus*. Maior, ut supra. Magnitudo $\overline{\alpha}$ est minor $\overline{\beta}$. Ergo, Proportio magnitudinis $\overline{\alpha}$ ad $\overline{\beta}$ est minor, quàm magnitudinis $\overline{\beta}$ ad $\overline{\gamma}$. *Explicatio*, ut supra. *Solutio τῶν ἐνστάσεων*. *Tertius*. Si magnitudo $\overline{\alpha}$, non est æqualis magnitudini $\overline{\beta}$: non erit proportio magnitudinis $\overline{\alpha}$ ad $\overline{\gamma}$, ea quæ magnitudinis $\overline{\beta}$ ad magnitudinem $\overline{\gamma}$. Sed est proportio magnitudinis $\overline{\alpha}$ ad $\overline{\gamma}$ ea, quæ magnitudinis $\overline{\beta}$ ad $\overline{\gamma}$. Ergo, Magnitudo $\overline{\alpha}$ est ęqualis magnitudini $\overline{\beta}$. *Explicatio*. Maior est nota ex superioribus syllogismis. Minor est ὑπόθεσις.

Ἔκθεσις altera.

Examen, & quæ sequuntur, ut supra.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi tres.

Primus. Magnitudo eadem ad minorē magnitudinum inæqualium, maiorē habet proportionem, quàm ad maiorem. Magnitudo α est maior magnitudine β, & est alia quædam magnitudo γ. Ergo, Proportio magnitudinis γ ad α est maior, quàm magnitudinis γ ad magnitudinem β. *Explicatio*, & quæ sequuntur, ut supra, &c. *Secundus.* Magnitudo eadem ad minorem, &c. ut supra. Magnitudo α est minor magnitudine β. Et est alia quædam magnitudo γ. Ergo, Proportio magnitudinis γ ad α est maior, quā magnitudinis γ ad β. *Explicatio*, ut supra. *Tertius.* Si magnitudo α, non est æqualis magnitudini β: non erit proportio magnitudinis γ, ad α, ea, quæ magnitudinis γ, ad β. Sed est magnitudinis γ, ad α proportio ea, quę magnitudinis γ, ad β. Magnitudo igitur α, est æqualis magnitudini β. *Explicatio*, ut supra. τὸ συμπέρασμα. Magnitudines igitur ad eandem, &c.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι, πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν.

Quæ ex magnitudinibus ad eandem proportionē habēt: ea quę maiorem habet proportionem, illa est maior: & ad quam eadem maiorem habet proportionem, ea est minor.

EXAMEN.

Magnitudo α, aut est æqualis magnitudini β, aut maior, aut minor.

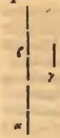
αἱ ἐνστάσεις δύο ἡ πρώτη.

Quid si sit æqualis magnitudo α magnitudini β. ὑπόθεσις. Fingamus igitur magnitudinem α, æqualē esse magnitudini β.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

Primus. Magnitudines æquales ad eandē, eandem habent proportionem. Magnitudo α est æqualis magnitudini β, & est alia quędam magnitudo γ. Ergo, Proportio magnitudinis α ad γ est ea, quæ magnitudinis β ad magnitudinem γ. *Explicatio.* Maior est propositio septima. Minor est ὑπόθεσις τῆς ἐνστάσεως. Solutio τῆς ἐνστάσεως.



Secundus. Si magnitudo α est æqualis magnitudini β: erit proportio magnitudinis α, ad γ, ea, quæ magnitudinis β, ad γ. Sed nō est proportio magnitudinis α, ad γ, ea, quæ magnitudinis β, ad γ. Ergo, Magnitudo α, non est æqualis magnitudini β. *Explicatio.* Maior est nota ex syllogismo superiore. Minor est ὑπόθεσις. Ἔνστασις ἡ δευτέρα. Quid si magnitudo α, sit minor magnitudine β. ὑπόθεσις. Fingamus igitur magnitudinem α, esse minorem magnitudine β. *Tertius.* Magnitudinum inæqualium, maior ad eandem, maiorem habet proportionem, quàm minor. Magnitudo α, est minor magnitudine β. Ergo, Magnitudinis α, ad γ, minor est proportio, quam magnitudinis β, ad γ. *Explicatio.* Maior est &c. ut supra. Minor est propositio octaua. ὑπόθεσις τῆς ἐνστάσεως. Solutio τῆς ἐνστάσεως. *Quartus.* Si magnitudo α, est minor magnitudine β: erit proportio magnitudinis α, ad γ, minor proportione magnitudinis β, ad γ. Sed proportio magnitudinis α, ad γ, non est minor proportione magnitudinis β, ad magnitudinem γ. Ergo, Magnitudo α, non est minor, magnitudine β. *Explicatio.* Maior est nota ex syllogismo tertio. Minor est ὑπόθεσις. *Quintus.* Magnitudo α, uel est æqualis magnitudini β, uel minor ea, uel maior. Sed magnitudo α, non est æqualis magnitudini β: neque etiā minor, quàm β. Ergo, Magnitudo α, est maior magnitudine β. *Explicatio.* Maior est nota per se. Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi: posterior syllogismi quarti.

Ἔκθεσις altera.

Examen. Magnitudo α, aut est æqualis magnitudini β, aut minor quàm β, aut maior. αἱ ἐνστάσεις δύο. ἡ πρώτη. Quid si magnitudo β, sit æqualis magnitudini α? ὑπόθεσις. Fingamus igitur magnitudinem β, esse æqualem magnitudini α. Ἀπόδειξις. *Sextus.* Magnitudo eadem, ad magnitudines æquales, eandem habet proportionem. Magnitudo β, est æqualis magnitudini α. Ergo, Ma-

gnitudinis γ, ad β, proportio est ea, quæ magnitudinis γ, ad magnitudinem α. *Explicatio.* Maior est propositio septima. Minor est ὑπόθεσις τῆς σὺστάσεως. *Solutio* τῆς σὺστάσεως. *Septimus:* Si magnitudo β, est æqualis magnitudini α: erit proportio magnitudinis γ: ad magnitudinem ϛ, ea, quæ magnitudinis γ, ad α. Sed proportio magnitudinis γ, ad magnitudinem β, non est ea, quæ magnitudinis γ, ad magnitudinem α. Ergo, Magnitudo β, non est æqualis magnitudini α. *Explicatio.* Maior est nota ex syllogismo sexto. Minor est ὑπόθεσις. *Εὐγχοῦ δευτέρα.* Quid si magnitudo β, sit maior magnitudine α. *ὑπόθεσις.* Fingamus igitur magnitudinem β, esse maiorem magnitudine α. *Ἀπόδειξις.* *Octauus.* Magnitudo eadem, ad maiorem magnitudinum inæqualium, maiorem habet proportionem, quàm ad maiorem. Magnitudo ϛ, est maior magnitudine α. Ergo, Magnitudinis γ, ad β, proportio est minor quã magnitudinis γ, ad magnitudinem α. *Explicatio.* Maior est propositio octaua. Minor est ὑπόθεσις τῆς σὺστάσεως. *Solutio* τῆς σὺστάσεως. *Nonus.* Si magnitudo ϛ, est maior magnitudine α: erit proportio magnitudinis γ, ad magnitudinem ϛ, minor proportione magnitudinis γ, ad magnitudinem α. Sed proportio magnitudinis γ, ad magnitudinem β, non est minor proportione magnitudinis γ, ad magnitudinem α. Ergo, Magnitudo ϛ, non est maior magnitudine α. *Explicatio.* Maior est nota ex syllogismo octauo. Minor est ὑπόθεσις. *Decimus.* Magnitudo β, aut est æqualis magnitudini α, aut maior, aut minor. Sed magnitudo β, non est æqualis magnitudini α: neque etiam maior magnitudine α. Ergo, Magnitudo ϛ, est minor magnitudine α. *Explicatio.* Maior est nota per se. Minoris pars prior est conclusio syllogismi septimi. Posterior est conclusio syllogismi noni. τὸ συμπέρασμα. Quæ igitur ex magnitudinibus &c.

PROPOSITIO XI.

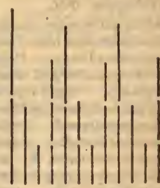
Theorema.

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγοι οἱ αὐτοὶ: ϗ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Quæ eidem proportioni sunt eædem: illæ etiam inter se sunt eædem.

ἡ κατασκευή.

Sumantur magnitudinum α γ, γ ι, æqualiter multiplices magnitudines, ι, ϛ, κ. Et magnitudinũ β, δ, ζ, æqualiter multiplices magnitudines, λ, μ, ν.



Syllogismi sex.

ἡ ἀπόδειξις.

Primus. Quæcunque quatuor magnitudines in eadem sunt proportione, prima ad secundam: & tertia ad quartam: earum æqualiter multiplices primæ & tertiæ, æqualiter multiplicibus secundæ & quartæ, in quauis multiplicatione, uel simul sunt maiores, uel simul minores, uel simul æquales. Magnitudinis α, ad magnitudinem ϛ, est proportio ea, quæ magnitudinis γ, ad magnitudinem δ. Deinde primæ & tertiæ, hoc est, α, & γ, æqualiter sunt multiplices magnitudines ν, & θ. Item secundæ & quartæ, hoc est, ϛ, & δ, æqualiter sunt multiplices magnitudines λ, & μ. Ergo, Si magnitudo ν, est maior magnitudine λ: erit etiam magnitudo θ, maior magnitudine μ. Et si magnitudo ν, est minor magnitudine λ: erit etiam θ, minor μ. Et si magnitudo ν, est æqualis magnitudini λ: erit etiam magnitudo θ, æqualis magnitudini μ. *Explicatio.* Maior est ἀντιστροφὴ definitionis quintæ. Minoris pars prima est ὑπόθεσις. Posterior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus,* ut supra. Magnitudinis γ, ad δ, est proportio ea, quæ magnitudinis ι, ad magnitudinem ζ. Deinde primæ & tertiæ, hoc est, γ, & ι, æqualiter multiplices sunt magnitudines θ, & κ. Item secundæ & quartæ, hoc est, δ, & ζ, æqualiter sunt multiplices magnitudines μ, & ν. Ergo, Si magnitudo θ, est maior magnitudine μ: erit etiam magnitudo κ, maior magnitudine ν. Et si magnitudo θ, est minor magnitudine μ: erit etiã magnitudo κ, minor ν. Et, si θ, est æqualis μ: erit etiam κ, æqualis ν. *Explicatio,* ut supra. *Tertius.* Maior est lemma, quod in fine

in fine huius propositionis reperies. Si magnitudo $\bar{\kappa}$, est maior $\bar{\lambda}$: erit etiam magnitudo $\bar{\theta}$, maior magnitudine $\bar{\mu}$. Et, si magnitudo $\bar{\theta}$, est maior magnitudine $\bar{\mu}$: erit etiam magnitudo $\bar{\kappa}$, maior $\bar{\nu}$. *Ergo*, Si magnitudo $\bar{\kappa}$, est maior $\bar{\lambda}$: erit etiam magnitudo $\bar{\kappa}$, maior magnitudine $\bar{\nu}$. *Explicatio*. Maior est lemma. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est conclusio syllogismi secundi. *Quartus*. Maior est lemma. Si magnitudo $\bar{\kappa}$, est minor magnitudine $\bar{\lambda}$: erit etiam magnitudo $\bar{\theta}$, minor magnitudine $\bar{\mu}$. Et si magnitudo $\bar{\theta}$, est minor $\bar{\mu}$: erit etiã magnitudo $\bar{\kappa}$, minor $\bar{\nu}$. *Ergo*, Si magnitudo $\bar{\kappa}$, est minor magnitudine $\bar{\lambda}$: erit etiam $\bar{\kappa}$, minor $\bar{\nu}$. *Explicatio*, ut in syllogismo tertio. *Quintus*. Maior est lemma. Si magnitudo $\bar{\kappa}$, est æqualis magnitudini $\bar{\lambda}$: erit etiam magnitudo $\bar{\theta}$, æqualis $\bar{\mu}$. Et, si magnitudo $\bar{\theta}$, est æqualis magnitudini $\bar{\mu}$: erit etiam magnitudo $\bar{\kappa}$, æqualis magnitudini $\bar{\nu}$. *Explicatio*, ut supra in syllogismo tertio. *Sextus*. Quarumcunque quatuor magnitudinum &c. ut supra in syllogismo tertio, propositionis septimæ. Magnitudinum quatuor $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\iota}$, $\bar{\zeta}$, æqualiter multiplices primæ & tertiæ, æqualiter multipliciũ secundæ & quartæ, in quauis multiplicatione, uel simul sunt maiores, uel minores, uel æquales. *Ergo*, Magnitudinis $\bar{\alpha}$, ad $\bar{\beta}$, est proportio ea, quæ magnitudinis $\bar{\iota}$, ad magnitudinem $\bar{\zeta}$. *Explicatio*. Maior est definitio quinta. Minor est nota ex conclusionibus syllogismorum, tertij, quarti, & quinti. *τὸ συμπέρασμα.* Quæ igitur eidem proportioni &c.

Lemma primum.

Si magnitudo $\bar{\kappa}$, est maior magnitudine $\bar{\lambda}$: erit etiam magnitudo $\bar{\theta}$, maior magnitudine $\bar{\mu}$. Et, si magnitudo $\bar{\theta}$, est maior magnitudine $\bar{\mu}$: erit etiam magnitudo $\bar{\kappa}$, maior magnitudine $\bar{\nu}$.

ἡ ἔκθεσις.

Sit magnitudo $\bar{\kappa}$, maior magnitudine $\bar{\lambda}$. *ὁ διορισμός.* Dico quod etiam magnitudo $\bar{\theta}$, est maior magnitudine $\bar{\mu}$: & magnitudo $\bar{\kappa}$: maior magnitudine $\bar{\nu}$.

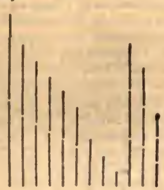
ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi duo.

Primus. Si magnitudo $\bar{\kappa}$, est maior magnitudine $\bar{\lambda}$: erit etiam magnitudo $\bar{\theta}$, maior magnitudine $\bar{\mu}$. Sed magnitudo $\bar{\kappa}$, est maior magnitudine $\bar{\lambda}$. *Ergo*, Magnitudo $\bar{\theta}$, est maior magnitudine $\bar{\mu}$. *Explicatio*. Maior est conclusio syllogismi primi. Minor est *ὑπόθεσις*. *Secundus*. Si magnitudo $\bar{\theta}$, est maior magnitudine $\bar{\mu}$: erit etiam magnitudo $\bar{\kappa}$, maior magnitudine $\bar{\nu}$. Sed magnitudo $\bar{\theta}$, est maior magnitudine $\bar{\mu}$. *Ergo*, Magnitudo $\bar{\kappa}$, est maior magnitudine $\bar{\nu}$. *Explicatio*. Maior est conclusio syllogismi secundi. Minor est conclusio syllogismi præcedentis. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur &c. Reliqua duo lemmata similem habent demonstrationem.

PROPOSITIO XII.
Theorema.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον· ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων· οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα, πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

Si fuerint magnitudines quotlibet proportionales: erit quemadmodum una præcedentium, ad unam sequentium: sic omnes præcedentes ad omnes sequentes.



κ θ η α γ ι β δ ζ λ μ ν

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi quatuor.

Primus. Quæcunque magnitudines sunt proportionales: earum æqualiter multiplices præcedentium, æqualiter multiplicibus sequentium, in quauis multiplicatione, uel simul sunt maiores, uel simul minores, uel simul æquales. Magnitudinis $\bar{\alpha}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$, ea est proportio, quæ magnitudinis $\bar{\gamma}$, ad magnitudinem $\bar{\delta}$: & magnitudinis $\bar{\iota}$, ad magnitudinem $\bar{\zeta}$. Deinde magnitudinum præcedentium $\bar{\alpha}$, $\bar{\gamma}$, $\bar{\iota}$, æqualiter multiplices magnitudines sunt $\bar{\kappa}$, $\bar{\theta}$, $\bar{\eta}$. Item magnitudinum sequentium $\bar{\beta}$, $\bar{\delta}$, $\bar{\zeta}$, æqualiter

multiplices magnitudines sunt λ, μ, ν. Ergo, Si magnitudo κ, est maior magnitudine λ: erit etiã magnitudo θ, maior magnitudine μ: & magnitudo κ, maior magnitudine ν. Et, si magnitudo κ, est minor λ: erit etiam magnitudo θ, minor magnitudine μ: & κ, minor ν. Et, si magnitudo κ, est æqualis magnitudini λ: erit etiam magnitudo θ, æqualis magnitudini μ: & magnitudo κ, æqualis magnitudini ν. *Explicatio.* Maior est nota ex conuersione definitionis quintæ. Minor est nota ἐκ τῆς ὑποθέσεως, καὶ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Si æqualibus addita fuerint æqualia, etiam quæ fiunt erunt æqualia. Vel, si inæqualibus inæqualia fuerint addita, quæ fiunt, erũt inæqualia. Si magnitudo κ, est maior magnitudine λ: erit etiam magnitudo θ, maior magnitudine μ: & magnitudo κ, maior magnitudine ν. Et, si magnitudo κ, est minor magnitudine λ: erit etiam magnitudo θ, minor μ: & magnitudo κ, minor ν. Et, si magnitudo κ, est æqualis magnitudini λ: erit etiã magnitudo θ, æqualis magnitudini μ: & κ, æqualis ν. Ergo, Si magnitudo κ, est maior magnitudine λ: erũt etiam magnitudines κ, θ, κ, maiores magnitudinibus λ, μ, ν. Et, si magnitudo κ, est minor magnitudine λ: erũt etiam magnitudines κ, θ, κ, minores magnitudinibus λ, μ, ν. Et, si magnitudo κ, est æqualis magnitudini λ: erunt etiam magnitudines κ, θ, κ, æquales magnitudinibus λ, μ, ν. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια, & lemma. Minor est conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Si fuerint quotlibet magnitudines &c. ut propositio prima. Magnitudines κ, θ, κ, sunt magnitudinũ α, γ, ε, æqualiter multiplices: & magnitudines λ, μ, ν, sunt magnitudinũ β, δ, ζ, æqualiter multiplices. *Ergo,* Quotduplex est magnitudo κ, magnitudinis α: totduplex est magnitudo, quæ ex κ, θ, κ, magnitudinis quæ ex α, γ, ε: & quotduplex est magnitudo λ, magnitudinis β: totduplex erit magnitudo, quæ ex λ, μ, ν, magnitudinis, quæ ex β, δ, ζ. *Explicatio.* Maior est propositio prima. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Quartus.* Vt in syllogismo tertio, propositionis septimæ. Magnitudinum quatuor α, β, eius quæ ex α, γ, ε, eius quæ ex β, δ, ζ, æqualiter multiplices magnitudines primæ & tertiæ κ, & quæ ex κ, θ, κ, æqualiter multiplicibus secũdæ & quartæ λ, & quæ ex λ, μ, ν, in quauis multiplicatione, uel simul sunt maiores, uel simul minores, uel simul æquales. Ergo, Magnitudinis α, ad magnitudinem β, est proportio ea quæ magnitudinis ex α, γ, ε, ad magnitudinem ex β, δ, ζ. *Explicatio.* Maior est definitio quinta. Minoris pars prior est nota ex cõclusione syllogismi tertij. Posterior est nota ex conclusione syllogismi secundi. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur fuerint magnitudines, &c.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον: καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Si magnitudo prima ad secũdam, eam habuerit proportionem, quàm tertia ad quartã: tertia uerò ad quartam maiorem habuerit proportionem, quàm quinta ad sextam: tum etiam prima ad secundam maiorẽ habebit proportionem, quàm quinta ad sextam.

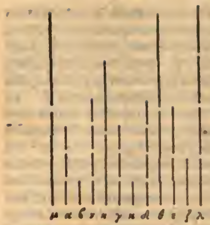
Occupatio, Examen.

Syllogismus. Quarũcunq; quatuor magnitudinũ, maior est proportio primæ ad secundã, quàm tertiæ ad quartam: illarũ sunt aliquæ, æqualiter multiplices primæ & tertiæ. Item aliquæ æqualiter multipliciter secundæ & quartæ: ita ut multiplex primæ sit maior, quàm multiplex secundæ: multiplex uero tertiæ non maior, quàm multiplex quartæ. Proportio magnitudinis γ ad magnitudinẽ δ, est maior, quã proportio magnitudinis ε, ad magnitudinẽ ζ. *Ergo,* Sũt aliquæ magnitudines, æqualiter multiplices magnitudinũ γ & ε. Item, aliquæ æqualiter multiplices magnitudinũ δ & ζ: ita, ut multiplex magnitudinis γ sit maior, quàm multiplex magnitudinis δ: multiplex uero magnitudinis ε, non sit maior, quàm multiplex magnitudinis ζ. *Explicatio.* Maior est ἀντιστροφὴ definitionis septimæ. Minor est ὑπόθεσις. ἡ κατασκευή. Sumantur magnitudinum γ ε æqualiter multiplices, &c.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi tres.

Primus. Quæcunque quatuor magnitudines in eadem sunt proportione, prima ad secundam,



cundam, & tertia ad quartam, earum æqualiter multiplices primæ & tertiæ, æqualiter multiplicibus secundæ & quartæ: in quauis multiplicatione, uel simul sunt maiores, uel simul minores, uel simul æquales. Magnitudinis α ad magnitudinem β, est proportio ea, quæ magnitudinis γ ad magnitudinem δ. Deinde primæ & tertiæ, hoc est, α & γ æqualiter multiplices magnitudines sunt μ & ν. Item secundæ & quartæ, hoc est, β & δ, æqualiter multiplices magnitudines sunt ν & κ. *Ergo*, Si magnitudo μ est maior magnitudine ν: erit etiam magnitudo ν, maior magnitudine κ. Et, Si magnitudo μ, est minor magnitudine ν: erit etiam magnitudo ν, minor magnitudine κ. Et, si magnitudo μ, est æqualis magnitudini ν: erit etiã magnitudo ν, æqualis magnitudini κ. *Explicatio.* Maior est definitio quinta. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς καὶ τῆς ὑποθέσεως. *Secundus.* Si magnitudo ν fuerit maior magnitudine κ: erit etiam magnitudo μ maior magnitudine ν. Sed magnitudo ν est maior magnitudine κ. *Ergo*, Magnitudo μ, est maior magnitudine ν. *Explicatio.* Maior est conclusio syllogismi primi. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Tertius.* Quarumcunque quatuor magnitudinum primæ & tertiæ, æqualiter multiplices magnitudines, æqualiter multiplicibus magnitudinibus secundæ & quartæ, non sunt simul maiores, hoc est, Si multiplex primæ sit maior, quàm multiplex secundæ: multiplex uero tertiæ non sit maior, quã multiplex quartæ: illarum prima ad secundã maiorem dicitur habere proportionẽ, quàm tertia ad quartam. Magnitudinum quatuor α, β, ι, ζ, æqualiter multiplices magnitudines primæ & tertiæ sunt μ & δ. Item secundæ & quartæ æqualiter multiplices magnitudines sunt ν & λ: & magnitudo μ est maior magnitudine ν. Magnitudo uero δ non est maior magnitudine λ. *Ergo*, Magnitudinis α ad magnitudinem β maior est proportio, quàm magnitudinis ι ad magnitudinem ζ. *Explicatio.* Maior est definitio septima. Minoris partes prima & secunda sunt notæ ἐκ τῆς κατασκευῆς. Tertia est conclusio syllogismi secundi. Quarta est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. τὸ συμπέρασμα. Si igitur magnitudo prima ad secundam &c.

Appendix.

Si magnitudo prima ad magnitudinem secundam, eam habuerit proportionẽ, quàm tertia ad quartam: tertia uero ad quartam, minorem habuerit proportionẽ, quàm quinta ad sextam: tum etiam prima ad secundam maiorem habebit proportionẽ, quam quinta ad sextam.

ἡ ἔκθεσις.

Sit proportio magnitudinis α ad magnitudinẽ β ea, quæ magnitudinis γ ad magnitudinem δ: proportio uerò magnitudinis γ, ad magnitudinem δ, sit minor proportione magnitudinis ι, ad magnitudinem ζ. ὁ διορισμός. Dico quod proportio magnitudinis α, ad magnitudinem β, est minor proportione magnitudinis ι, ad magnitudinem ζ.

Occupatio, Examen.

Syllogismus. Quarumcunque quatuor magnitudinum minor est proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam: illarum sunt aliquæ æqualiter multiplices secundæ & tertię: Ita, ut multiplex primæ, non sit maior quàm multiplex secundæ: multiplex uerò tertię sit maior, quàm multiplex quartæ. Proportio magnitudinis γ, ad magnitudinem δ, est minor, quàm proportio magnitudinis ι, ad magnitudinem ζ. *Ergo*, Sunt aliquæ magnitudines æqualiter multiplices magnitudinum γ, & ι. Item aliquæ æqualiter multiplices magnitudinum δ, & ζ: Ita, ut multiplex magnitudinis γ, non sit maior, quàm multiplex magnitudinis δ: multiplex uerò magnitudinis ι, sit maior, quàm multiplex magnitudinis ζ. *Explicatio.* Maior est ἀντιστροφὴ definitionis septimæ. Minor est ὑπόθεσις. ἡ κατασκευή. Sumantur magnitudinum γ, ι, æqualiter multiplices magnitudines ν, θ. Et magnitudinum aliæ æqualiter multiplices magnitudines κ, λ. Et sit magnitudo ν, non maior magnitudine κ. Magnitudo uerò θ, sit maior magnitudine λ. Reliqua τῆς κατασκευῆς, ut supra, &c.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi tres.

Primus, ut ſupra. *Secundus*. Si magnitudo $\bar{\nu}$, fuerit minor magnitudine $\bar{\kappa}$: erit etiam magnitudo $\bar{\mu}$, minor magnitudine $\bar{\nu}$. Sed magnitudo $\bar{\nu}$, eſt minor magnitudine $\bar{\kappa}$. *Ergo*, Magnitudo $\bar{\mu}$, eſt minor magnitudine $\bar{\nu}$. *Explicatio*, ut ſupra *Tertius*, ut ſupra in ſyllogiſmo tertio, huius propoſitionis. Magnitudinũ quatuor $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\epsilon}$, $\bar{\zeta}$, æqualiter multiplices magnitudines primæ & tertiæ ſunt $\bar{\mu}$, & $\bar{\theta}$: item ſecũdæ & quartę æqualiter multiplices magnitudines ſunt $\bar{\nu}$, & $\bar{\lambda}$. Et magnitudo $\bar{\mu}$, non eſt minor magnitudine $\bar{\nu}$: magnitudo uero $\bar{\theta}$, eſt maior magnitudine $\bar{\lambda}$. *Ergo*, Magnitudinis $\bar{\alpha}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$, minor eſt proportio, quàm magnitudinis $\bar{\epsilon}$, ad magnitudinem $\bar{\zeta}$. *Explicatio*, ut ſupra in ſyllogiſmo tertio huius propoſitionis.

PROPOSITIO XIIII.

Theorema.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον· καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Si magnitudo prima ad ſecundam eam habuerit proportionem, quàm tertia ad quartam: & ſi prima fuerit maior quam tertia, etiam ſecunda maior erit quàm quarta: & ſi ęqualis, æqualis: & ſi minor, minor.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi tres.

α β γ δ

Primus. Magnitudinum inæqualium maior ad eandem, maiorem habet proportionem, quàm minor. Magnitudo $\bar{\alpha}$, eſt maior magnitudine $\bar{\gamma}$, & eſt alia quædam magnitudo $\bar{\beta}$. *Ergo*, Magnitudinis $\bar{\alpha}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$, maior eſt proportio, quàm magnitudinis $\bar{\gamma}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$. *Explicatio*. Maior eſt propoſitio octaua. Minor eſt ὑπόθεσις. *Secundus*. Si magnitudo prima &c. ut propoſitio decima tertia. Porportio magnitudinis $\bar{\gamma}$, ad magnitudinem $\bar{\delta}$, eſt ea, quæ magnitudinis $\bar{\alpha}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$. Sed proportio magnitudinis $\bar{\alpha}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$, eſt maior, quam proportio magnitudinis $\bar{\gamma}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$. *Ergo*, Proportio magnitudinis $\bar{\gamma}$, ad magnitudinẽ $\bar{\delta}$, eſt maior, quàm magnitudinis $\bar{\gamma}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$. *Explicatio*. Maior eſt propoſitio decima tertia Minoris pars prior eſt ὑπόθεσις. Poſterior eſt concluſio ſyllogiſmi primi. *Tertius*. Ad quam eadem magnitudo, maiorem habet proportionem, illa eſt minor. Proportio magnitudinis $\bar{\gamma}$, ad magnitudinem $\bar{\delta}$, eſt maior, quàm proportio magnitudinis $\bar{\gamma}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$. *Ergo*, Magnitudo $\bar{\delta}$, eſt minor magnitudine $\bar{\beta}$. Hoc eſt, magnitudo $\bar{\beta}$, eſt maior magnitudine $\bar{\delta}$. *Explicatio*. Maior eſt propoſitio decima. Minor eſt concluſio ſyllogiſmi ſecundi.

ἡ ἔκθεσις ſecunda. ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi tres.

Primus. Magnitudines æquales ad eandẽ eandem habent proportionem. Magnitudo $\bar{\alpha}$, eſt æqualis magnitudini $\bar{\gamma}$: & eſt alia quædam magnitudo $\bar{\beta}$. *Ergo*, Proportio magnitudinis $\bar{\alpha}$, ad magnitudinẽ $\bar{\beta}$, eſt ea, quæ magnitudinis $\bar{\gamma}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$. *Explicatio*. Maior eſt propoſitio ſeptima. Minor eſt ὑπόθεσις. *Secundus*. Quæ eidem proportioni ſunt eædem: illæ etiam inter ſe ſunt eadem. Proportio magnitudinis $\bar{\gamma}$, ad magnitudinem $\bar{\delta}$, eſt ea, quæ magnitudinis $\bar{\alpha}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$. Et proportio magnitudinis $\bar{\alpha}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$, eſt ea, quæ magnitudinis $\bar{\gamma}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$. *Ergo*, Proportio magnitudinis $\bar{\gamma}$, ad magnitudinem $\bar{\delta}$, eſt ea, quæ magnitudinis $\bar{\gamma}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$. *Explicatio*. Maior eſt propoſitio undecima. Minoris pars prior eſt ὑπόθεσις. Poſterior eſt concluſio ſyllogiſmi primi. *Tertius*. Ad quas eadem magnitudo eandem habet proportionem: illæ ſunt æquales inter ſe. Proportio magnitudinis $\bar{\gamma}$, ad magnitudinem $\bar{\delta}$, eſt ea quæ magnitudinis $\bar{\gamma}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$. *Ergo*, Magnitudo $\bar{\delta}$, eſt æqualis magnitudini $\bar{\beta}$. *Explicatio*. Maior eſt propoſitio nona. Minor eſt concluſio ſyllogiſmi ſecundi.

Ἔκθεσις tertia: ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi tres.

Primus. Magnitudinum inæqualium minor ad eandem, minorem habet proportionem,

nem quàm maior. Magnitudo α, est minor magnitudine γ, Et est alia quædam magnitudo β. *Ergo*, Proportio magnitudinis α, ad magnitudinem β, est minor, quàm magnitudinis γ, ad magnitudinē β. *Explicatio.* Maior est propos. 8. Minor est ὑπόθεσις. *Secūdus.* Si magnitudo prima ad secundā eam habuerit proportionem, quàm tertia ad quartam: tertia uerò minorem ad quartam habuerit proportionem, quàm quinta ad sextam: tum etiam prima ad secundam minorem habebit proportionē, quàm quinta ad sextam. Proportio magnitudinis γ, ad magnitudinem δ, est ea, quæ magnitudinis α, ad magnitudinem β. Sed proportio magnitudinis α, ad magnitudinem ζ, est minor, quàm magnitudinis γ, ad magnitudinem β. *Ergo*, Proportio magnitudinis γ, magnitudinem δ, est minor quàm magnitudinis γ, ad magnitudinem ζ. *Explicatio.* Maior est appendix propositionis decimætertiæ. Minoris pars prior est ὑπόθεσις. Posterior est conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Ad quam eadem magnitudo, maiorem habet proportionem: illa est minor. Proportio magnitudinis γ, ad magnitudinem β, est maior, quàm magnitudinis γ, ad magnitudinem δ. *Ergo*, Magnitudo β, est minor magnitudine δ. *Explicatio.* Maior est propositio decima. Minor est conclusio syllogismi secundi. τὸ συμπέρασμα. Si igitur magnitudo prima ad secundam, &c.

PROPOSITIO XV.

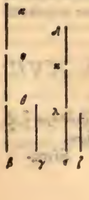
Theorema.

ΤΑ μέρη, τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ληφθέντα καταλληλα.

Partes inter se collatæ, eam habēt proportionem, quàm suæ æqualiter multiplices.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi sex.



Primus. Magnitudines æqualiter multiplices, continent partes multitudine æquales. Magnitudo αβ, est æqualiter multiplex magnitudinis γ. Et magnitudo δι, magnitudinis ζ. *Ergo*, Multitudo magnitudinum αε, εθ, θβ, est æqualis multitudini magnitudinū δκ, κλ, λι. *Explicatio.* Maior est per se. Minor est ὑπόθεσις. *Secundus.* Aequales magnitudines ad eandē, eandem habent proportionem. Magnitudo αε, est æqualis magnitudini κθ: & est alia quædam magnitudo δκ. *Ergo*, Proportio magnitudinis αε ad magnitudinē δκ, est ea, quę magnitudinis κθ, ad magnitudinē δκ. *Explicatio* Maior est propos. 7 Minor est nota ἐν τῆς ὑπερκειμένης, καὶ τῆς ὑποθέσεως. *Tertius.* Magnitudo eadem ad magnitudines æquales, eandem habet proportionem. Magnitudo δκ, est æqualis magnitudini κλ: & est alia quædam magnitudo κθ. *Ergo*, Proportio magnitudinis κθ, ad magnitudinem δκ, est ea, quæ magnitudinis κθ, ad magnitudinem κλ. *Explicatio*, ut supra. *Quartus.* Quæ eidem proportioni sunt eædem: illæ etiam inter se sunt eædem. Proportio magnitudinis αε, ad magnitudinem δκ, est ea, quæ magnitudinis κθ, ad magnitudinem δκ. Et proportio magnitudinis κθ, ad magnitudinem δκ, est ea, quæ magnitudinis κθ, ad magnitudinem κλ. *Ergo*, Proportio magnitudinis αε, ad magnitudinem δκ, est ea, quæ magnitudinis κθ, ad magnitudinem κλ. *Explicatio.* Maior est propositio undecima. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est conclusio syllogismi secundi. NOTA. Ex syllogismo primo demonstrabis, quod proportio magnitudinis εθ, ad κλ, est ea, quæ magnitudinis θζ, ad magnitudinem κλ. Ex syllogismo secundo demonstrabis, quod proportio magnitudinis θβ, ad magnitudinem κλ, est ea, quæ magnitudinis θβ, ad magnitudinem λι. Ex syllogismo tertio demonstrabis, quod proportio magnitudinis εθ, ad magnitudinem κλ, est ea, quæ magnitudinis θζ, ad magnitudinem λι. Et sic manifestum fiet quod proportio magnitudinis αε, ad magnitudinem δκ, est ea, quæ magnitudinis κθ, ad magnitudinem κλ: & magnitudinis θβ, ad magnitudinem λι. *Quintus.* Si fuerint magnitudines quotlibet proportionales: erit quemadmodum una præcedentium, ad unam sequentium: sic omnes præcedentes ad omnes sequentes. Proportio magnitudinis αε, ad magnitudinem δκ, est ea, quæ magnitudinis εθ, ad magnitudinem κλ: & magnitudinis θβ, ad magnitudinem λι. *Ergo*, Proportio magnitudinis αε, ad magnitudinem δκ, est ea, quæ magnitudinis αβ, ad magnitudinem δι. *Explicatio.* Maior est propositio duodecima. Minoris pars prior est conclusio syl-

logismi tertij. Posterior est nota ex sequentibus iam syllogismis. NOTA. Ex syllogismo primo αη, ad ϛκ: ut γ, ad δκ. Ex syllogismo secundo, γ, ad ϛκ: ut γ, ad ζ. Ex syllogismo tertio αη, ad δκ: ut γ, ad ζ. *Sextus.* Quæ eidem proportioni sunt eædem: illæ etiam inter se sunt eædem. Proportio magnitudinis γ, ad magnitudinẽ ζ, est ea, quæ magnitudinis αη, ad magnitudinem ϛκ. Et proportio magnitudinis αη, ad magnitudinem δκ, est ea, quæ magnitudinis αβ, ad magnitudinem ϛι. *Ergo,* Proportio magnitudinis γ, ad magnitudinem ζ, est ea, quæ magnitudinis αβ, ad magnitudinem ϛι. *Explicatio.* Maior est propositio undecima. Minoris pars prior est nota ex his, quæ præcedunt hunc syllogismum. Posterior est cõclusio syllogismi quarti. τὸ συμπέρασμα. Partes igitur inter se collatæ, &c.

PROPOSITIO XVI.
Theorema.

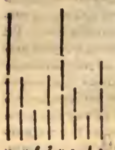
+ major

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη, ἀνάλογον ᾖ, ἐναλλὰξ, ἀνάλογον ἔσται.

Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, etiam erunt proportionales alternatim.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi sex.



Primus. Partes inter se collatæ eam habent proportionem, quam suæ æqualiter multiplices. Magnitudinum α, ϛ, æqualiter multiplices magnitudines sunt ι, ζ. *Ergo,* Proportio magnitudinis ι, ad magnitudinem ζ, est ea, quæ magnitudinis α, ad magnitudinem ϛ. *Explicatio.* Maior est propositio decima quinta. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Διὰ τὰ αὐτὰ est proportio magnitudinis η, ad magnitudinem θ, ea, quæ magnitudinis γ, ad magnitudinem δ. *Tertius.* Quæ eidẽ proportioni sunt eadem: illæ etiam inter se sunt eædem. Proportio magnitudinis ι, ad magnitudinem ζ, est ea, quæ magnitudinis α, ad magnitudinem β. Et proportio magnitudinis α, ad magnitudinem β, est ea, quæ magnitudinis γ, ad magnitudinem δ. *Ergo,* Proportio magnitudinis α, ad magnitudinem β, est ea, quæ magnitudinis γ, ad magnitudinem ϛ. *Explicatio.* Maior est propositio undecima. Minoris pars prior est conclusio syllogismi primi. Posterior est ὑπόθεσις. *Quartus.* Quæ eidem proportioni &c. Proportio magnitudinis ι, ad magnitudinem ζ, est ea, quæ magnitudinis γ, ad magnitudinem δ. Et proportio magnitudinis γ, ad magnitudinem δ, est ea quæ magnitudinis η, ad magnitudinem θ. *Ergo,* Proportio magnitudinis ι, ad magnitudinem ζ, est ea quæ magnitudinis η, ad magnitudinem θ. *Explicatio.* Maior est propositio decima quinta. Minoris pars prior est conclusio syllogismi tertij. Posterior est conclusio syllogismi secundi. *Quintus.* Si magnitudo prima ad secundam &c. ut propositio decima quarta. Proportio magnitudinis ι, ad magnitudinem ζ, est ea, quæ magnitudinis η, ad magnitudinem θ. *Ergo,* Si magnitudo ι, fuerit maior magnitudine η: erit etiam magnitudo ζ, maior magnitudine θ. Et, si æqualis fuerit: etiam erit æqualis, sin autem minor fuerit: etiam erit minor. *Explicatio.* Maior est propositio decimaquarta. Minor est conclusio syllogismi quarti. *Sextus.* Quarumcunque quatuor magnitudinum primæ & tertiæ, æqualiter multiplices magnitudines, æqualiter multiplicibus magnitudinibus secundæ & quartæ, in quauis multiplicatione, uel simul sunt maiores, uel simul minores, uel simul æquales inter se collatæ: illæ in eadem proportione esse dicuntur, prima ad secundã, & tertia ad quartam: Magnitudinum quatuor α, γ, β, δ, æqualiter multiplices magnitudines primæ & tertiæ, æqualiter multiplicibus magnitudinibus secundæ & quartæ, in quauis multiplicatione uel simul sunt maiores, uel minores, uel æquales. *Ergo,* Proportio magnitudinis α, ad γ, est ea, quæ magnitudinis β, ad magnitudinem δ. *Explicatio.* Maior est definitio quinta. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς: & conclusione syllogismi quinti. τὸ συμπέρασμα. Si igitur quatuor magnitudines, &c.

PROPOSITIO XVII.
Theorema.

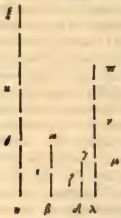
Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη, ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Si ma-

Si magnitudines coniunctæ fuerint proportionales: etiam separatæ erunt proportionales.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi decem.



Primus. Si fuerint quotlibet magnitudines &c. ut propositio prima. Magnitudines ηθ, θκ, magnitudinũ αε, εβ, sunt æqualiter multiplices. Ergo, Quotduplex est magnitudo ηθ, magnitudinis αε: totduplex est magnitudo ηκ, magnitudinis αβ, *Explicatio.* Maior est propositio prima. Minor est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Secundus.* Quæ eidem sunt æqualia &c. Numerus à quo magnitudo ηκ, dicitur multiplex magnitudinis αβ, est æqualis numero, à quo magnitudo λμ, dicitur multiplex magnitudinis γζ. Et numerus, à quo magnitudo λν, dicitur multiplex magnitudinis γδ, etiam est æqualis numero, à quo magnitudo λμ, dicitur multiplex magnitudinis γζ. *Ergo,* Numerus, à quo magnitudo ηκ, dicitur multiplex magnitudinis αβ, est æqualis numero, à quo magnitudo λν, dicitur multiplex magnitudinis γδ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est cõclusio syllogismi secundi. Posterior est conclusio syllogismi tertij. *Quintus.* Si fuerit magnitudo prima &c. ut propositio secunda. Magnitudo θκ, est æqualiter multiplex magnitudinis εβ: & magnitudo μν, magnitudinis ζδ. Item κξ, est æqualiter multiplex magnitudinis εβ: & magnitudo νπ, magnitudinis ζδ. *Ergo,* Magnitudo θξ, est æqualiter multiplex magnitudinis εβ: & magnitudo μπ, magnitudinis ζδ. *Explicatio.* Maior est propositio secunda. Minor est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Sextus.* Quæcunque quatuor magnitudines in eadem sunt proportione, prima ad secundam, & tertia ad quartam: earum æqualiter multiplices primæ & tertiæ, æqualiter multiplicibus secundæ & quartæ, in quauis multiplicatione uel simul sunt maiores, uel simul minores, uel simul æquales. Magnitudinis αβ, ad magnitudinem βε, proportio est ea, quæ magnitudinis γδ, ad magnitudinem δζ. Deinde primæ & tertiæ, hoc est, magnitudinum αβ, γδ, æqualiter multiplices sunt, magnitudines ηκ, λν. Item secundæ & quartæ, hoc est, magnitudinum βε, δζ, æqualiter multiplices sunt magnitudines θξ, μπ. *Ergo,* Si magnitudo ηκ, fuerit maior, magnitudine θξ: erit etiam magnitudo λν, maior magnitudine μπ. Et, si magnitudo ηκ, fuerit minor magnitudine θξ: erit etiam magnitudo λν, minor magnitudine μπ. Et, si magnitudo ηκ, fuerit æqualis magnitudini θξ: erit etiam magnitudo λν, æqualis magnitudini μπ. *Explicatio.* Maior est *ἀντιστροφὴ* definitionis quintæ. Minoris pars prima est *ὑπόθεσις.* Secunda est conclusio syllogismi quarti. Tertia est conclusio syllogismi quinti. *ὑπόθεσις prima.* Si magnitudo ηκ, maior est magnitudine θξ: erit igitur etiam magnitudo λν, maior magnitudine μπ. *Septimus.* Si ab inæqualibus, æqualia fuerint ablata, etiã, quę relinquuntur erunt inæqualia. Magnitudo ηκ, est maior magnitudine θξ, Ex his tolle communem magnitudinem θκ. Item magnitudo λν, est maior magnitudine μπ. Ex his tolle communem magnitudinem μν. *Ergo,* Manet magnitudo ηθ, maior magnitudine κξ, & magnitudo λμ, maior magnitudine νπ. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor est pars conclusionis syllogismi sexti. *ὑπόθεσις secunda.* Sit magnitudo ηκ, minor magnitudine θξ: erit igitur etiam magnitudo λν, minor magnitudine μπ. *Octauus.* Si ab inæqualibus æqualia fuerint ablata: etiam quę relinquuntur erunt inæqualia. Magnitudo ηκ, est minor magnitudine θξ. Ex his tolle communem magnitudinem θκ. Item, magnitudo λν, est minor magnitudine μπ. Ex his tolle communem magnitudinem μν. *Ergo,* Manet magnitudo ηθ, minor magnitudine κξ: & magnitudo λμ, minor magnitudine νπ. *Explicatio,* ut supra &c. *ὑπόθεσις tertia.* Sit magnitudo ηκ, æqualis magnitudini θξ: erit igitur etiam magnitudo λν, æqualis magnitudini μπ. *Nonus.* Si ab æqualibus, æqualia fuerint ablata &c. Magnitudo ηκ, est ęqualis magnitudini θξ. Ex his tolle communem magnitudinem θκ. Item magnitudo λν, est æqualis magnitudini μπ. Ex his tolle communem magnitudinem μν. *Ergo,* Manet magnitudo ηθ, æqualis magnitudini κξ: & magnitudo λμ, æqualis magnitudini νπ. *Explicatio,* ut supra. *Decimus.* Quarumcunque &c. ut supra in syllogismo sexto, propositionis decimæsextæ. Magnitudinum

quatuor αε, εβ, γζ, ζδ, æqualiter multiplices magnitudines primæ & tertiæ, hoc est, ηθ, λμ: æqualiter multiplicibus magnitudinibus secundæ & quartæ, quæ sunt κξ, νπ: in quauis multiplicatione, uel simul sunt maiores, uel simul minores, uel simul æquales. *Ergo*, Proportio magnitudinis αε, ad magnitudinẽ εβ, est ea, quę magnitudinis γζ, ad ζδ. *Explicatio*. Maior est definitio quinta. Minor est nota ex conclusionibus syllogismorum, septimi, octaui, & noni. τὸ συμπέρασμα. Si igitur magnitudines cõiunctę fuerint &c.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη, ἀνάλογον ᾖ: καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Si magnitudines separatæ fuerint proportionales: etiã coniunctæ erũt proportionales.

EXAMEN.

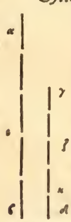
Quæ est proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem βε: ea erit proportio magnitudinis γδ, uel ad ipsam magnitudinem δζ, uel ad aliquam, quæ est maior δζ, uel ad aliquam, quæ est minor, quàm est magnitudo δζ.

αἱ ἐνστάσεις δύο: ἡ πρώτη.

Quid si sit proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem βε, ea, quæ magnitudinis γδ, ad magnitudinem δη, minorẽ, quàm est magnitudo δζ. ὑπόθεσις. Fingamus igitur proportionem magnitudinis αβ, ad magnitudinem βε, esse eam, quæ magnitudinis γδ, ad magnitudinem δη, minorẽ, quam est magnitudo δζ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi nouem.



Primus. Si magnitudines cõiunctæ fuerint proportionales, etiam separatæ, erunt proportionales. Proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem βε, est ea, quæ magnitudinis γδ, ad magnitudinem δκ. *Ergo*, Proportio magnitudinis αε, ad magnitudinem εβ, est ea, quę magnitudinis γκ, ad magnitudinem κδ. *Explicatio*. Maior est propositio decima septima. Minor est ὑπόθεσις τῶν ἐνστάσεων. *Secundus*. Quæ eidem proportioni sunt eædem: illæ etiam inter se sunt eædem. Proportio magnitudinis γζ, ad magnitudinem ζδ, est ea, quæ magnitudinis αε, ad magnitudinem εβ. Et proportio magnitudinis αε, ad magnitudinem εβ, est ea, quæ magnitudinis γη, ad magnitudinem ηδ. *Ergo*, Proportio magnitudinis γζ, ad magnitudinem ζδ, est ea, quæ magnitudinis αε, ad magnitudinem εβ. Et proportio magnitudinis αε, ad magnitudinem εβ, est ea, quæ magnitudinis γη, ad magnitudinem ηδ. *Ergo*, Proportio magnitudinis γζ, ad magnitudinem ζδ, est ea, quæ magnitudinis γη, ad magnitudinem ηδ. *Explicatio*. Maior est propositio undecima. Minoris pars prior est ὑπόθεσις. Posterior est conclusio syllogismi primi. *Tertius*. Si magnitudo prima &c. ut propositio decima quarta. Proportio magnitudinis γκ, ad magnitudinem κδ, est ea, quæ magnitudinis γζ, ad magnitudinem ζδ. Et est magnitudo γη, maior magnitudine γζ. *Ergo*, Magnitudo ηδ, est maior magnitudine ζδ. *Explicatio*. Maior est propositio decimaquarta. Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi. Posterior est nota ex hypothesi τῆς ἐνστάσεως. Nam si magnitudo δη, est maior magnitudine δζ: opus est uicissim magnitudinem γη, esse maiorẽ magnitudine γζ. Quod enim decedit uni: id totũ accedit alteri. *Solutio τῆς ἐνστάσεως*. *Quartus*. Si est proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem βε, ea, quæ est magnitudinis γδ, ad magnitudinẽ δκ, (quæ est minor, quàm δζ,) erit eadem magnitudo δκ, eadem magnitudine δζ, simul maior & minor. Sed eadem magnitudo, eadem magnitudine, non potest simul esse maior, & minor. *Ergo*, Non est proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem βε, ea, quæ magnitudinis γδ, ad magnitudinẽ δη, minorem magnitudine δζ. *Explicatio*. Maior est nota ex hypothesi τῆς ἐνστάσεως, & conclusione syllogismi tertij. Minor est κοινὴ ἔννοια. *Ἔνστασις secunda*. Quid si sit proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem βε, ea, quæ magnitudinis γδ, ad magnitudinem δθ, maiorem, quàm est magnitudo δζ. ὑπόθεσις. Fingamus igitur proportionem magnitudinis αβ, ad magnitudinem βε, esse eam, quæ est magnitudinis γδ, ad magnitudinem δθ, maiorem, quàm est δζ. Ἀπόδειξις. *Quintus*. Si magnitudines coniunctæ fuerint proportionales, etiam separatæ erunt proportionales.

Propor-

Proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem βε, est ea, quæ magnitudinis γδ, ad magnitudinem ζθ. *Ergo*, Proportio magnitudinis αε, ad magnitudinem εβ, est ea, quæ magnitudinis γθ, ad magnitudinem θδ. *Explicatio*, ut supra syllogismo primo. *Sextus*. Quæ eidem proportioni sunt eædem: illæ etiam inter se sunt eædem. Proportio magnitudinis γζ, ad magnitudinem ζδ, est ea, quæ magnitudinis αε, ad magnitudinem εβ. Et proportio magnitudinis αε, ad magnitudinem εβ, est ea, quę magnitudinis γθ, ad magnitudinem θδ. *Ergo*, Proportio magnitudinis γζ, ad magnitudinem ζδ, est ea, quę magnitudinis γθ, ad magnitudinem θδ. *Explicatio*. Maior est propositio undecima. Minoris pars prior est ὑπόθεσις. Posterior est conclusio syllogismi quinti. *Septimus*. Si magnitudo prima, ad magnitudinem &c, ut propositio decima quarta. Proportio magnitudinis γζ, ad magnitudinem ζδ, est ea, quæ magnitudinis γθ, ad magnitudinem θδ. Et est magnitudo γζ, maior magnitudine γθ. *Ergo*, Magnitudo ζδ, est maior magnitudine θδ. *Explicatio*. Maior est decima quarta. Minoris pars prior est conclusio syllogismi sexti. Posterior est ὑπόθεσις τῆς ἐνστάσεως. *Solutio τῆς ἐνστάσεως*. *Octauus*. Si est proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem βε, ea, quæ est magnitudinis γδ, ad magnitudinem δθ, maiorem magnitudine δζ, Erit eadem magnitudo δθ, eadē magnitudine δζ, simul maior & minor. Sed eadem magnitudo, eadem magnitudine, non potest simul esse maior & minor. *Ergo*, Proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem βε, non est ea, quæ proportio magnitudinis γδ, ad magnitudinem δθ, maiorem magnitudine δζ. *Explicatio*. Maior est nota ex hypothesi τῆς ἐνστάσεως, & conclusione syllogismi septimi. Minor est κοινὴ ἔννοια. *Nonus*. Quæ est proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem βε, ea erit proportio magnitudinis γδ, uel ad ipsam magnitudinem δζ, uel ad aliam quandam, quæ est minor, quàm δζ, uel aliam, quę est maior, quàm δζ. Sed quæ est proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem βε, ea non est proportio magnitudinis γδ, ad aliquā quæ est maior, quàm γζ: neque item ad aliquā, quæ est minor, quàm δζ. *Ergo*, Proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem βε, est ea quæ magnitudinis γδ, ad magnitudinem δζ. *Explicatio*. Maior est nota per se. Minoris pars prior est conclusio syllogismi octaui. Posterior est conclusio syllogismi quarti. τὸ συμπέρασμα. Si igitur magnitudines separatæ, &c.

PROPOSITIO XIX.

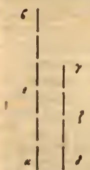
Theorema.

Ἐὰν ᾖ, ὡς ὅλον, πρὸς ὅλον: οὕτως ἀφαιρεθὲν, πρὸς ἀφαιρεθὲν: καὶ τὸ λοιπὸν, πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

Si fuerit totius alicuius magnitudinis, ad totam aliquā magnitudinem proportio ea, quę ablatę ad ablatam: erit etiam reliquæ ad reliquam proportio ea, quæ totius ad totam.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi sex.



Primus. Si quatuor magnitudines fuerint proportionales: etiam alternatim erūt proportionales. Proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem γδ, est ea, quæ magnitudinis αε, ad γζ. *Ergo*, Proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem αε, est ea, quæ magnitudinis γδ, ad magnitudinem γζ. *Explicatio*. Maior est propositio decima sexta. Minor est ὑπόθεσις. *Secundus*. Si magnitudines cōiunctæ fuerint proportionales: etiam separatæ erunt proportionales. Proportio magnitudinis βα, ad magnitudinem αε, est ea quæ magnitudinis δγ, ad γζ. *Ergo*, Proportio magnitudinis βε, ad magnitudinem εα, est ea, quæ magnitudinis δζ, ad magnitudinem ζγ. *Explicatio*. Maior est propositio decima septima. Minor est conclusio syllogismi primi. *Tertius*. Si quatuor magnitudines fuerint porportionales, etiam alternatim erunt proportionales. Proportio magnitudinis βε, ad magnitudinem εα, est ea quæ magnitudinis δζ, ad magnitudinem ζγ. *Ergo*, Proportio magnitudinis βε, ad magnitudinem δζ, est ea quæ magnitudinis αε, ad magnitudinē ζγ. *Explicatio*. Maior est propositio decimasexta. Minor est conclusio syllogismi secundi. *Quartus*. Quæ eidem proportioni sunt eædem: illæ etiam inter se sunt eædem. Proportio magnitudinis εβ, ad magnitudinem ζδ, est ea quæ magnitudinis αε, ad ma-

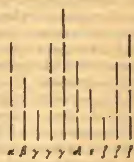
gnitudinem γζ. Et proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem γδ, est ea quæ magnitudinis αε, ad magnitudinem γζ. Ergo, Proportio reliquæ magnitudinis εβ, ad reliquam magnitudinē ζδ, est ea quæ totius αβ, ad totam γδ. *Explicatio.* Maior est propositio undecima. Minoris pars prior, est conclusio syllogismi tertij. Posterior est ὑπόθεσις. τὸ συμπέρασμα. Si igitur fuerit totius alicuius magnitudinis &c. *Quintus.* Si fuerint quatuor magnitudines proportionales: etiam alternatim erunt proportionales. Proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem γδ, est ea, quæ magnitudinis εβ, ad magnitudinem ζδ. Ergo, Proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem βε, est ea quæ magnitudinis γδ, ad magnitudinem ζδ. *Explicatio.* Maior est propositio decima sexta. Minor est conclusio syllogismi quarti. *Sextus.* Anastrophe proportionis est, cum præcedens magnitudo comparatur differētiæ, qua ipsa sequentem magnitudinem superat. Proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem γε, est ea quæ magnitudinis γδ, ad magnitudinē γζ. Terminorū differētię sunt magnitudines εβ, & ζδ. Deinde proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem εβ, est ea quæ magnitudinis γδ, ad magnitudinem ζδ. Ergo, Si quatuor magnitudines fuerint proportionales: etiam κατ' ἀναστροφὴν erunt proportionales. *Explicatio.* Maior est definitio ἀναστροφῆς λόγου. Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi. Posterior est conclusio syllogismi quinti.

PROPOSITIO XX.
Theorema.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου, μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ totidem, & binæ in eadem proportione: & si ex æquo prima fuerit maior quàm tertia: erit etiam quarta maior quàm sexta: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor. *Hoc est.*

Si fuerit proportio primæ magnitudinis ad secundam ea, quæ tertiæ ad quartā: fuerit uerò etiam proportio secundæ ad quintam, ea, quę quartæ ad sextam: tunc si fuerit prima maior quàm quinta: erit etiam tertia maior quàm sexta: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor.



ἡ ἔκθεσις.

Sint magnitudines tres α, β, γ, & aliæ totidem δ, ε, ζ. & sit proportio magnitudinis α, ad magnitudinem β, ea quæ magnitudinis δ, ad magnitudinem ε. Item proportio magnitudinis β, ad magnitudinē γ, ea quæ magnitudinis ε, ad magnitudinem ζ. Et sit magnitudo α, maior magnitudine γ. ὁ διορισμός. Dico quod magnitudo δ, est maior magnitudine ζ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi tredecim.

Primus. Magnitudinum inæqualium maior ad eandem, maiorē habet proportionem, quàm minor. Magnitudo α, est maior magnitudine γ. Et est alia quædam magnitudo β. Ergo, Proportio magnitudinis α, ad magnitudinem β, est maior proportione magnitudinis γ, ad magnitudinem β. *Explicatio.* Maior est propositio octaua. Minor est ὑπόθεσις. *Secundus.* Si magnitudo prima ad secundam &c. ut propositio decimatertia. Proportio magnitudinis δ, ad magnitudinem ε, est ea quæ magnitudinis α, ad magnitudinem β. Sed proportio magnitudinis α, ad magnitudinem β, est maior quàm proportio magnitudinis γ, ad magnitudinē β. Ergo, Proportio magnitudinis δ, ad magnitudinem ε, est maior quàm proportio magnitudinis γ, ad magnitudinem β. *Explicatio.* Maior est propositio decima tertia. Minoris pars prior est ὑπόθεσις. Posterior est conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Si quatuor magnitudines fuerint proportionales: etiam conuersim erunt proportionales. Proportio magnitudinis β, ad magnitudinem γ, est ea quæ magnitudinis ε, ad magnitudinem ζ.

Ergo,

Ergo, Proportio magnitudinis γ, ad magnitudinem β, est ea quæ magnitudinis ζ, ad magnitudinem ι. *Explicatio.* Maior est corollarium propositionis quartæ. Minor est *ὑπόθεσις.* *Quartus.* Si magnitudo prima ad secundam &c. ut propositionis decimæ tertiæ appendix Proportio magnitudinis ζ, ad magnitudinem ι, est ea quę magnitudinis γ, ad magnitudinem β. Sed proportio magnitudinis γ, ad magnitudinem β, est minor quàm proportio magnitudinis δ, ad magnitudinem ι. *Ergo,* Proportio magnitudinis ζ, ad magnitudinem ι, est minor quàm proportio magnitudinis δ, ad magnitudinē ι. *Explicatio.* Maior est appendix propositionis decimætertiæ. Minoris pars prior est conclusio syllogismi tertij. Posterior est nota ex conclusione syllogismi secundi. *Quintus.* Quæ ex magnitudinibus ad eandem, proportionem habentibus, maiorem habet proportionem: illa est maior. Proportio magnitudinis δ, ad magnitudinem ι, est maior quàm proportio magnitudinis ζ, ad magnitudinem ι. *Ergo,* Magnitudo δ, est maior magnitudine ζ. *Explicatio.* Maior est propositio decima. Minor est nota ex cō clusione syllogismi quarti.

Ἔκθεσις secunda.

Sit magnitudo α, æqualis magnitudini γ, *ὁ διορισμός.* Dico quod magnitudo δ, est æqualis magnitudini ζ *Ἀπόδειξις.* *Sextus.* Magnitudines æquales ad eandē, eandē habent proportionē. Magnitudo α, est æqualis magnitudini γ, Et est alia quædam magnitudo ϐ. *Ergo,* Proportio magnitudinis α, ad magnitudinem β, est ea quę magnitudinis γ, ad magnitudinem β. *Explicatio.* Maior est propositio septima. Minor est *ὑπόθεσις.* *Septimus.* Quæ eidem proportioni sunt eædem: illæ inter se sunt eædem. Proportio magnitudinis δ, ad magnitudinum ι, est ea quę magnitudinis α, ad magnitudinem ϐ. Et proportio magnitudinis α, ad magnitudinem β, est ea quæ magnitudinis γ, ad magnitudinem β. *Ergo,* Proportio magnitudinis δ, ad magnitudinem ι, est ea quę magnitudinis γ, ad magnitudinem ϐ. *Explicatio.* Maior est propositio undecima. Minoris pars prior est *ὑπόθεσις.* Posterior est conclusio syllogismi sexti. *Octauus.* Quæ eidem proportioni &c. ut supra. Proportio magnitudinis δ, ad magnitudinem ι, est ea quæ magnitudinis γ, ad magnitudinem ϐ. Et proportio magnitudinis γ, ad magnitudinem ϐ, est ea quę magnitudinis ζ, ad magnitudinem ι. *Ergo,* Proportio magnitudinis δ, ad magnitudinem ι, est ea quæ magnitudinis ad magnitudinem. *Explicatio,* Minoris pars prior est conclusio syllogismi septimi. Posterior est conclusio syllogismi tertij. *Nonus.* Magnitudines ad eandem, eandem habētes proportionem, æquales sunt inter se. Proportio magnitudinis δ, ad magnitudinem ι, est ea quę magnitudinis ζ, ad magnitudinem ι. *Ergo,* Magnitudo δ, est æqualis magnitudini ζ. *Explicatio.* Maior est propositio nona. Minor est conclusio syllogismi octaui.

Ἔκθεσις tertia.

Sit magnitudo α, minor magnitudine γ. *ὁ διορισμός.* Dico quod magnitudo δ, est maior magnitudine ζ. *ἡ ἀπόδειξις.* *Decimus.* Ex syllogismo primo demōstrabis quod magnitudinis α, ad magnitudinem β. proportio est minor, quam proportio magnitudinis γ ad magnitudinem β. *Vndecimus.* Si magnitudo prima ad magnitudinem secundam &c. ut supra in syllogismo quarto. Proportio magnitudinis δ, ad magnitudinem ι, est ea quæ magnitudinis α, ad magnitudinē β. Sed proportio magnitudinis α, ad magnitudinem β, est minor quàm proportio magnitudinis γ, ad magnitudinem ϐ. *Ergo,* Proportio magnitudinis δ, ad magnitudinem ι, est minor quam proportio magnitudinis γ, ad magnitudinem β. *Explicatio.* Maior est appendix propositionis decimæ tertiæ. Minoris pars prior est *ὑπόθεσις.* Posterior est conclusio syllogismi decimi. *Duodecimus.* Si magnitudo prima ad secundam, &c. ut supra syllogismo secundo. Proportio magnitudinis ζ, ad magnitudinem ι, est ea quæ magnitudinis γ, ad magnitudinem β. Sed proportio magnitudinis γ, ad magnitudinem β, est maior quam proportio magnitudinis δ, ad magnitudinem ι. Ergo, Proportio magnitudinis ζ, ad magnitudinem ι, est maior quam proportio magnitudinis δ, ad magnitudinem ι. *Explicatio,* Minoris pars prior est conclusio syllogismi tertij. Posterior est nota ex conclusione syllogismi undecimi. *Decimustertius* Ex syllogismo quinto demonstrabis, magnitudinem ζ esse maiorem magnitudine δ, hoc est, δ maiorem esse quam ζ. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur fuerint magnitudines tres, &c.

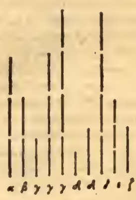
PROPOSITIO XXI.

Theorema.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία· δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου, μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ totidem, binæ in eadē proportione, etiamsi fuerit confusa ipsarū proportio: tamen si ex æquo prima fuerit maior quàm tertia: erit etiam quarta maior quàm sexta: & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. *Hoc est,*

Si fuerit magnitudinis primæ ad secundam ea, quæ tertiæ ad quartam: fuerit uero etiam proportio secundę ad quintam, quæ sextę ad tertiam: tunc si fuerit magnitudo prima maior quàm quinta: erit etiam sexta maior quàm quarta: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor.



ἡ ἔκθεσις.

Sint magnitudines tres α, β, γ, & aliæ totidem δ, ε, ζ. Et sit proportio magnitudinis α, ad magnitudinem β, ea quæ magnitudinis ε, ad magnitudinem ζ. Item proportio magnitudinis β, ad magnitudinē γ, ea quæ magnitudinis δ, ad magnitudinem ε, Et sit magnitudo α, maior magnitudine γ. *ὁ διορισμός.* Dico quod magnitudo δ, est maior magnitudine ζ. *ἡ ἀπόδειξις.* Proportio magnitudinis ζ, ad magnitudinem ε, est ea quæ magnitudinis γ, ad magnitudinem β, *ἀνάπαλιν.* Sed proportio magnitudinis γ, ad β, est minor, quàm magnitudinis α, ad magnitudinem β. Proportio igitur magnitudinis ζ, ad magnitudinem ε, est minor quàm magnitudinis α, ad magnitudinem β. Hoc est, Proportio magnitudinis α, ad magnitudinē β, est maior, quàm magnitudinis ζ, ad magnitudinem ε. Item proportio magnitudinis δ, ad magnitudinem ε, est ea quæ magnitudinis α, ad magnitudinem β. Sed proportio magnitudinis α, ad magnitudinem β, est maior quàm magnitudinis ζ, ad magnitudinē ε. Magnitudo igitur δ, est maior magnitudine ζ.

ἡ ἔκθεσις secunda.

Sit magnitudo α, æqualis magnitudini γ, *ὁ διορισμός.* Dico quod magnitudo δ, est maior magnitudine ζ. *ἡ ἀπόδειξις.* Proportio magnitudinis α, ad magnitudinem β, est ea quæ magnitudinis ζ, ad magnitudinem ε, *ἀνάπαλιν.* Proportio ergo magnitudinis α, ad magnitudinem β, est ea quæ magnitudinis ζ, ad magnitudinem ε. Item, proportio magnitudinis δ, ad magnitudinem ε, est ea quæ magnitudinis α, ad magnitudinem β. Sed proportio magnitudinis α, ad magnitudinem β, est ea quæ magnitudinis ζ, ad magnitudinem ε. Proportio igitur magnitudinis δ, ad magnitudinem ε, est ea quæ magnitudinis ζ, ad magnitudinem ε. Magnitudo igitur δ, est æqualis magnitudini ζ.

ἡ ἔκθεσις tertia.

Sit magnitudo α, minor magnitudine γ. *ὁ διορισμός.* Dico quod magnitudo δ, est minor magnitudine ζ. *ἡ ἀπόδειξις.* Proportio magnitudinis ε, ad magnitudinem δ, est ea quæ magnitudinis β, ad magnitudinem α. *ἀνάπαλιν.* Sed proportio magnitudinis β, ad magnitudinem α, est maior quàm magnitudinis β, ad magnitudinem γ. Proportio igitur magnitudinis ε, ad magnitudinem δ, est maior quàm magnitudinis β, ad magnitudinem γ. *Hoc est,* Proportio magnitudinis β, ad magnitudinem γ, est minor, quàm magnitudinis ε, ad magnitudinē δ. Item, Proportio magnitudinis ε, ad magnitudinem ζ, est ea quæ magnitudinis β, ad magnitudinē γ. Sed proportio magnitudinis β, ad magnitudinem γ, est minor quàm magnitudinis ε, ad magnitudinem δ. Proportio ergo magnitudinis ε, ad magnitudinem ζ, est minor quàm magnitudinis ε, ad magnitudinem δ. Magnitudo ergo δ, est minor magnitudine ε.

PRO-

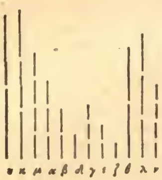
PROPOSITIO XXII.

Theorema.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· καὶ δι' ἴσου, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Si fuerint quotlibet magnitudines, & aliæ totidem binæ in eadem proportione: etiam ex æquo in eadem erunt proportione. Hoc est,

Si fuerit proportio magnitudinis primæ ad secundam ea, quæ quartæ ad quintam, Item secũdæ ad tertiam proportio ea, quæ quintæ ad sextam: erit etiam primæ ad tertiam proportio ea, quæ quartæ ad sextam.



ἡ ἔκθεσις.

Sint magnitudines aliquot $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\gamma}$: & aliæ totidem $\bar{\delta}$, $\bar{\iota}$, $\bar{\zeta}$, Et sit proportio magnitudinis $\bar{\alpha}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$, ea quæ magnitudinis $\bar{\delta}$, ad magnitudinem $\bar{\iota}$. Item, sit proportio magnitudinis $\bar{\beta}$, ad magnitudinem $\bar{\gamma}$, ea quæ magnitudinis $\bar{\iota}$, ad magnitudinem $\bar{\zeta}$. ὁ διορισμός. Dico quod proportio magnitudinis $\bar{\alpha}$, ad magnitudinem $\bar{\gamma}$, est ea quę magnitudinis $\bar{\delta}$, ad magnitudinem $\bar{\zeta}$. ἡ κατασκευή. Sumantur magnitudinum $\bar{\alpha}$, $\bar{\delta}$, æqualiter multiplices magnitudines $\bar{\varepsilon}$, $\bar{\theta}$. Item magnitudinum $\bar{\beta}$, $\bar{\iota}$, aliæ quædam æqualiter multiplices magnitudines $\bar{\kappa}$, $\bar{\lambda}$. Pręterea magnitudinum $\bar{\gamma}$, $\bar{\zeta}$, aliæ quædam æqualiter multiplices magnitudines $\bar{\mu}$, $\bar{\nu}$.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

Primus. Si magnitudo prima ad magnitudinem secundam &c. ut propositio quarta. Magnitudinis $\bar{\alpha}$, ad magnitudinem $\bar{\beta}$, est proportio ea, quæ magnitudinis $\bar{\delta}$, ad magnitudinem $\bar{\iota}$. Deinde primæ $\bar{\alpha}$, & tertiæ $\bar{\delta}$, æqualiter multiplices magnitudines sunt $\bar{\varepsilon}$, $\bar{\theta}$, Item secundæ $\bar{\beta}$, & quartæ $\bar{\iota}$, aliæ ęqualiter multiplices magnitudines sunt $\bar{\kappa}$, $\bar{\lambda}$. *Ergo*, Proportio magnitudinis $\bar{\varepsilon}$, ad magnitudinem $\bar{\kappa}$, est ea quæ magnitudinis $\bar{\theta}$, ad magnitudinem $\bar{\lambda}$. *Explicatio.* Maior est propositio quarta. Minoris pars prima est ὑπόθεσις: reliquæ sunt notæ ἐν τῇ κατασκευῇ.

Secundus. Διὰ τὰ αὐτὰ est etiam proportio magnitudinis $\bar{\kappa}$, ad magnitudinem $\bar{\mu}$, ea, quæ magnitudinis $\bar{\lambda}$, ad magnitudinem $\bar{\nu}$. *Tertius.* Si fuerint tres magnitudines &c. ut propositio uigesima. Magnitudines tres sunt $\bar{\varepsilon}$, $\bar{\kappa}$, $\bar{\mu}$, & aliæ item tres $\bar{\theta}$, $\bar{\lambda}$, $\bar{\nu}$. Et est proportio magnitudinis $\bar{\varepsilon}$, ad magnitudinem $\bar{\kappa}$, ea quæ magnitudinis $\bar{\theta}$, ad $\bar{\lambda}$. Deinde est proportio magnitudinis $\bar{\kappa}$, ad $\bar{\mu}$, ea quæ magnitudinis $\bar{\lambda}$, ad $\bar{\nu}$. *Ergo*, Si magnitudo $\bar{\varepsilon}$, fuerit maior magnitudine $\bar{\mu}$: erit etiam magnitudo $\bar{\theta}$, maior magnitudine $\bar{\nu}$. Et si ęqualis, erit etiã æqualis: si minor, minor. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima. Minoris pars prima est nota per se, secunda est conclusio syllogismi primi. Tertia est conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Quarumcunque quatuor magnitudinum &c. ut supra in syllogismo sexto, propositio decimasexta. Magnitudinum quatuor $\bar{\alpha}$, $\bar{\gamma}$, $\bar{\delta}$, $\bar{\zeta}$, æqualiter multiplices magnitudines primæ & tertiæ, hoc est, $\bar{\varepsilon}$, & $\bar{\theta}$, æqualiter multiplicibus magnitudinibus secundæ & quartæ, quæ sunt $\bar{\mu}$, & $\bar{\nu}$, in quauis multiplicatione uel simul sunt maiores, uel simul æquales, uel simul minores. *Ergo*, Proportio magnitudinis $\bar{\alpha}$, ad magnitudinẽ $\bar{\gamma}$, est ea quæ magnitudinis $\bar{\delta}$, ad magnitudinem $\bar{\zeta}$. *Explicatio.* Maior est definitio quinta. Minor est nota ἐν τῇ κατασκευῇ, & conclusione syllogismi tertij. *Quintus.* Proportio ex æquo est, quando plures sunt magnitudines, & aliæ pari numero: & fuerit quemadmodum in primis magnitudinibus prima ad ultimam: sic etiam in secundis magnitudinibus prima ad tertiam. Magnitudines sunt aliquot $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\gamma}$, & aliæ totidem $\bar{\delta}$, $\bar{\iota}$, $\bar{\zeta}$. Et est $\bar{\alpha}$, ad $\bar{\beta}$, ut $\bar{\delta}$, ad $\bar{\iota}$. Item $\bar{\beta}$, ad $\bar{\gamma}$, ut $\bar{\iota}$, ad $\bar{\zeta}$. Præterea ea est proportio $\bar{\alpha}$, ad $\bar{\gamma}$, quæ $\bar{\delta}$, ad $\bar{\zeta}$. *Ergo*, Propositæ magnitudines sunt ex æquo proportionales. *Explicatio.* Maior est definitio decima octaua. Minoris partes priores sunt ὑποθέσεις. Vltima uero, est conclusio syllogismi quarti.

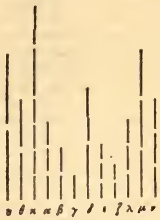
PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία· καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Si fuerint magnitudines, & aliæ totidem binæ in eadem proportione, etiamsi fuerit confusa illarum proportio: tamen ex æquo erunt in eadē proportione. *Hoc est,*

Si fuerit proportio magnitudinis primæ ad secundam ea, quę tertiæ ad quartam: fuerit item proportio secūdæ ad quintam ea quæ sextæ ad tertiam: erit ex æquo proportio primæ ad quintā, ea quæ sextæ ad quartam.



ἡ ἔκθεσις.

Sint magnitudines tres α, β, γ, & aliæ totidē δ, ε, ζ. Et sit proportio magnitudinis α, ad magnitudinē β, ea quæ magnitudinis ε, ad magnitudinem ζ. Item sit proportio magnitudinis β, ad magnitudinem γ, ea quæ magnitudinis δ, ad magnitudinem ε. *ὁ διορισμός.* Dico quod ex æquo proportio magnitudinis α, ad magnitudinem γ, est ea, quę magnitudinis δ, ad magnitudinem ζ. *ἡ κατασκευή.* Sumantur magnitudinum α, β, δ, æqualiter multiplices magnitudines η, θ, κ, Item magnitudinum γ, ε, ζ, aliæ quædam æqualiter multiplices magnitudines λ, μ, ν.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi septem.

Primus. Partes inter se collatæ eam habēt proportionem, quàm suæ ęqualiter multiplices. Magnitudinum α, β, æqualiter multiplices sunt magnitudines η, θ. *Ergo,* Proportio magnitudinis η, ad magnitudinem θ, est ea, quæ magnitudinis α, ad magnitudinem β. *Explicatio.* Maior est propositio decimaquinta. Minor est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Secundus.* *Διὰ τὰ αὐτὰ* est etiam proportio magnitudinis μ, ad magnitudinem ν, ea quæ magnitudinis ε, ad magnitudinem ζ. *Tertius.* Quæ eidem proportioni sunt eædem: illæ etiam inter se sunt eædem. Proportio magnitudinis η, ad magnitudinē θ, est ea quæ magnitudinis α, ad magnitudinem β. Et proportio magnitudinis α, ad magnitudinem β, est ea quæ magnitudinis ε, ad magnitudinem ζ. Deinde proportio magnitudinis ε, ad magnitudinem ζ, est ea quæ magnitudinis μ, ad magnitudinem ν. *Ergo,* Proportio magnitudinis η, ad magnitudinē θ, est ea quæ magnitudinis μ, ad magnitudinem ν. *Explicatio.* Maior est propositio undecima. Minoris pars prima est conclusio syllogismi primi. Secunda est *ὑπόθεσις.* Tertia est conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Si magnitudo prima ad secūdam &c. ut propositio quarta. Magnitudinis β, ad magnitudinem γ, est proportio ea, quæ magnitudinis δ, ad magnitudinem ε. Deinde primæ β, & tertiæ δ, æqualiter multiplices magnitudines sunt θ, κ. Item secundæ γ, & quartæ, ε, æqualiter multiplices sunt λ, μ. *Ergo,* Proportio magnitudinis θ, ad magnitudinem λ, est ea quæ magnitudinis κ, ad magnitudinē μ. *Explicatio.* Maior est propositio quarta. Minoris pars prima est *ὑπόθεσις.* Reliquæ duæ sunt notæ *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Quintus.* Si fuerint tres magnitudines &c. ut propositio uigesima prima. Magnitudines sunt tres η, θ, λ, & aliæ totidem κ, μ, ν. Et est proportio magnitudinis η, ad magnitudinem θ, ea quæ magnitudinis μ, ad magnitudinem ν. Deinde proportio magnitudinis θ, ad magnitudinem λ, ea quę magnitudinis κ, ad magnitudinem μ. *Ergo,* Si magnitudo η, fuerit maior magnitudine λ: erit etiam magnitudo κ, maior magnitudine ν. Et si magnitudo η, fuerit æqualis magnitudini λ: erit etiā magnitudo κ, æqualis magnitudini ν. Et si magnitudo η, fuerit minor magnitudine λ: erit etiam magnitudo κ, minor magnitudine ν. *Explicatio.* Maior est propositio uigesima prima. Minoris pars prima est nota per se. Secunda est conclusio syllogismi tertij. Tertia est cōclusio syllogismi quarti. *Sextus*

Qua-

Quarũcunque quatuor magnitudinum primæ & tertiæ æqualiter multiplices magnitudines, æqualiter multiplicibus magnitudinibus secundæ & quartæ, in quauis multiplicatione uel simul sunt maiores, uel simul æquales, uel simul minores, inter se collatæ: illæ in eadem proportione esse dicuntur, prima ad secundam, & tertia ad quartam. Magnitudinũ quatuor $\overline{\alpha}$, $\overline{\gamma}$, $\overline{\delta}$, $\overline{\zeta}$ æqualiter multiplices magnitudines primæ & tertiæ, hoc est, $\overline{\kappa}$, & $\overline{\mu}$, æqualiter multiplicibus magnitudinibus secundæ & quartæ, quæ sunt $\overline{\lambda}$, & $\overline{\nu}$, in quauis multiplicatione, uel simul sunt maiores, uel simul minores, uel simul æquales. *Ergo*, Proportio magnitudinis $\overline{\alpha}$, ad magnitudinem $\overline{\gamma}$, est ea, quæ magnitudinis $\overline{\delta}$, ad magnitudinem $\overline{\zeta}$. *Explicatio*. Maior est definitio quinta. Minor est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς*, & conclusione syllogismi quinti. *Septimus syllogismus* est qui superioris propositionis fuit ultimus &c. *τὸ συμπέρασμα*. Si igitur fuerint tres magnitudines, &c.

PROPOSIT. XXIIII.

Theorema.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον· καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον· καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

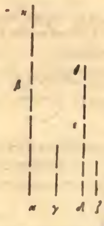
Si magnitudo prima ad magnitudinem secundam, eam habuerit proportionem, quàm tertia ad quartam, habuerit uerò etiã quinta ad sextam eam proportionem, quàm sexta ad quartam: tum coniuncta magnitudo prima cum quinta, eam habebit proportionem ad secũdam, quàm habet tertia cum sexta ad quartam.

ἡ ἔκθεσις.

Sit proportio magnitudinis $\overline{\alpha\beta}$, ad magnitudinem $\overline{\gamma}$, ea quæ magnitudinis $\overline{\delta\epsilon}$, ad magnitudinem $\overline{\zeta}$. Et sit proportio magnitudinis $\overline{\beta\eta}$, ad magnitudinem $\overline{\gamma}$, ea quæ magnitudinis $\overline{\epsilon\theta}$, ad magnitudinem $\overline{\zeta}$. *ὁ διορισμός*. Dico quod magnitudo $\overline{\alpha\eta}$, ad magnitudinẽ $\overline{\gamma}$, eam habet proportionem, quàm magnitudo $\overline{\delta\theta}$, ad magnitudinem $\overline{\zeta}$.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.



Primus. Si fuerit proportio magnitudinis primæ ad secundam, ea quę magnitudinis tertiæ, ad magnitudinem quartam: erit etiam conuersim proportio magnitudinis secundæ ad primam, ea quæ quartæ ad sextam. Proportio magnitudinis $\overline{\beta\eta}$, ad magnitudinem $\overline{\gamma}$, est ea quæ magnitudinis $\overline{\epsilon\theta}$, ad magnitudinem $\overline{\zeta}$. Ergo. Proportio magnitudinis $\overline{\gamma}$, ad magnitudinem $\overline{\beta\eta}$, est ea quæ magnitudinis $\overline{\zeta}$, ad magnitudinum $\overline{\epsilon\theta}$. *Explicatio*. Maior est corollarium propositionis quartę. Minor est *ὑπόθεσις*. *Secundus*. Si fuerint quotlibet magnitudines &c. ut propositio uigesima secunda. Proportio magnitudinis $\overline{\alpha\beta}$, ad magnitudinem $\overline{\gamma}$, est ea quæ magnitudinis $\overline{\delta\epsilon}$, ad magnitudinem $\overline{\zeta}$. Item proportio magnitudinis $\overline{\beta\gamma}$, ad magnitudinem $\overline{\beta\eta}$, est ea quæ magnitudinis $\overline{\zeta}$, ad magnitudinem $\overline{\epsilon\theta}$. *Ergo*, Proportio magnitudinis $\overline{\alpha\beta}$, ad magnitudinem $\overline{\beta\eta}$, est ea quæ magnitudinis $\overline{\delta\epsilon}$, ad magnitudinem $\overline{\epsilon\theta}$. *Explicatio*. Maior est propositio uigesima secunda. Minoris pars prior est *ὑπόθεσις*. Posterior est conclusio syllogismi primi. *Tertius*. Si magnitudines separatæ fuerint proportionales: etiam coniunctæ erunt proportionales. Proportio magnitudinis $\overline{\alpha\beta}$, ad magnitudinem $\overline{\beta\eta}$, est ea quæ magnitudinis $\overline{\delta\epsilon}$, ad magnitudinem $\overline{\epsilon\theta}$. *Ergo*, Proportio magnitudinis $\overline{\alpha\eta}$, ad magnitudinem $\overline{\beta\eta}$, est ea quæ magnitudinis $\overline{\delta\theta}$, ad magnitudinem $\overline{\epsilon\theta}$. *Explicatio*. Maior est propositio decima octaua. Minor est conclusio syllogismi secundi. *Quartus*. Si fuerint quotlibet magnitudines &c. ut propositio uigesima secunda. Proportio magnitudinis $\overline{\alpha\eta}$, ad magnitudinem $\overline{\beta\eta}$, est ea quæ magnitudinis $\overline{\delta\theta}$, ad magnitudinem $\overline{\epsilon\theta}$. Item proportio magnitudinis $\overline{\beta\eta}$, ad magnitudinem $\overline{\gamma}$, est ea quæ magnitudinis $\overline{\epsilon\theta}$, ad magnitudinem $\overline{\zeta}$. *Ergo*, Proportio magnitudinis $\overline{\alpha\eta}$, ad magnitudinem $\overline{\gamma}$, est ea quæ magnitudinis $\overline{\delta\theta}$, ad magnitudinem $\overline{\zeta}$. *Explicatio*. Maior est propositio uigesima secunda. Minoris pars prior est conclusio syllogis-

Digitized by Google

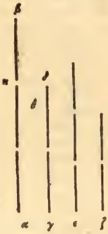
mi tertij. Posterior est ὑπόθεσις. τὸ συμπέρασμα. Si igitur magnitudo prima ad magnitudinem, &c.

PROPOSITIO XXV.
Theorema.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ: τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον δύο τῶν λοιπῶν, μείζονά ἐστι.

Si quatuor magnitudines fuerint proportionales: earum maxima & minima reliquis duabus erunt maiores.

ἡ ἔκθεσις.



Sit proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem γδ, ea quę magnitudinis ε, ad magnitudinem ζ. Et sit maxima αβ, minima uero ζ. ὁ διορισμός. Dico quod magnitudines αβ, ζ, duabus magnitudinibus γδ, ε, sunt maiores. ἡ κατασκευή. Sumatur magnitudo αη, æqualis magnitudini ε, & magnitudo γθ, æqualis magnitudini ζ.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi sex.

Primus. Quæ eidem proportioni sunt eædem: illæ etiam inter se sunt eædem. Proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem γδ, est ea quę magnitudinis ε, ad magnitudinem ζ. Et proportio magnitudinis ε, ad magnitudinem ζ, est ea quæ magnitudinis αη, ad magnitudinem γθ. *Ergo,* Proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem γδ, est ea quæ magnitudinis αη, ad magnitudinem γθ. *Explicatio.* Maior est propositio undecima. Minoris pars prior est ὑπόθεσις. Posterior est manifesta. Quando duæ magnitudines αη, γθ, duabus magnitudinibus ε, ζ, sunt æquales, altera alteri. *Secundus.* Si fuerit totius alicuius &c. ut propositio decima nona. Proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem γδ, est ea quæ magnitudinis αη, ad magnitudinem γθ. *Ergo,* Proportio magnitudinis ηβ, ad magnitudinem θδ, est ea quæ magnitudinis αβ, ad magnitudinem γδ. *Explicatio.* Maior est propositio decima nona. Minor est conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Si fuerit magnitudo prima ad secundam &c. ut propositio decima sexta. Proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem γδ, est ea quæ magnitudinis ηβ, ad magnitudinē θδ. *Ergo,* Proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem ηβ, est ea quæ magnitudinis γδ, ad magnitudinem θδ. *Explicatio.* Maior est propositio decima sexta. Minor est conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Si magnitudo prima ad magnitudinē &c. ut propositio decima quarta. Proportio magnitudinis αβ, ad magnitudinem ηβ, est ea quæ magnitudinis γδ, ad magnitudinem θδ. Et est magnitudo αβ, maior magnitudine γδ. *Ergo,* Magnitudo ηβ, est maior magnitudine θδ. *Explicatio.* Maior est propositio decima quarta. Minoris pars prior est conclusio syllogismi tertij. Posterior est ὑπόθεσις. *Quintus.* Si æqualibus addita fuerint æqualia &c. Magnitudo αη, est æqualis magnitudini ε, & magnitudo γθ, est æqualis magnitudini ζ. *Ergo,* Duæ magnitudines αη, ζ, sunt æquales duabus magnitudinibus γθ, ε. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Sextus.* Si inæqualibus æqualia fuerint addita: etiam quæ fiunt erunt inæqualia. Magnitudo ηβ, est maior magnitudine θδ: & duæ magnitudines αη, ζ, sunt ęquales duabus magnitudinibus γθ, ε. *Ergo,* Duæ magnitudines αβ, ζ, sunt maiores duabus magnitudinibus γδ, ε. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi quarti. Posterior est conclusio syllogismi quinti. τὸ συμπέρασμα. Si igitur quatuor magnitudines, &c.

FINIS PROPOSITIONVM.

Lemma primum.

Quæ magnitudines eiusdem magnitudinis sunt eadē pars: illæ inter se sunt æquales.

ἡ ἔκθεσις.

Vtraque magnitudinum αβ, γδ, sit eadem pars magnitudinis εζ. ὁ διορισμός. Dico quod magnitudo αβ, est æqualis magnitudini γδ. ἡ κατασκευή. NOTA. Idem est cum dicitur magni-

magnitudo αβ, est pars tertia magnitudinis εζ, uel est æqualis parti tertiæ magnitudinis εζ. Quia igitur utraque duarum magnitudinum αβ, γδ, est eadem pars magnitudinis γζ, utraque est æqualis eidem parti magnitudinis εζ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismus. Quæ eidem sunt æqualia: illa etiam inter se sunt æqualia. Magnitudo αβ, est æqualis parti magnitudinis εζ: eidem parti etiam est æqualis magnitudo γδ. Ergo, Magnitudo αβ, est æqualis magnitudini γδ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est ὑπόθεσις. τὸ συμπέρασμα. Quæ igitur magnitudines eiusdem, &c.

Lemma secundum.

Si fuerit magnitudo prima, æqualis magnitudini secũdæ: secũda uerò fuerit pars tertiæ: erit etiam magnitudo eadem pars tertiç.

ἡ ἔκθεσις.

Sit magnitudo αβ, æqualis magnitudini γδ: & magnitudo γδ, sit pars magnitudinis εζ. ὁ διορισμός. Dico quod magnitudo αβ, eadem est pars magnitudinis εζ. ἡ κατασκευή. Quia enim magnitudo γδ, est æqualis parti magnitudinis εζ, erit uicissim pars magnitudinis εζ, æqualis magnitudini γδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismus. Quæ eidem sunt æqualia &c. Magnitudo αβ, est æqualis magnitudini γδ: & pars magnitudinis εζ, etiam est æqualis magnitudini γδ. Ergo, Magnitudo αβ, est çqualis eidem illi parti magnitudinis εζ. Hoc est, magnitudo αβ, est eadem pars magnitudinis εζ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est ὑπόθεσις. τὸ συμπέρασμα. Si igitur fuerit magnitudo &c.

Lemma tertium.

Quæcunque magnitudines eiusdem magnitudinis sunt æqualiter multiplices: illç inter se sunt æquales.

ἡ ἔκθεσις.

Sit magnitudo αβ, multiplex magnitudinis γδ: & magnitudo εζ, æqualiter multiplex eiusdem magnitudinis γδ. ὁ διορισμός. Dico quod magnitudo αβ, est æqualis magnitudini εζ. ἡ κατασκευή. Quia magnitudo αβ, est multiplex magnitudinis γδ, habet in se aliquot magnitudines æquales magnitudini γδ. Et quoniam magnitudo εζ, est multiplex magnitudinis γδ: habet etiam ipsa in se aliquot magnitudines æquales magnitudini γδ. Diuidatur igitur magnitudo αβ, in magnitudines æquales magnitudini γδ, & sint αη, ηβ. Diuidatur item magnitudo εζ, in magnitudines æquales magnitudini γδ: & sint εκ, κζ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.

Primus. Magnitudines æqualiter multiplices, continent partes multitudini æquales. Magnitudo αβ, est multiplex magnitudinis γδ: & magnitudo εζ, est çqualiter multiplex magnitudinis γδ, illarum partes sunt alterius quidem magnitudines αη, ηβ: alterius uerò magnitudines εκ, κζ. Ergo, Multitudo magnitudinum αη, ηβ, est æqualis multitudini magnitudinum εκ, κζ. *Explicatio.* Maior est nota per se. Minoris pars prior est ὑπόθεσις. Posterior est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secũdus.* Quç eidem sunt æqualia: illa etiam inter se sunt æqualia. Magnitudo αη, est æqualis magnitudini γδ, & magnitudo εκ, est æqualis magnitudini γδ. Ergo, Magnitudo αη, est æqualis magnitudini εκ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars utraque est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς, καὶ τῆς ὑποθέσεως. *Tertius.* Διὰ τὰ αὐτά, magnitudo ηβ, est æqualis magnitudini κζ. *Quartus.* Si æqualibus addita fuerint æqualia &c. Magnitudo αη, est æqualis magnitudini εκ, Et magnitudo ηβ, est æqualis magnitudini κζ. Ergo, Magnitudo tota αβ, est æqualis toti magnitudini εζ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior est conclusio syllogismi secundi. Posterior est conclusio syllogismi tertij. τὸ συμπέρασμα. Quæcunque igitur magnitudines, &c.

Lemma quartum.

Magnitudines æquales eiusdem magnitudinis, sunt æqualiter multiplices.

ἡ ἔκθεσις.

Sit magnitudo αβ, æqualis magnitudini γδ, Et sit magnitudo γδ, multiplex magnitudinis εζ. ὁ διορισμός. Dico quod magnitudo αβ, est æqualiter multiplex magnitudinis εζ. *Examen.* Magnitudo αβ, aut est æqualiter multiplex magnitudinis εζ: aut est magis multiplex: aut minus multiplex. αἱ ἐνστάσεις

Δύο. ἡ πρώτη. Quid si magnitudo $\overline{\alpha\beta}$, sit magis multiplex magnitudinis $\overline{\epsilon\zeta}$, quam est magnitudo $\overline{\gamma\delta}$. *ὑπόθεσις.* Fingamus igitur magnitudinem $\overline{\alpha\beta}$, esse magis multiplicem magnitudinis $\overline{\epsilon\zeta}$, quam est magnitudo $\overline{\gamma\delta}$. *ἡ κατασκευή.* Tollatur ex magnitudine $\overline{\alpha\beta}$, magnitudo $\overline{\alpha\eta}$, multiplex magnitudinis $\overline{\epsilon\zeta}$, ęqualiter multiplex magnitudinis $\overline{\gamma\delta}$.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi quinque.

Primus. Quæcunque magnitudines eiusdem magnitudinis sunt æqualiter multiplices: illæ etiam inter se sunt æquales. Magnitudo $\overline{\gamma\delta}$, est multiplex magnitudinis $\overline{\epsilon\zeta}$: & magnitudo $\overline{\alpha\eta}$, eiusdem est æqualiter multiplex. *Ergo,* Magnitudo $\overline{\gamma\delta}$, est æqualis magnitudini $\overline{\alpha\eta}$. *Explicatio.* Maior est lemma tertium. Minor est *ὑπόθεσις τῆς ἐνστάσεως.* *Secundus.* Quæ eidem sunt æqualia &c. Magnitudo $\overline{\alpha\beta}$, est æqualis magnitudini $\overline{\gamma\delta}$: & magnitudo $\overline{\alpha\eta}$, est æqualis magnitudini $\overline{\gamma\delta}$. *Ergo,* Magnitudo $\overline{\alpha\beta}$, est æqualis magnitudini $\overline{\alpha\eta}$. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est *ὑπόθεσις.* Posterior est conclusio syllogismi primi. *Solutio τῆς ἐνστάσεως.* *Tertius.* Si magnitudo $\overline{\alpha\beta}$, magnitudinis $\overline{\epsilon\zeta}$, est magis multiplex, quam magnitudo $\overline{\gamma\delta}$, erit minor magnitudo æqualis magnitudini maiori. Sed nulla minor magnitudo est æqualis magnitudini maiori. *Ergo,* Magnitudo $\overline{\alpha\beta}$, magnitudinis $\overline{\epsilon\zeta}$, non est magis multiplex, quam magnitudo $\overline{\gamma\delta}$. *Explicatio.* Maior est manifesta ex superioribus syllogismis. Minor est *κοινὴ ἔννοια.* *Ἔνστασις ἡ δευτέρα.* Quid si magnitudo $\overline{\alpha\beta}$, magnitudinis $\overline{\epsilon\zeta}$, sit minus multiplex, quam magnitudo $\overline{\gamma\delta}$. *ὑπόθεσις.* Fingamus igitur magnitudinem $\overline{\alpha\beta}$, magnitudinis $\overline{\epsilon\zeta}$, esse minus multiplicem, quam est magnitudo $\overline{\gamma\delta}$. *ἡ κατασκευή.* Ponatur magnitudo $\overline{\alpha\theta}$, multiplex magnitudinis $\overline{\epsilon\zeta}$, æqualiter magnitudini $\overline{\gamma\delta}$. *ἡ ἀπόδειξις.* *Quartus.* Ex syllogismo primo demonstrabis magnitudinem $\overline{\gamma\delta}$, esse æqualem magnitudini $\overline{\alpha\theta}$. Et ex syllogismo secundo magnitudinem $\overline{\alpha\theta}$, esse æqualem magnitudini $\overline{\alpha\beta}$. Et ex tertio magnitudinem $\overline{\alpha\beta}$, non esse minus multiplicem magnitudinis $\overline{\epsilon\zeta}$, quam est magnitudo $\overline{\gamma\delta}$. *Quintus.* Magnitudo $\overline{\alpha\beta}$, magnitudinis $\overline{\epsilon\zeta}$, est multiplex æqualiter magnitudinis $\overline{\gamma\delta}$, aut est magis multiplex, aut minus multiplex, quam $\overline{\gamma\delta}$. Sed magnitudo $\overline{\alpha\beta}$, magnitudinis $\overline{\epsilon\zeta}$, non est magis multiplex quam magnitudo $\overline{\gamma\delta}$, neque etiam minus multiplex, quam magnitudo $\overline{\gamma\delta}$. *Ergo,* Magnitudo $\overline{\alpha\beta}$, magnitudinis $\overline{\epsilon\zeta}$, est multiplex æqualiter magnitudini $\overline{\gamma\delta}$. *Explicatio.* Maior est nota per se. Minoris pars prior est conclusio syllogismi tertij. Posterior uero est conclusio syllogismi quarti. *τὸ συμπέρασμα.* Magnitudines igitur æquales, &c.

Lemma quintum.

Magnitudinum æqualium, etiam æqualiter multiplices magnitudines sunt æquales.

ἡ ἔκθεσις.

Sit magnitudo $\overline{\alpha\beta}$, æqualis magnitudini $\overline{\gamma\delta}$: & sit magnitudinis $\overline{\alpha\beta}$, multiplex magnitudo $\overline{\epsilon\zeta}$: magnitudinis uero $\overline{\gamma\delta}$, ęqualiter multiplex magnitudo $\overline{\eta\theta}$. *ὁ διορισμός.* Dico quod magnitudo $\overline{\epsilon\zeta}$, est æqualis magnitudini $\overline{\eta\theta}$.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi tres.

Primus. Si fuerit magnitudo prima æqualis &c. ut lemma secundum. Magnitudo $\overline{\alpha\beta}$, est æqualis magnitudini $\overline{\gamma\delta}$: & magnitudo $\overline{\gamma\delta}$, est pars magnitudinis $\overline{\eta\theta}$. *Ergo,* Magnitudo $\overline{\alpha\beta}$, est eadē pars magnitudinis $\overline{\eta\theta}$. Hoc est, magnitudo $\overline{\eta\theta}$, duarum magnitudinum $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\gamma\delta}$, æqualiter multiplex. *Explicatio.* Maior est lemma secūdum. Minoris pars utraque est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Secundus.* Quæ eidem sunt æqualia, illa inter se etiam sunt æqualia. Numerus à quo magnitudo $\overline{\epsilon\zeta}$, dicitur multiplex magnitudinis $\overline{\alpha\beta}$, est æqualis numero, à quo magnitudo $\overline{\eta\theta}$, dicitur multiplex magnitudinis $\overline{\alpha\beta}$: numerus à quo magnitudo $\overline{\eta\theta}$, dicitur multiplex magnitudinis $\overline{\alpha\beta}$: etiam est æqualis numero, à quo magnitudo $\overline{\eta\theta}$, dicitur multiplex magnitudinis $\overline{\gamma\delta}$. *Ergo,* Numerus, à quo magnitudo $\overline{\epsilon\zeta}$, dicitur multiplex magnitudinis $\overline{\alpha\beta}$, est æqualis numero, à quo magnitudo $\overline{\eta\theta}$, dicitur multiplex magnitudinis $\overline{\alpha\beta}$. Hoc est, Magnitudines $\overline{\epsilon\zeta}$, $\overline{\eta\theta}$, magnitudinis $\overline{\alpha\beta}$, sunt æqualiter multiplices. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est *ὑπόθεσις.* Posterior est conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Quæcunque magnitudines eiusdem magnitudinis sunt æqualiter multiplices, illæ inter se sunt æquales. Magnitudines $\overline{\epsilon\zeta}$, $\overline{\eta\theta}$, sunt æqualiter multiplices magnitudinis $\overline{\alpha\beta}$. *Ergo,* Magnitudo $\overline{\epsilon\zeta}$, est æqualis magnitudini $\overline{\eta\theta}$. *Explicatio.* Maior est lemma tertium. Minor est conclusio syllogismi secundi. *τὸ συμπέρασμα.* Magnitudinum igitur æqualium &c.

Lemma

Lemma sextum.

Si fuerit magnitudo prima, æqualis magnitudini secundæ, & secunda æqualis tertiæ: erit etiam prima magnitudo æqualis magnitudini tertiæ. Et si fuerit secūda maior, quam tertia: erit etiam prima maior tertia, si uerò fuerit secunda minor, quàm tertia: erit etiam prima minor tertia.

Ἔκθεσις partis primæ.

Prima huius lemmatis pars est *κοινὴ ἔννοια*. Quæ enim eidē sunt æqualia: illa etiā inter se sunt æqualia. Sit magnitudo α, æqualis magnitudini β: & sit magnitudo β, maior magnitudine γδ. *ὁ διορισμός.* Dico quod magnitudo α, est maior magnitudine γδ. *ἡ κατασκευή.* Quoniam magnitudo γδ, est minor magnitudine β, sumatur magnitudo γε, æqualis magnitudini β.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi duo.

Primus. Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Magnitudo α, est æqualis magnitudinis β, & magnitudo β est æqualis magnitudini γε. *Ergo,* Magnitudo α, est æqualis magnitudini γε. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est *ὑπόθεσις.* Posterior est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Secundus.* Quoniam igitur magnitudo α, est æqualis magnitudini γε: manifestū est ipsam esse minorem magnitudine γδ.

Ἔκθεσις partis secundæ.

Sit magnitudo αβ, æqualis magnitudini γδ, magnitudo uerò γδ, sit maior magnitudine ε. *ὁ διορισμός.* Dico quod magnitudo αβ, est maior magnitudine ε. *ἡ κατασκευή.* Quia magnitudo γδ, est maior magnitudine ε: tollatur ex ea magnitudo γζ, æqualis magnitudini ε. Et quoniam magnitudo αβ, est æqualis magnitudini γδ ipsa est maior magnitudine γζ: tollatur igitur ex magnitudine αβ, magnitudo αη, æqualis magnitudini γζ.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi duo.

Primus. Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia. Magnitudo αη, est æqualis magnitudini γζ: & magnitudo γζ, est æqualis magnitudini ε. *Ergo,* Magnitudo αη, est æqualis magnitudini ε. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars utraque est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Secundus.* Quoniam igitur magnitudo αη, est æqualis magnitudini ε: manifestum est totam αβ, maiorē etiam magnitudine ε.

Ἔκθεσις partis tertiæ.

Sit magnitudo αβ, æqualis magnitudini γδ: magnitudo uerò γδ, sit minor magnitudine εζ. *ὁ διορισμός.* Dico quod αβ, est minor magnitudine εζ. *ἡ κατασκευή.* Quoniam enim magnitudo γδ, est minor magnitudine εζ, sumatur magnitudo εη, æqualis magnitudini γδ.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi duo.

Primus. Quæ eidem sunt ęqualia, illa etiam &c. Magnitudo αβ, est æqualis magnitudini γδ: & magnitudo γδ, est æqualis magnitudini εη. *Ergo,* Magnitudo αβ, est æqualis magnitudini εη. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minoris pars prior est *ὑπόθεσις.* Posterior est nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Secundus.* Quoniam igitur magnitudo αβ, est æqualis magnitudini εη, manifestum est magnitudinem αβ, esse minorem magnitudine εζ. *τὸ συμπέρασμα.* Si igitur fuerit magnitudo prima &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

Lemma septimum.

Magnitudinum inæqualium, æqualiter multiplices magnitudines: sunt inæquales. *Hoc est,* Magnitudinis maioris multiplex est maior, quàm minoris.

ἡ ἔκθεσις.

Sit magnitudo αβ, maior magnitudine γδ: & sit magnitudinis αβ multiplex magnitudo εζ: magnitudinis uero γδ æqualiter multiplex magnitudo ηθ. *ὁ διορισμός.* Dico quod magnitudo εζ, est maior magnitudine ηθ. *ἡ κατασκευή.* Quoniā magnitudo εζ, est multiplex magnitudinis αβ: habet in se aliquot magnitudines æquales magnitudini αβ. Et quoniam magnitudo ηθ, est mutiplex magnitudinis γδ: habet etiam ipsa in se aliquot magnitudines æquales, magnitudini γδ. Diuidatur igitur magnitudo εζ, in magnitudines æquales magitudini αβ, & sint εκ, κζ. Diuidatur item magnitudo ηθ, in magnitudines æquales magnitudini γδ, & sint ηλ, λθ.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi quinque.

Primus. Magnitudines æqualiter multipli-

ces, continent partes multitudine æquales. Magnitudo $\overline{\iota\zeta}$, eſt multiplex magnitudinis $\overline{\alpha\beta}$: & magnitudo $\overline{\eta\theta}$, eſt æqualiter multiplex magnitudinis $\overline{\gamma\delta}$: illarum partes ſunt alterius quidem $\overline{\iota\kappa}$, $\overline{\kappa\zeta}$, alterius uerò magnitudinis $\overline{\eta\lambda}$, $\overline{\lambda\theta}$. *Ergo*, Multitudo magnitudinum $\overline{\iota\kappa}$, $\overline{\kappa\zeta}$, eſt æqualis multitudini magnitudinū $\overline{\eta\lambda}$ $\overline{\lambda\theta}$. *Explicatio.* Maior eſt nota per ſe. Minoris pars prior eſt *ὑπόθεσις*. Poſterior eſt nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς*. *Secundus.* Si fuerit magnitudo prima æqualis magnitudini ſecundæ: ſecunda uerò ſi fuerit maior, quàm tertia, erit etiam magnitudo prima maior, quàm tertia. Magnitudo $\overline{\iota\kappa}$, eſt æqualis magnitudini $\overline{\alpha\beta}$ Et magnitudo $\overline{\alpha\beta}$, eſt maior magnitudine $\overline{\gamma\delta}$. *Ergo*, Magnitudo $\overline{\iota\kappa}$, eſt maior magnitudine $\overline{\gamma\delta}$. *Explicatio.* Maior eſt pars lemmatis ſexti. Minoris pars prior eſt nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς*. Poſterior eſt *ὑπόθεσις*. *Tertius.* Si fuerit magnitudo prima, æqualis magnitudini ſecundæ &c. ut in præcedenti ſyllogiſmo. Magnitudo $\overline{\lambda\kappa}$, eſt æqualis magnitudini $\overline{\gamma\delta}$, & magnitudo $\overline{\gamma\delta}$, eſt minor magnitudine $\overline{\iota\kappa}$. *Ergo*, Magnitudo $\overline{\kappa\lambda}$, eſt minor quàm magnitudo $\overline{\iota\kappa}$. *Explicatio.* Maior eſt pars lemmatis ſexti. Minoris pars prior eſt nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς*. Poſterior eſt concluſio ſyllogiſmi ſecundi. *Quartus.* *Διὰ τὰ αὐτὰ* eſt etiam magnitudo $\overline{\lambda\theta}$, minor magnitudine $\overline{\kappa\zeta}$. *Quintus.* Si inæqualibus inæqualia fuerint addita, etiam quæ fiunt, erunt inæqualia. Magnitudo $\overline{\iota\kappa}$, eſt maior magnitudine $\overline{\kappa\lambda}$: & magnitudo $\overline{\kappa\zeta}$, eſt maior magnitudine $\overline{\lambda\theta}$. *Ergo*, Magnitudo tota $\overline{\iota\zeta}$, eſt maior magnitudine $\overline{\kappa\theta}$. *Explicatio.* Maior eſt conuerſio *λοιπῶν σύνθεσις*. Minoris pars prior eſt concluſio ſyllogiſmi tertij. Poſterior eſt concluſio ſyllogiſmi quarti *τὸ συμπέρασμα*. Magnitudinum igitur inæqualium, æqualiter multiplices magnitudines ſunt inæquales, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*.

Finis libri quinti.

Euclidis elementum sextum.

ΟΡΟΙ.

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν: καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς, ἀνάλογον.

Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων, ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.

Ἄκρον καὶ μέσον λόγον, εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ, ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλαττον.

Ὕψος ἐστὶ παντὸς σχήματος, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν, κάθετος ἀγομένη.

Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες, ἐφ᾽ ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι, ποιῶσί τινας.

DEFINITIONES.

Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ æquales habent angulos ad unum: & latera æquales angulos continentia æqualia.

Reciprocæ figuræ sunt, quando in utraq; figura sunt antecedentes, & consequentes rationis termini.

Secundum rationem extremam & mediã dicetur linea recta esse secta, quando sic se habet ratio, ut tota ad maius segmentum, sic maius segmentum ad minus.

Vniuscuiusque figuræ altitudo dicitur linea recta perpendicularis, ducta à uertice ad basim usque.

Ratio ex rationibus dicetur composita esse, si rationum quantitates inter se multiplicatæ aliquas fecerint.

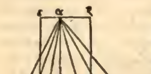
PROPOSITIO I.
Theorema.

Τὰ τρίγωνα, καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα: πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς αἱ βάσεις.

Trianguli & parallelogrãma, quæ sub eadem sunt altitudine: proportionem inter se habent, ut & ipsæ bases.

ἡ ἔκθεσις.

Sint trianguli $\overline{\alpha\beta\gamma}$, $\alpha\overline{\gamma\delta}$, & sint parallelogramma $\overline{\epsilon\gamma}$, $\overline{\gamma\zeta}$. sub eadem altitudine, quæ est à puncto $\overline{\alpha}$, ad $\overline{\beta\delta}$, seu per ipsam perpendicularem. ὁ διορισμός. Dico quod ut se habet basis $\overline{\beta\gamma}$, ad basim $\overline{\gamma\delta}$, ita se habeat $\overline{\alpha\beta\gamma}$, triangulus, ad $\overline{\alpha\gamma\delta}$, triãgulum, & $\overline{\epsilon\gamma}$, parallelogrammon, ad $\overline{\gamma\zeta}$, parallelogramõ.



ἡ κατασκευή. Recta $\overline{\beta\delta}$, extendatur in utramque partem, ad pũcta $\overline{\theta}$, & $\overline{\lambda}$: postea fiant basi $\overline{\beta\gamma}$, aliquot numero æquales & sint $\overline{\beta\kappa}$, $\overline{\kappa\theta}$: pręterea basi $\overline{\gamma\delta}$, fiant aliquot numero æquales, & sint $\overline{\delta\kappa}$, $\overline{\kappa\lambda}$: denique fiant rectæ $\overline{\alpha\kappa}$, $\overline{\alpha\theta}$, $\overline{\alpha\kappa}$, $\overline{\alpha\lambda}$.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi octo.

Primus. Trianguli super basibus æquali-

bus &c. Triangulorum αεδ, αηβ, αβγ, bases ηδ, ηζ, βγ, sunt æquales. *Ergo*, Et trianguli æquales erunt. *Explicatio*. Maior est trigesimaoctaua primi. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus*. Si fuerint aliquot magnitudines &c. Basis βγ, multiplex est θγ, & trianguli αβγ, multiplex æqualiter est αθγ triangulus. *Ergo*, Quotuplex est θγ, basis ipsius βγ: totuplex erit & triangulus αθγ, trianguli αβγ. *Explicatio*. Maior est propositio prima quinti. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Tertius*. Διὰ τὰ αὐτὰ demonstrabitur quotuplex est λγ, basis ipsius γδ basis: totuplex etiam erit triangulus αλγ, trianguli αγδ. *Quartus*. In eadem ratione magnitudines esse dicuntur prima ad secundã &c. Sunt quatuor magnitudines duæ bases βγ, & γδ, & duo trianguli αβγ, αγδ, atque harum magnitudinum sumptæ sunt æqualiter multiplices βγ, basis, & αβγ, trianguli: basis quidem βγ, multiplex θγ, basis: trianguli uero αβγ, multiplex triangulus αθγ. Item basis γδ, multiplex sumpta est basis γλ, trianguli uero αγδ, multiplex erit, triangulus αλγ: quod si θγ, basis est æqualis basi γλ, etiam triangulus αθγ, est æqualis triangulo αγλ, & si maior est basis basi: triangulus triangulo maior erit & si minor est basis θγ, basi γλ, etiam triangulus αθγ, minor erit triangulo αγλ. *Ergo*, Vt se habet βγ, basis ad γδ, basim: sic se habet αβγ, triangulus ad αγδ, triangulum. *Explicatio*. Maior est definitio quinta libri quinti. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Quintus*. Si parallelogrammon cum triangulo eandem habet basim &c. Parallelogrammon εγ, cum triangulo αβγ, eandem habet basim. *Ergo*, Parallelogrammon εγ, duplum est trianguli αβγ. *Explicatio*. Maior est quadragesimaprima primi. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς nota. *Sextus*. Si parallelogrammon cum triangulo habuerit &c. Parallelogrammon ζγ, cum triangulo αγδ, habet eandem basim γδ. *Ergo*, Parallelogrammon ζγ, duplum est trianguli αγδ. *Explicatio*. Maior ut in syllogismo quinto. Minor ut supra. *Septimus*. Partes eandem habẽt rationem eodem modo multiplicium: αβγ, & αγδ, trianguli sunt partes eodem modo multiplices εβ, ζγ, parallelogramma. *Ergo*, Vt se habet αβγ, triangulus ad triangulum αγδ: ita se habebit εγ, parallelogrammon, ad ζγ, parallelogrammon. *Explicatio*. Maior est propositio decimaquinta quinti. Minor ex quinto & sexto syllogismo nota. *Octauus*. Quæ rationes ad eandẽ habẽt rationẽ eandẽ, &c. Sicut se habet βγ, basis ad γδ, basim, ita se habet αβγ, triangulus, ad αγδ, triangulum: sed sicut se habet αβγ, triangulus ad αγδ, triangulum: ita se habet εγ, parallelogrammon ad γζ, parallelogrammon. *Ergo*, Vt se habet βγ, basis ad γδ, basim: ita se habet εγ, parallelogrammon ad γζ, parallelogrammon. *Explicatio*. Maior est undecima quinti. Minor est superiorũ syllogismorũ cõclusio. τὸ συμπέρασμα. Trianguli igitur & parallelogramma &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

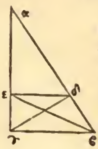
PROPOSITIO II.

Theorema.

Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς. Καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευράν, παράλληλος.

Si ad trianguli alicuius latus, ducta fuerit quædam linea recta æquedistans, tum ea proportionaliter secabit trianguli latera. Et si trianguli latera fuerint proportionaliter secta: tum linea recta ad sectiones ducta ad reliquum trianguli latus, erit æquædistans.

ἡ ἔκθεσις.



Sit triangulus αβγ: & uni ex lateribus nempe βγ, lateri ducatur æquedistans recta δε. ὁ διορισμός. Dico quod sit sicut βδ, ad δα: sic etiam erit γε, ad εα. ἡ κατασκευή. Fiant rectæ βε, γδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi octo.

Primus. Trianguli super eadem basi, & inter easdem lineas rectas æquedistantes &c. Trianguli βδε, γδε, sunt super eadem basi δε, & inter easdem æquedistantes δε, βγ. *Ergo*, Triangulus βδε, est æqualis triangulo γδε. *Explicatio*. Maior est propositio trigesimaseptima primi. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus*. Ea quæ æqualia sunt ad idem

ad idem eandem habent rationem. Trianguli βδε, γδε, sunt æquales, & est tertius triangulus αδε. *Ergo*, Erit ut βδε, triangulus ad αδε, triangulum, sic γδε, triãgulus ad αδε, triangulum. *Explicatio.* Maior est propositio nona quinti. Minor conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Trianguli sub eadem altitudine &c. Trianguli βδε, αδε, sunt sub eadem altitudine, nempe perpendiculari, quæ ab ε, puncto ad αβ, rectam ducitur. *Ergo*, Habent ad sese mutuo ut bases. *Ergo*, ut βδε, ad αδε, ita βδ, ad δα. *Explicatio.* Maior est prima sexti. Minor nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς*. *Quartus.* Trianguli sub eadem &c. Trianguli γδε, αδε, sunt sub eadem altitudine. *Ergo*, Habent rationē basiū: ut igitur se habet γδε, ad αδε, sic se habent γε, ad εα. *Explicatio.* Maior ut in tertio syllogismo ita quoq; minor. *Quintus.* Rationes quæ ad eandem habent &c. ut se habet βδε, triangulus ad αδε, triangulum: ita se habet βδ, ad δα: & ut se habet γδε, triangulus ad αδε, triangulum, ita se habet γε, ad εα. *Ergo*, ut se habet βδ, ad δα: ita se habet γε, ad εα. *Explicatio.* Maior est undecima quinti. Minor uero est conclusio tertij & quarti syllogismi. *Altera propositionis pars.* Sed sint secta latera trianguli proportionaliter ut βδ, ad δα, sic γε, ad εα. *ἡ κατασκευή.* Fiat recta δε. *ὁ διορισμός.* Dico quod δε, æquedistet βγ. maneat eadem delineatio. *Ἀπόδειξις.* *Sextus.* Rationes ad eandem rationem &c. Sicut est βδ, ad δα, sic γε, ad εα: uerum sicut se habet βδ, ad δα, ita se habet triangulus βδε, ad triangulum αδε, ut uero se habet γε, ad εα, ita triangulus γδε, se habet ad triangulum αδε. *Ergo*, Vt se habet βδε, triangulus ad αδε, triangulum: sic se habet γδε, triangulus ad αδε, triangulum. *Explicatio.* Maior est undecima quinti. Minor ex prioribus syllogismis manifesta. *Septimus.* Quæ ad unum idemque eandem habent rationem &c. Vterque triangulus βδε, γδε, habet ad αδε, triangulum eandem rationem. *Ergo*, βδε, triangulus, est æqualis γδε, triangulo, & sunt super eadem basi δε. *Explicatio.* Maior est nona quinti. Minor nota ex syllogismo sexto. *Octauus.* Trianguli æquales & super eadem basi &c. Trianguli γδε, βδε, sunt super eadem basi δε, & sunt inter se æquales. *Ergo*, Erunt inter easdem æquedistantes lineas rectas, δε igitur æquedistat βγ. *Explicatio.* Maior est propositio trigesimanona primi. Minor conclusio syllogismi septimi. *τὸ συμπέρασμα.* Si itaque trianguli alicuius, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

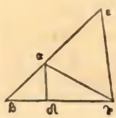
PROPOSITIO IIII.

Theorema.

Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα, τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

Si trianguli alicuius angulus fuerit dissectus in duas partes ęquales: ipsaque recta secans angulum, ipsam etiam basin secet: tum segmenta basis eandem habebunt proportionē cum reliquis trianguli lateribus. Et si segmenta basis eandem habuerint proportionem cum reliquis trianguli lateribus: recta à uertice triãguli ad sectionem ducta: secat angulum trianguli in duas partes æquales.

ἡ ἔκθεσις.



Sit triangulus αβγ, eius angulus βαγ, secetur *δίχα* per lineam rectam αδ. *ὁ διορισμός.* Dico quod sicut se habet βδ, ad γδ, ita se habeat βα, ad αγ. *ἡ κατασκευή.* Ducatur per punctum γ, rectę δα, æquedistans recta γε, atque si βα, extensa fuerit ea incidat in γε, in puncto ε.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi tredecim.

Primus. Si in duas rectas æquedistantes incidens alia &c. In duas rectas ęquedistantes αδ, εγ, incidit alia recta αγ. *Ergo*, Anguli *ἐναλλάξ* sunt inter se ęquales: angulus αγε, est æqualis angulo γαδ. *Explicatio.* Maior est uigesimanona primi. Minor nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς*. *Secundus.* Quæ eidem sunt æqualia &c. Angulus βαδ, est æqualis angulo γαδ, & eidem γαδ, etiam est æqualis αγε. *Ergo*, Angulus βαδ, est æqualis angulo αγε. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια*. Minor partim *ὑπόθεσις*, partim conclusio syllogismi primi.

Digitized by Google

Tertius. Si in duas rectas æquedistantes &c. In duas rectas æquedistantes αδ, ιγ, incidit recta βαι. *Ergo,* Angulus βαδ, externus est æqualis angulo αιγ, interno sibi ex ijsdem partibus opposito. *Explicatio.* Maior est propositio uigesimanona primi. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Quartus.* Quæ eidem sunt æqualia &c. Angulus αγι, est æqualis angulo βαδ, & eidem angulo βαδ, est æqualis angulus αιγ. *Ergo,* Angulus αγι, est æqualis angulo αιγ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor partim conclusio syllogismi secundi, partim conclusio syllogismi tertij. *Quintus.* Trianguli duos æquales habentes &c. Est triangulus αιγ, cuius duo anguli αιγ, αγι, sunt æquales. *Ergo,* Latera αι, αγ, æquales angulos subtendentia sunt æqualia. *Explicatio.* Maior est sexta primi. Minor uero est conclusio syllogismi quarti. *Sextus.* Si lateri alicuius trianguli ducta fuerit æquedistans &c. Lateri ιγ, trianguli βγι, ducta est æquedistans recta αδ. *Ergo,* Vt se habet βδ, ad δγ, ita se habebit βα, ad αι. hoc est, αγ, quia ei est æqualis. *Explicatio.* Maior est secunda sexti. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. τὸ συμπέρασμα. *Ergo,* Si trianguli alicuius angulus &c. *Altera propositionis pars.* Verum ponamus esse ut βδ, ad δγ, sic βα, ad αγ, atque ducatur recta δα. ὁ διορισμός. Dico quod angulus βαγ, sit sectus δίχα. Maneat eadem delineatio. *Septimus.* Si lateri alicuius trianguli &c. Trianguli βιγ, lateri γι ducta est, est æquedistans recta δα. *Ergo* Vt se habet βα, ad αι, sic se habet βδ, ad δγ. *Explicatio.* Maior est secunda sexti. Minor manifesta ex delineatione. *Octauus.* Rationes ad eandē &c. Sicut se habet βδ, ad δγ, ita se habet βα, ad αγ, & ut se habet βδ, ad δγ, ita se habet βα, ad αι. *Ergo,* Vt se habet βα, ad αγ, sic se habet βα, ad αι. *Explicatio.* Maior est undecima quinti. Minor patet ex superioribus. *Nonus.* Quæ ad idem eandem habēt rationem &c. βα, ad αγ, sicut βα, ad αι. *Ergo,* αγ, & αι, sunt æqualia latera. *Explicatio.* Maior est nona quinti. Minor conclusio syllogismi octaui. *Decimus.* Trianguli æquicruri &c. Triangulus αιγ, est æquicrurus. *Ergo,* Anguli αιγ, αγι, sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est quinta primi. Minor conclusio syllogismi noni. *Vndecimus.* Si in duas rectas æquedistantes &c. In rectas γι, αδ, æquedistantes incidit recta βαι. *Ergo,* Angulus βαδ, externus angulo αιδ, interno sibi opposito est æqualis. *Explicatio.* Maior est uigesimanona primi. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Duodecimus.* Si in duas rectas æquedistantes, &c. In rectas γι, αδ, æquedistantes incidit recta αγ. *Ergo,* Angulus αγι, est æqualis angulo γαδ, ἐναλλὰξ posito. *Explicatio.* Maior est uigesimanona primi. Minor per se nota. *Decimus tertius.* Quæ eidem sunt æqualia &c. Angulus βαδ, est æqualis angulo αιγ, & angulus γαδ, etiam est æqualis angulo αγι. *Ergo,* Angulus βαδ, est æqualis angulo γαδ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor ex superioribus syllogismis manifesta. τὸ συμπέρασμα. Angulus igitur βαγ, est sectus δίχα. Quod si itaque alicuius trianguli angulus, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

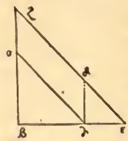
PROPOSITIO IIII.

Theorema.

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων, ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὁμόλογοι, αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.

Trianguli qui æquales habent angulos: latera eorū quæ æquales continent angulos sunt proportionalia: & latera æquales angulos subtendentia, sunt homologa.

ἡ ἔκθεσις.



Sint triāguli æquianguli αβγ, δγε, & habeant angulum αβγ, angulo δγε, æqualē item αγβ, angulum, angulo δεγ æqualē: deniq; βαγ, angulū æqualē angulo γδε. ὁ διορισμός. Dico quod triangulorum αβγ, δγε, latera sint proportionalia quæ angulos continent æquales: & latera æquales angulos subtendentia sint in una proportione. ἡ κατασκευή. Recta βγ, collocetur rectæ γε, ἐπ' εὐθείας.

ἡ ἀπόδειξις τῆς κατασκευῆς.

Syllogismi duo.

Primus. In omni triangulo duo anguli sunt minores &c. Est triangulus αβγ, datus. *Ergo,* Anguli eius duo αβγ, αγβ, sunt duobus rectis minores. Angulo autē αγβ, est æqualis angulus

angulus ηεγ. Ergo, Et illi αβγ, δεγ, sunt duobus rectis minores. *Explicatio.* Maior est decimaseptima primi. Minor nota per se. *Secundus.* Si in duas rectas incidat alia recta &c. In rectas βα, εδ, incidit recta βε, & facit angulos αβγ, ηεγ, duobus rectis minores. Ergo, βα, εδ, protractæ concurrent. *Explicatio.* Maior est inter principia primi libri posita. Minor nota ex delineatione & primo syllogismo. .Τὸ λοιπὸν τῆς κατασκευῆς. Rectæ βα, εη, protrahantur & concurrant in puncto ζ.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi undecim.

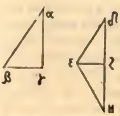
Primus. Si in duas rectas recta incidens fecerit &c. In duas rectas ζβ, γδ, incidit recta εβ, & facit angulum δγε, externum, angulo αβγ, interno ex ijsdem partibus posito æqualem. Ergo, βζ, & γδ, sunt æquedistantes. *Explicatio.* Maior est propositio uigesimaoctaua primi. Minor nota ἐκ τῆς ὑποθέσεως. *Secundus.* Si in duas rectas recta incidēs &c. In duas rectas αγ, εζ, incidit recta βε, & facit angulum αγβ, æqualem angulo δεγ, externum interno opposito. Ergo, Recta αγ, æquedistat rectæ ζε. *Explicatio.* Maior & minor ut in primo syllogismo. *Tertius.* Parallelogrammon est quod cōstat lineis rectis æquedistantibus. Figura ζαγη, continetur rectis æquedistantibus. Ergo, Figura ζαγη, est parallelogrammon. *Explicatio.* Maior est definitio parallelogrammi. Minor nota ex superioribus syllogismis. *Quartus.* In omni parallelogrammo latera opposita &c. Figura ζαγδ, est parallelogrammon. Ergo, Latus ζα, est æquale lateri γδ, & latus αγ, æquale lateri ζδ. *Explicatio.* Maior est propositio trigesimaquarta primi. Minor est cōclusio syllogismi tertij. *Quintus.* Si lateri alicuius trianguli &c. Trianguli ζβε, lateri ζε, ducta est æquedistans recta αγ. Ergo, Vt se habet βα, ad αζ, ita se habet βγ, ad γε. *Explicatio.* Maior est propositio secunda sexti. *Sextus.* Quæ æqualia sunt ad idem, eandem habent rationem. Recta αζ, est æqualis rectæ γη. Ergo, Vt se habet βα, ad γδ, ita se habet βγ, ad γε. *Explicatio.* Maior est nona quinti. Minor nota ex superioribus syllogismis. *Septimus.* Si quatuor magnitudines fuerint proportionales &c. Vt se habet βα, ad γδ ita se habet βγ, ad γε. Ergo, ἐναλλὰξ ut se habet αβ, ad βγ: sic se habebit ηγ, ad γε. *Explicatio.* Maior est propositio decimasexta quinti. *Octauus.* Si lateri alicuius trianguli ducta fuerit &c. Trianguli ζβε, lateri βζ, ducta est æquedistans γη. Ergo, Vt se habet βγ, ad γε, ita se habebit ζδ, ad δε. *Explicatio.* Maior est secunda sexti. Minor nota ex delineatione & prioribus syllogismis. *Nonus.* Aequalia ad idem eandem &c. Recta δζ, est æqualis rectæ αγ. Ergo, Vt se habet βγ, ad γε, sic se habebit αγ, ad εδ. *Explicatio.* Maior est decimasexta quinti. Minor nota ex prioribus. *Decimus.* Si quatuor magnitudines proportionales &c. Vt se habet βγ, ad γε, ita se habet αγ, ad εδ. Ergo, ἐναλλὰξ ut se habet βγ, ad γα, ita se habet γε, ad εδ. *Explicatio.* Maior est decimasexta quinti Minor conclusio superiorum syllogismorum. *Vndecimus.* Si fuerint aliquot magnitudines &c. Sicut se habet αβ, ad βγ, ita se habet ηγ, ad γε. & ut se habet βγ, ad γα, sic se habet γε, ad εη. Ergo, δι᾽ ἴσου, ut se habet βα, ad αγ, ita se habet γη, ad δε. *Explicatio.* Maior est propositio uigesimasecunda quinti. Minor comprehendit cōclusiones, omnium superiorum syllogismorum. τὸ συμπέρασμα. Trianguli igitur quorum anguli sunt æquales, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO V.
Theorema.

Ἐὰν δύο τρίγωνα, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ· ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ᾽ ἃς, αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Si duo trianguli habuerint latera proportionalia, illi etiam æquianguli erunt: & anguli, quos latera homologa subtendunt, sunt æquales.

ἡ ἔκθεσις.



Sint duo trianguli αβγ, δεζ, quorum latera sint proportionalia ut αβ, ad βγ, sic δε, ad εζ, & ut βγ, ad γα: sic εζ, ad ζδ: denique ut βα, ad αγ, sic εδ, ad δζ. ὁ διορισμός. Dico quod triangulus αβγ, sit triangulo δεζ, æquiangulus: & quod angulos habeant æquales, quos latera in una proportione existentia subtendunt angulum αβγ, angulo δεζ, æqualem, & angulum βγα, angulo εζδ, æqualem, denique angu-

lum βαγ, angulo εδζ, æqualem. ἡ κατασκευή. Ad lineam rectam εζ, & ad data in ea puncta ε, ζ, angulo αβγ, fiat angulus ζεη, æqualis: item βγα, angulus εζη, æqualis. Reliquus igitur βαγ, reliquo εηζ, æqualis erit: unde αβγ, εζη, trianguli ſunt æquianguli.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi ſeptem.

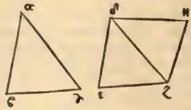
Primus. Triangulorum æquiangulorum latera, ſunt proportionalia, &c. Trianguli αβγ, εζη, ſunt æquianguli. *Ergo,* Latera eorum æquales angulos continentia ſunt proportionalia: & in una ſunt proportione latera quæ æquales ſubtendunt angulos. *Ergo,* Vt ſe habet αβ, ad βγ, ita ſe habet ηε, ad εζ. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio tertia ſexti. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Quæ ad eandem habent rationem &c. Vt ſe habet αβ, ad βγ, ita ſe quoque habet δε, ad εζ, & ut ſe habet αβ, ad βγ, ita ſe habet ηε, ad εζ. *Ergo,* Vt ſe habet δε, ad εζ, ita ſe habet ηε, ad εζ. *Explicatio.* Maior eſt undecima quinti. Minor eſt ὑπόθεσις, & concluſio ſyllogiſmi primi. *Tertius.* Quæ ad idem habent eandem &c. δε, & ηε, ad εζ, habent eandem rationem. *Ergo,* δε, eſt æqualis ηε. *Explicatio.* Maior eſt nona quinti. Minor concluſio ſyllogiſmi ſecundi. *Quartus.* Διὰ τὰ αὐτὰ demonſtrabitur quod δζ, ſit æqualis ηζ. *Quintus.* Si fuerint duo trianguli quorum duo latera &c. Sunt duo trianguli δεζ, εζη, quorum duo latera δε, εζ, duobus lateribus ηε, εζ, ſunt æqualia, & baſis δζ, baſi ζη, eſt æqualis. *Ergo,* Angulus δεζ, angulo ηεζ, eſt æqualis: & triangulus δεζ, triangulo ηεζ, æqualis: & reliqui anguli reliquis angulis æquales quos æqualia illa latera ſubtendunt: angulus δζε, æqualis angulo ηζε: & angulus εδζ, æqualis angulo εηζ. *Explicatio.* Maior eſt quarta & octaua primi. Minor nota ex ſyllogiſmis præcedentibus & ipſa κατασκευῇ. *Sextus* Quæ eidem ſunt æqualia, &c. Angulus ζεδ, eſt æqualis angulo ηεζ, & eidem ηεζ, angulo eſt æqualis angulus αβγ. *Ergo,* Angulus αβγ, angulo ζεδ, eſt æqualis. *Explicatio.* Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minor ex prioribus ſyllogiſmis nota. *Septimus.* Διὰ τὰ αὐτὰ demonſtrabitur quod angulus αγβ, angulo δζε, ſit æqualis: & angulus ad α, angulo ad δ, atque idcirco αβγ, triangulus, triangulo δεζ, eſt æquiangulus. τὸ συμπέρασμα. Si ergo duo trianguli latera habuerint, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Ἐὰν δύο τρίγωνα, μίαν γωνίαν, μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον: ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ᾽ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Si alicuius trianguli unus angulus fuerit æqualis uni angulo alterius trianguli: & latera æquales illos angulos continentia ſint proportionalia: eiuſmodi trianguli æqualium ſunt angulorum, & angulos quos homologa latera ſubtendunt, habēt æquales.



ἡ ἔκθεσις.

Sint duo trianguli αβγ, δεζ: & habeant unum angulum, uni angulo æqualem, βαγ, angulum angulo εδζ. Latera uero æquales angulos continentia proportionalia, ut βα, ad αγ: ſic εδ, ad δζ. ὁ διορισμός. Dico quod triangulus αβγ, triangulo δεζ, ſit æquiangulus, & angulus αβγ, ſit æqualis angulo δεζ, angulus etiā αγβ, æqualis angulo δζε. ἡ κατασκευή. Conſtituatur ad rectam δζ, & ad data in ea puncta δ, ζ, angulis βαγ, εδζ, æqualis angulus ζδη. angulo uero αγβ, æqualis angulus δζη. Reliquus igitur ad β, reliquo ad η, æqualis erit unde αβγ, triangulus δηζ, triangulo eſt æquiangulus.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi quinque.

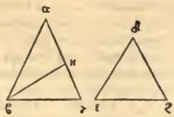
Primus. Triangulorum æquiangulorum &c. Trianguli αβγ, δηζ, ſunt æquianguli. *Ergo,* Latera ſunt proportionalia æquales illos angulos continentia ut igitur ſe habet βα, ad αγ, ſic ſe habet ηδ, ad δζ. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio quarta ſexti. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Quæ ad eandem rationem habent eandem &c. ut ſe habet βα, ad αγ, ita ſe habet εδ, ad δζ, & ut ſe ha-

ut ſe habet εδ, ad δζ, ita ſe habet ηδ, ad δζ. *Ergo,* Vt ſe habet αβ, ad αγ, ita ſe habet εδ, ad δζ. *Explicatio.* Maior eſt undecima quinti. Minor partim ὑποθέσει: partim concluſio ſyllogiſmi primi. *Tertius.* Quæ ad idem eandem habent rationem, illa inter ſe ſunt æqualia. Vt ſe habet εδ, ad δζ, ita ſe habet ηδ, ad δζ. *Ergo,* εδ, eſt æqualis δη. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio nona quinti. Minor concluſio ſyllogiſmi ſecundi. *Quartus.* Si fuerint duo trianguli quorum duo latera &c. Duo trianguli δεζ, ηδζ, habent duo latera εδ, δζ, duobus lateribus ηδ, δζ, æqualia & angulum εδζ, angulo ηδζ, æqualē. Baſis igitur εζ, baſi ηζ, eſt æqualis & triangulus δεζ, triangulo ηδζ, eſt æqualis & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales quos æqualia illa latera ſubtendunt angulus δζη, æqualis angulo δζε, & angulus ad η, angulo ad ε. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio quarta primi. Minor partim ex concluſione ſyllogiſmi tertij, partim ex delineatione manifeſta. *Quintus* Quę eidē ſunt æqualia &c. Angulus ηγβ, eſt æqualis angulo δζη, & eidem angulo etiam æqualis eſt angulus δζε. *Ergo,* Angulus αγβ, angulo δζε, eſt æqualis. *Explicatio.* Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minor ex prioribus ſyllogiſmis nota. τὸ συμπέρασμα. Angulus igitur αγβ, eſt æqualis angulo δζε, & angulus βαγ, angulo εδζ, æqualis ponitur reliquus itaq; ad β, reliquo ad ε, eſt ęqualis: quare triangulus αβγ, triangulo δεζ, eſt ęquiangulus. Si ergo fuerint duo trianguli quorum unus angulus, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO VII.
Theorema.

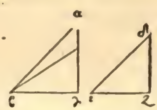
Ἐὰν δύο τρίγωνα, μίαν γωνίαν, μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα, ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας περὶ ἃς ἀνάλογον εἰσὶν αἱ πλευραί.

Si duorum triangulorum angulus unus uni angulo fuerit ęqualis: & latera illos angulos continentia ſint proportionalia: & alterum ex reliquis angulis uel minorem uel non minorem angulo recto habuerint: iſti duo triāguli erunt æqualium angulorum, & angulos quos latera proportionalia continent, habent æquales.



ἡ ἔκθεσις.

Sint duo trianguli αβγ, δεζ, quorum unus angulus uni angulo ſit ęqualis angulus βαγ, angulo εδζ: aliorum uero angulorum latera ſint proportionalia, utpote latera quæ continent angulos βαγ, εδζ, ſicuti ſe habet αβ, ad βγ, ita ſe habeat δε, ad εζ. reliquorum uero angulorum ad γ, ζ, puncta primum uterque ſit ſimul minor recto. ὁ διορισμός. Dico quod αβγ, triangulus ſit æquiangulus triangulo δεζ: & quod angulus αβγ, angulo δεζ: ſit æqualis: reliquus etiam angulus ad γ, reliquo angulo ad ζ, æqualis. Ἐξέτασις. Angulus αβγ, aut eſt æqualis angulo δεζ, aut inæqualis ei. ὑπόθεσις. Ponatur inæqualis, & ſit angulus αβγ, maior angulo δεζ. ἡ κατασκευή. Ad lineam rectam igitur αβ, & ad datum in ea punctum β, angulo δεζ, ſiat angulus αβη, æqualis.



ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi ſeptem.

Primus. Si ab æqualibus auferas æqualia &c. Angulus ad α, æqualis eſt angulo ad δ, & angulus αβη, eſt æqualis angulo δεζ. quos ſi auferas relinquitur angulus αηβ, & angulus δζε. *Ergo,* Angulus αηβ, eſt æqualis angulo δζε. Vnde per conſequens triangulus αβη, triangulo δεζ, eſt æquiangulus. *Explicatio.* Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minor nota *ἐν ταῖς ὑποθέσεσι καὶ κατασκευῇ.* *Secundus.* Si fuerint duo trianguli æquianguli latera &c. Trianguli αβη, δεζ, ſunt æquianguli. *Ergo,* Latera ſunt proportionalia ut ſe igitur habet αβ, ad βη, ſic ſe habet δε, ad εζ. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio quarta ſexti. Minor *ἐν ταῖς*

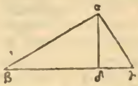
κατασκευῆς nota. *Tertius.* Rationes quę ad eandem rationem &c. Vt se habet $\overline{\alpha\beta}$, ad $\overline{\epsilon\gamma}$, sic se habet $\overline{\delta\iota}$, ad $\overline{\iota\zeta}$, & ut se habet $\overline{\alpha\epsilon}$, ad $\overline{\epsilon\eta}$, sic se habet $\overline{\delta\iota}$, ad $\overline{\iota\zeta}$. *Ergo*, Vt se habet $\overline{\alpha\beta}$, ad $\overline{\beta\gamma}$, sic se habet $\overline{\alpha\beta}$, ad $\overline{\beta\eta}$. *Explicatio.* Maior est propositio undecima quinti. Minor *in τῆς ὑποθέσεως* nota, & syllogismo secundo. *Quartus.* Quæ ad idem eandem habent rationem, &c. $\overline{\alpha\epsilon}$, ad $\overline{\beta\gamma}$, $\overline{\beta\eta}$, habet eandem rationem. *Ergo*, $\overline{\beta\gamma}$, $\overline{\beta\eta}$, sunt latera æqualia. *Explicatio.* Maior est nona quinti. Minor conclusio syllogismi tertij. *Quintus.* Trianguli æquicruri habent angulos &c. Triangulus $\overline{\epsilon\gamma\eta}$, habet $\overline{\beta\gamma}$, $\overline{\epsilon\eta}$, latera æqualia. *Ergo*, Angulus $\overline{\beta\gamma\eta}$, est æqualis angulo $\overline{\beta\eta\gamma}$. *Explicatio.* Maior est quinta primi. Minor nota ex syllogismo quarto. *Sextus.* Si angulus $\overline{\beta\gamma\eta}$, est æqualis angulo $\overline{\epsilon\eta\gamma}$, tum erit angulus $\overline{\beta\eta\gamma}$, minor recto propter *ὑπόθεσιν*, & per consequens angulus ad $\overline{\alpha\eta\gamma}$, et *ἐφεξῆς* maior recto qui æqualis est angulo ad $\overline{\zeta}$. Sed ponitur esse recto minor. *Ergo*, Angulus $\overline{\alpha\epsilon\gamma}$, angulo $\overline{\delta\iota\zeta}$, non est inæqualis: igitur per consequens est ei æqualis. *Explicatio.* Maior est *ὑπόθεσις*. Minor est *ὑπόθεσις*. *Septimus.* Si ab æqualibus auferas &c. Angulus $\overline{\alpha\beta\gamma}$, est æqualis angulo $\overline{\delta\iota\zeta}$, & angulus ad $\overline{\alpha}$, æqualis angulo ad $\overline{\delta}$. *Ergo*, Reliquus ad $\overline{\gamma}$, reliquo ad $\overline{\zeta}$, æqualis erit. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια*. Minor nota ex syllogismis prioribus. *Altera ὑπόθεσις.* Quid si uterque ad $\overline{\gamma}$, & $\overline{\zeta}$, puncta ponatur recto maior. *Διορισμός.* Dico quod & hoc modo $\overline{\alpha\epsilon\gamma}$, triangulus triangulo $\overline{\delta\iota\zeta}$, sit æquiangulus. *ἡ κατασκευή.* eadē maneat delineatio. *ἡ ἀπόδειξις.* Iisdem medijs demonstrabimus quod $\overline{\alpha\epsilon\gamma}$, angulus non sit inæqualis angulo $\overline{\delta\iota\zeta}$. *Ergo*, Per consequens ei erit æqualis: & quia angulus ad $\overline{\alpha}$, æqualis est angulo ad $\overline{\delta}$, reliquus ad $\overline{\gamma}$, reliquo ad $\overline{\zeta}$, ut supra demonstratū est æqualis erit: unde triangulus $\overline{\alpha\beta\gamma}$, triangulo $\overline{\delta\iota\zeta}$, erit æquiangulus. *τὸ συμπέρασμα.* Si fuerint duo trianguli, &c. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

PROPOSITIO VIII.
Theorema.

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας, ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα, ὅμοιά ἐστιν τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Si in triangulo rectangulo, ab angulo recto, ad basin ducta fuerit perpendicularis: tum triāguli qui ad perpendicularem sunt positi, sunt similes toti triāgulo, atque etiam inter se.

ἡ ἔκθεσις.



Sit triangulus rectangulus $\overline{\alpha\epsilon\gamma}$, qui angulum $\overline{\epsilon\alpha\gamma}$, habeat rectum: & à puncto $\overline{\alpha}$, ad $\overline{\beta\gamma}$, ducatur perpendicularis $\overline{\alpha\delta}$. *ὁ διορισμός.* Dico quod trianguli $\overline{\alpha\beta\delta}$, $\overline{\alpha\delta\gamma}$, sint similes triangulo $\overline{\alpha\beta\gamma}$, & etiam inter se similes.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi sex.

Primus. Omnes anguli recti sunt inter se æquales. Angulus $\overline{\beta\alpha\delta}$, est rectus & angulus $\overline{\alpha\delta\epsilon}$, etiam rectus. *Ergo*, $\overline{\beta\alpha\delta}$, $\overline{\alpha\delta\epsilon}$, anguli sunt æquales. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια*. Minor est *ὑπόθεσις*. *Secundus.* Si ab ęqualibus auferas &c. Anguli $\overline{\beta\alpha\delta}$, $\overline{\alpha\delta\epsilon}$, sunt æquales & angulus ad $\overline{\epsilon}$, communis. *Ergo*, Reliquus $\overline{\alpha\gamma\epsilon}$, reliquo $\overline{\beta\alpha\delta}$, æqualis erit: & idcirco $\overline{\alpha\beta\gamma}$, triangulus, triangulo $\overline{\alpha\beta\delta}$, æquiangulus. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια*. Minor partim conclusio syllogismi primi, partim per se nota. *Tertius.* Aequiangulorum triangulorum latera, &c. Trīāguli $\overline{\alpha\beta\gamma}$, $\overline{\alpha\beta\delta}$, sunt æquianguli. *Ergo*, Vt se habet $\overline{\beta\gamma}$, subtendens angulum rectum trianguli $\overline{\alpha\beta\gamma}$, ad $\overline{\beta\alpha}$, subtendentem angulum rectum trianguli $\overline{\alpha\epsilon\delta}$, sic se habet $\overline{\alpha\beta}$, quæ subtendit angulum ad $\overline{\gamma}$, trianguli $\overline{\alpha\beta\gamma}$, ad $\overline{\beta\delta}$, subtendentem angulū æqualē angulo ad $\overline{\gamma}$, nempe angulum $\overline{\beta\alpha\delta}$, trianguli $\overline{\alpha\beta\delta}$: denique $\overline{\alpha\gamma}$, ad $\overline{\alpha\delta}$ subtendentem angulum ad $\overline{\epsilon}$, communem duobus triangulis. *Explicatio.* Maior est propositio quarta sexti. Minor ex syllogismis prioribus manifesta. *Quartus.* Similes figuræ sunt &c. Triangulus $\overline{\alpha\beta\gamma}$, triangulo $\overline{\alpha\beta\delta}$, est æquiangulus: & habet latera æquales angulos continentia proportionalia. *Ergo*, Triangulus $\overline{\alpha\beta\gamma}$, triangulo $\overline{\alpha\epsilon\delta}$, est similis. *Explicatio.* Maior est definitio figurarum similium. Minor uero est conclusio superiorum syllogismorum. *Quintus.* *ὁμοίως δὴ δείξομεν*, quod $\overline{\alpha\delta\gamma}$, triangulus sit similis triangulo $\overline{\alpha\beta\gamma}$: uterque igitur triangulorum $\overline{\alpha\beta\delta}$, $\overline{\alpha\delta\gamma}$, triangulo $\overline{\alpha\beta\gamma}$, est similis. *Alter διορισμός.* Dico quod & inter se sint similes trianguli $\overline{\alpha\epsilon\delta}$, $\overline{\alpha\delta\gamma}$. *ἡ ἀπόδειξις.* *Sextus.* Iisdem medijs demōstrabitur quod triangulus $\overline{\alpha\epsilon\delta}$,

sit æ-

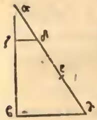
fit æquiangulus triangulo αδγ: & quod latera æquales angulos cōtinentia habeāt proportionalia. τὸ συμπέρασμα. Si igitur in triangulo rectangulo, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO IX.
Problema.

Τῆς δοθείσης εὐθείας, τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

Auferre ex data linea recta, eam partem, quæ auferenda præcipitur.

ἡ ἔκθεσις.



Sit data recta αβ. ὁ δεδομένος. A data recta αβ, auferenda est pars quę iubetur auferri. ἡ κατασκευή. Iubeatur auferri pars tertia, & ducatur quædam linea recta à puncto α, quę aliquem angulum facit cum recta αβ: postea quoduis sumatur punctum in recta αγ, & sit punctum δ, & fiant rectæ αδ, æquales rectæ δε, εγ: præterea fiat linea βγ. denique per punctum δ, ducatur æquedistans rectæ βγ, & sit recta ζδ.

ἡ ἀπόδειξις.

Si lateri alicuius trianguli ducatur æquedistans &c. Lateri βγ, trianguli αβγ, ducta est æquedistans recta ζδ. Ergo, Vt se habet γδ, ad δα, sic se habet βζ, ad ζα: sed δγ, est dupla δα. Ergo, & βζ, dupla erit ζα, tota igitur βα, totius ζα, erit tripla. *Explicatio.* Maior est propositio secunda sexti. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. τὸ συμπέρασμα. à data igitur recta ablata est, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

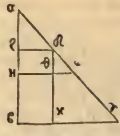
PROPOSITIO X.
Problema.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν.

Datam lineam rectam non sectam: similiter secare ut sectam.

ἡ ἔκθεσις.

Sit data recta non secta αβ: secta uero αγ. ὁ δεδομένος. Recta αβ, non secta, est similiter secanda rectæ αγ. ἡ κατασκευή. Sit αγ, secta in punctis δ, & ε: & ponatur ut angulum faciunt quemcunque atque fiat recta γβ: postea per puncta δ, & ε, rectæ βγ, ducātur æquedistantes δζ, εη: per punctum uero δ, rectæ αβ, æquedistans ducatur recta δθκ.



ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi quinque.

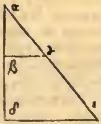
Primus. Parallelogrammon dicitur figura æquedistantibus lineis rectis contenta. ζθ, θβ, figuræ lineis rectis æquedistantibus continentur. *Ergo,* Sunt parallelogramma. *Explicatio.* Maior est definitio parallelogrāmi. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* parallelogrāma habent latera opposita &c. Sunt parallelogramma ζθ, θβ. *Ergo,* Latera ζθ, ζη, item θκ, κβ, sunt æqualia. *Explicatio.* Maior est trigesimaquarta primi. Minor est conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Si trianguli alicuius lateri ducatur æquedistans &c. Trianguli δκγ, lateri κγ, æquedistans recta ducta est θε. *Ergo,* Vt se habet γε, ad εδ, ita se habet κθ, ad θδ. *Explicatio.* Maior est secunda sexti. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς manifesta. *Quartus.* Aequalia ad idem eandem habent rationem κθ, est æqualis βη, & θδ, æqualis ηζ. *Ergo,* Vt se habet γε, ad εδ, sic se habet βη, ad ηζ. *Explicatio.* Maior est nona quinti. Minor nota ex syllogismo tertio. *Quintus.* Si trianguli alicuius lateri, &c. Trianguli αηε, lateri εη, ducta est æquedistans ζδ. *Ergo,* Latera sunt proportionalia, ut εδ, ad δα: sic ηζ, ad ζα. *Explicatio.* Maior est secunda sexti. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς nota. τὸ συμπέρασμα. *Ergo,* Vt se habet γε, ad εδ, sic se habet βη, ad ηζ: & ut se habet εδ, ad δα, sic se habet ηζ, ad ζα. Data itaque linea recta αβ, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSITIO. XI.
Problema.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν: τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Duabus propositis lineis rectis: tertiam proportionalem inuenire.

ἡ ἔκθεσις.



Sint duæ lineæ rectæ βα, αγ, quæ ponantur ut angulum aliquem contineant, uel faciant. ὁ διορισμός. Duabus lineis rectis αβ, αγ, inueniendaest tertia proportionalis. ἡ κατασκευή. Rectæ αβ, αγ, extendantur ad puncta δ, ε. & fiat rectæ αγ, æqualis recta βδ: atque fiat recta βγ: denique per punctum δ, ducatur rectæ βγ, æquedistans recta δε.

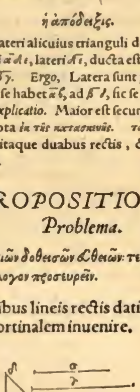
ἡ ἀπόδειξις.

Si lateri alicuius trianguli ducta &c. Trianguli αδε, lateri δε, ducta est æquedistans recta βγ. Ergo, Latera sunt proportionalia, ut se habet αβ, ad βδ, sic se habet αγ, ad γε. *Explicatio.* Maior est secunda sexti. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. τὸ συμπέρασμα. Datis itaque duabus rectis, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSITIO XII.
Problema.

Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν: τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Tribus lineis rectis datis: quartam proportinalem inuenire.



ἡ ἔκθεσις.

Sint tres datæ lineæ rectæ α, β, γ. ὁ διορισμός. Datis tribus rectis α, β, γ, inuenienda est quarta proportionalis. ἡ κατασκευή. Ducantur duæ rectæ δε, δζ, ita ut aliquem faciant angulum, & sit angulus εδζ. Postea rectæ α, fiat æqualis recta δη, rectæ β, æqualis recta ηε, denique rectæ γ, æqualis recta δθ: præterea ductæ lineæ rectæ ηθ, fiat æquedistans recta per punctum ε, linea recta εζ.

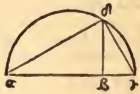
ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi duo.

Primus. Si latera alicuius trianguli, &c. Trianguli δεζ, lateri εζ, ducta est æquedistans recta ηθ. Ergo, Latera sunt proportionalia. ut se habet δη, ad ηε, ita se habet δθ, ad θζ. *Explicatio.* Maior est secunda sexti. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Magnitudines æquales &c. δη, est æqualis α, & ηε, æqualis β, & δθ, æqualis γ. Ergo, Ut se habet α, ad β, sic se habet γ, ad θζ. *Explicatio.* Maior est septima quinti. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς manifesta. τὸ συμπέρασμα. Datis itaque tribus, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSITIO XIII.
Problema.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν: μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Duabus datis lineis rectis: mediam proportionalem inuenire.



ἡ ἔκθεσις.

Sint duæ rectæ, αβ, βγ. ὁ διορισμός. Rectis αβ, βγ, inuenienda est media proportionalis. ἡ κατασκευή. Ponantur rectæ αβ, βγ, ἐπ' εὐθείας: & super recta αγ, describatur semicirculus αδγ, atque ducatur a puncto β, rectæ αγ, ad angulos rectos recta βδ: & fiant rectæ αδ, δγ.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi duo.

Primus. In circulo angulus qui in semicirculo &c. Angulus αδγ, est in semicirculo cōstitutus. Ergo, Angulus αδγ, est rectus. *Explicatio.* Maior est propositio trigesima prima tertij. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς manifesta. *Secundus.* Si in triangulo rectangulo ab angulo recto &c. In triãgulo αδγ, rectangulo ab angulo αδγ, recto ad basim ducta est perpendicularis βδ. Ergo, βδ, perpendicularis est media proportionalis segmen-

torum

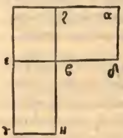
torum αβ, βγ. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio octaua ſexti. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. τὸ συμπέρασμα. Datis ergo duabus lineis rectis, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSITIO XIIII.

Theorema.

Τῶν ἴσων τε, καὶ μίαν μιᾷ ἴσην, ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων· ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραί, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. Καὶ ὧν παραλληλογράμμων, μίαν, μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραί, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Parallelogrammorum æqualium, & habentium unum angulum uni angulo æqualem: latera æquales angulos cõtinentia reciproca ſunt. Et quorum parallelogrammorum habentium unum angulũ uni angulo æqualem, reciproca ſunt latera, quæ æquales angulos continent: illa etiam ſunt æqualia.



ἡ ἔκθεσις.

Sint parallelogramma αβ, βγ, eaque habeant angulos ad punctum β, æquales: & ponantur ἐπ' εὐθείας rectæ δβ, βε: & erunt per conſequens rectæ βη, ζβ, rectæ etiam ἐπ' εὐθείας. ὁ διορισμός. Dico quod αβ, βγ, parallelogrammorum latera ſint proportionalia, quę angulos continent æquales, hoc eſt, quod ſicuti ſe habet δβ, ad βε: ita ſe habeat ηβ, ad βζ. ἡ κατασκευή. Perficiatur parallelogrãmum ζε.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi ſeptem.

Primus. Aequalia ad idem eandem habent &c. Parallelogrammon αβ, eſt æquale parallelogrammo βγ: & eſt aliud parallelogrammon ζε. *Ergo,* Habent eandem proportionem: ut ſicut ſe habet αβ, ad ζε: ita ſe habet βγ, ad ζε. *Explicatio.* Propoſitio maior eſt ſeptima quinti. Minor eſt hypotheſis. *Secundus.* Parallelogramma ſub eadem altitudine exiſtentia &c. Parallelogramma αβ, ζε, ſunt ſub eadem altitudine. *Ergo,* Vt ſe habet αβ, ad ζε, ita ſe habet ηβ, ad βζ. *Explicatio.* Maior eſt prima ſexti. Minor nota per ſe. *Tertius.* Sic etiam demõſtrabimus, quod ſicuti ſe habet βγ, ad ζε, ita ſe habeat εβ, ad βζ. *Quartus.* Reciprocæ figuræ ſunt &c. Parallelogramma αβ, βγ, habent rationes antecedentes & cõſequentes. Vt ſe habet δβ, ad βε, ita ſe habet ηβ, ad βζ. *Ergo,* Latera parallelogrammorum αβ, βγ, ſunt reciproca, quæ æquales continent angulos. *Explicatio.* Maior eſt definitio figurarum reciprocarum. Minor patet ex præcedentibus. *Altera ὑπόθεσις.* Sint latera æquales angulos cõtinentia reciproca: ſicuti ſe habet δβ, ad βε, ita ſe habeat ηβ, ad βζ. Διορισμὸς δεύτερος. Dico quod parallelogrammon αβ, ſit æquale parallelogrammo βγ. ἡ ἀπόδειξις. *Quintus.* Parallelogramma ſub eadem altitudine &c. Parallelogramma αβ, βγ, ſunt ſub eadem altitudine. *Ergo,* Vt ſe habet δβ, ad βε, ſic ſe habet αβ, parallelogrammum ad ζε, parallelogrammum. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio prima huius ſexti. Minor nota ex præcedentibus. *Sextus.* Ita etiam demonſtratur quod ſicut ſe habet ηβ, ad βζ, ita ſe habeat βγ, parallelogrammum ad ζε, parallelogrammum. *Septimus.* Quæ ad idem eandem habent &c. Sicuti ſe habet αβ, ad ζε, ita ſe habet βγ, ad ζε. *Ergo,* Parallelogrammum αβ, eſt æquale parallelogrammo βγ. *Explicatio.* Maior eſt propoſitio nona quinti. Minor uero eſt nota ex ſyllogiſmis prioribus. τὸ συμπέρασμα. Parallelogrammorum igitur æqualiũ & unum uni æqualem, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO XV.

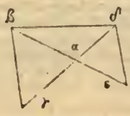
Theorema.

Τῶν ἴσων, καὶ μίαν μιᾷ, ἴσην ἐχόντων γωνίαν, τριγώνων: ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραί, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. Καὶ ὧν τριγώνων μίαν μιᾷ, ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Triangulorum æqualiũ, & habentium unum angulum, uni angulo æqualem: latera æquales angulos con-

V

tinentia reciproca sunt. Et quorum triangulorum habentium unum angulum uni angulo æqualem, reciproca sunt latera æquales angulos continentia: æquales etiam erunt illi trianguli.



ἡ ἔκθεσις.

Sint duo trianguli αεγ, αδε, & habeant unum angulū βαγ, uni angulo δαε, æqualem. ὁ διορισμός. Dico quod triangulorum αεγ, αδε, latera æqualia illos angulos continētia sint reciproca: hoc est, quod sicuti se habet γα, ad αδ, ita se habeat εα, ad αβ. ἡ κατασκευή. Ponantur rectæ γα, αδ, ἐπ' εὐθείας unde & per consequens rectæ εα, αε, erunt ἐπ' εὐθείας, & ducatur atque fiat recta βδ.

ἡ ἀπόδειξις.

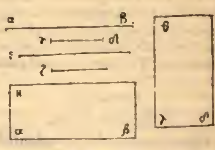
Syllogismi septem.

Primus. Aequalia ad idem &c. Triangulus αεγ, est æqualis triangulo αδε, & alius est triangulus αβδ. Ergo, Vt se habet γαε, triangulus, ad βαδ, triangulum sic se habet αδε, triangulus ad βαδ, triangulum. *Explicatio.* Maior est septima quinti. Minor nota ex ὑποθέσει. *Secundus.* Trianguli sub eadem altitudine &c. Trianguli γαε, βαδ, sunt sub eadem altitudine. *Ergo,* Vt se habet γαε, triangulus, ad βαδ, triāgulum: sic se habet γα, ad αδ. *Explicatio.* Maior est propositio prima sexti. Minor nota ex delineatione. *Tertius.* Simili modo demonstratur quod sicuti se habet εαδ, triangulus, ad εαδ, triangulum: ita se habeat εα, ad αε. *Quartus.* Reciprocę figuræ dicuntur &c. Triangulorum αεγ, αδε, latera se habent ut γα, ad αδ, sic εα, ad αβ. *Ergo,* Triangulorum αεγ, αδε, latera sunt reciproca, quæ æquales illos angulos continent. *Explicatio.* Maior est definitio figurarum reciprocarum. Minor manifesta est ex syllogismis prioribus. *Altera ὑπόθεσις.* Latera triangulorum αβγ, αδε, sint reciproca, ut γα, ad αδ: sic εα, ad αβ. *Διορισμός.* Dico quod triangulus αβγ, sit æqualis triangulo αδε. ἡ κατασκευή. Fiat recta βδ. Ἀπόδειξις. *Quintus.* Trianguli sub eadem altitudine &c. Trianguli αβγ, βαδ, sunt sub eadem altitudine. *Ergo,* Vt se habet γα, ad αδ, sic se habet αβγ, triangulus, ad βαδ, triangulum. *Explicatio.* Maior est prima sexti. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Sextus.* Similiter demonstratur, quod sicut se habet εα, ad αβ: ita se habeat εαδ, triāgulus, ad βαδ, triangulum. *Septimus.* Quæ ad idem eandem habent &c. Vt triāgulus αβγ, se habet ad triangulum βαδ, ita se habet triangulus εαδ, ad eundem triangulum βαδ. *Ergo,* Triangulus αβγ, est æqualis triangulo εαδ. *Explicatio.* Maior est nona quinti. Minor est conclusio superiorum syllogismorum. τὸ συμπέρασμα. Aequalium igitur triāgulorum & unum uni habentium angulum æqualem, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO XVI.
Theorema.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. Καὶ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ, τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Si quatuor lineæ rectæ fuerint proportionales: rectangulum quod continetur duabus extremis, æquale est rectangulo quod duabus mediis continetur. Et si rectangulum quod duabus extremis continetur, fuerit æquale rectangulo, quod continetur duabus mediis: quatuor istæ lineæ rectæ proportionales erunt.



ἡ ἔκθεσις.

Sint quatuor lineæ rectæ αβ, γδ, ε, ζ, proportionales, ut se habet αβ, ad γδ, ita se habeat

ε, ad ζ. ὁ διορισμός. Dico quod rectangulum quod continetur rectis αβ, ζ: sit æquale rectangulo quod continetur rectis γδ, ε. ἡ κατασκευή. Ducantur à punctis α, γ, lineis rectis αβ, γδ, ad angulos rectos rectæ αη, γθ: postea fiat rectæ ζ, æqualis recta αη: rectæ ε, æqualis recta γθ: denique compleantur parallelogramma βη, δθ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi sex.

Primus. Aequalia ad idem &c. Recta ε, est æqualis rectæ γθ, & recta ζ, æqualis rectæ αη. Ergo, Vt se habet αβ, ad γδ, ita se habet ε, ad ζ, hoc est γθ, ad αη. *Explicatio*. Maior est propositio nona quinti. Minor est nota ex hypothesi & κατασκευῇ. *Secundus*. Figuræ reciprocæ sunt &c. In Parallelogrammis βη, δθ, est sicuti αβ, ad γδ: ita γθ, ad αη. Ergo, Parallelogrammorum latera æquales angulos continentia sunt reciproca. *Explicatio*. Maior est definitio figurarũ reciprocarum. Minor est conclusio syllogismi primi. *Tertius*. Quorum parallelogrammorum &c. Parallelogrammorum βη, δθ. latera αβ, γδ, γθ, αη, sunt reciproca. Ergo, Parallelogramma βη, δθ, sunt æqualia. nempe βη, quod cõtinetur rectis αβ, ζ, est æquale: δθ, quod continetur rectis γδ, ε. *Explicatio* Maior est propositio decimaquarta sexti. Minor cõclusio syllogismi secũdi. τὸ συμπέρασμα Rectangulum igitur quod cõtinetur rectis αβ, ζ, est æquale rectangulo quod continetur rectis γδ, ε. *Altera ὑπόθεσις*. Sit rectangulum αβ, ζ, rectis contentum, æquale rectangulo γδ, ε, rectis contento. ὁ διορισμός. Dico quod quatuor illæ lineæ rectę sint proportionales. ut αβ, ad γδ, sic ε, ad ζ. ἡ κατασκευή. Eadem permaneat delineatio. ἀπόδειξις. *Quartus*. Ab æqualibus lineis rectis, æqualia describuntur figuræ Lineæ ζ, est æqualis linea αη, & lineæ ε, est æqualis linea δθ. Ergo, Rectangulum αβ, ζ, est æquale rectangulo βη, & rectangulum γδ, ε, æquale rectãgulo δθ. *Explicatio*. Maior est lemma. Minor nota in τῆς κατασκευῆς. *Quintus*. Quæ eidem sunt æqualia, &c. Rectangulum αβ, ζ, est æquale rectangulo γδ, ε, & αβ, ζ, est æquale βη, γδ, ε, est æquale δθ. Ergo, βη, est æquale δθ, & sunt propter angulos rectos æquiangula. *Explicatio*. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est conclusio syllogismi quarti. *Sextus*. Aequalium & æquiangulorum &c. βη, δθ. Rectangula sunt æqualia & æquiangula.

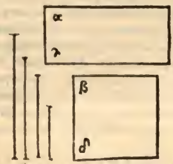
Ergo, Latera æquales angulos continentia sunt reciproca. ut igitur se habet αβ, ad γδ, sic se habet γθ, ad αη. hoc est, sic se habet ε, ad ζ, quia recta γθ, est æqualis rectæ ε, & αη, æqualis ζ. *Explicatio*. Maior est propositio decimaquarta sexti. Minor manifesta ex syllogismis præcedentibus. τὸ συμπέρασμα. Si igitur quatuor lineæ rectæ fuerint proportionales, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι: τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ. Καὶ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ, τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ: αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Si tres lineæ rectæ proportionales fuerint: rectangulum quod continetur duabus extremis: æquale est quadrato quod describitur à linea media. Et si rectangulum quod continetur duabus extremis: æquale est quadrato à media linea descripto: tres illæ rectę proportionales erunt.



ἡ ἔκθεσις.

Sint tres lineæ rectæ α, β, γ, proportionales: sicuti α, ad β, ita β, ad γ. ὁ διορισμός. Dico quod rectangulum α, & γ, rectis contentum sit æquale quadrato à recta β, media descripto. ἡ κατασκευή. Fiat rectæ β, æqualis recta δ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

Primus. Aequalia ad idem habent eandem rationem. Recta δ, est æqualis rectæ β. Ergo, Vt se habet α, ad β: sic se habet δ, ad

γ. *Explicatio.* Maior est nona quinti. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Si quatuor lineæ rectæ fuerint proportionales &c. Rectæ α, β, δ, γ, sunt proportionales. *Ergo,* Rectangulum α, γ, rectis contentum: est æquale rectangulo β, δ, rectis contento. *Explicatio.* Maior est propositio præcedens. Minor est nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Tertius.* Quæ eidē sunt æqualia, &c. Rectangulo β, δ, rectis contento, est æquale quadratum à recta ζ, descriptum, & eidem etiam æquale est rectangulum α, γ, rectis contentum. *Ergo,* Rectangulum α, γ, rectis contentum, est æquale quadrato à recta ζ, descripto. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est nota ex prioribus syllogismis & ex κατασκευῇ. *Altera* ὑποθέσεως. Sit rectangulum α, γ, rectis contentum æquale quadrato à recta β, descripto. διορισμός. Dico quod ut se habet α, ad β: sic se habeat β, ad γ. ἡ κατασκευή. Manente eadem delineatione fieri potest demōstratio. ἡ ἀπόδειξις. *Quartus.* Quæ eidē sunt æqualia. &c. Rectangulum α, γ, rectis contentum, est æquale quadrato à recta β, descripto: & eidem quadrato etiam est æquale rectangulum ζ, δ, rectis contentum. *Ergo,* Rectangulum α, γ, rectis contentum, est æquale: rectangulo β, δ, rectis contento. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ἐκ τῆς ὑποθέσεως. *Quintus.* Si rectangulum quod extremis continetur &c. Rectangulum α, γ, rectis contentum est æquale rectangulo β, δ, rectis contento. *Ergo,* Vt se habet α, ad β, sic se habet δ, ad γ hoc est α, ad β, sic β, ad γ, quia per ὑπόθεσιν δ, est æqualis β. *Explicatio.* Maior est secunda pars propositionis decimæsextæ sexti. Minor est conclusio syllogismi quarti. τὸ συμπέρασμα. Si igitur tres fuerint lineæ rectæ, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

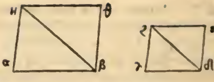
PROPOSITIO XVIII. Problema.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

A data linea recta, dato rectilineo: describere simile, & similiter positū rectilineum.

ἡ ἔκθεσις.

Sit data linea recta $\alpha\beta$: & datum rectilineum $\gamma\epsilon$. ὁ διορισμός. A data recta $\alpha\beta$: dato re-



ctilineo $\gamma\epsilon$, simile & similiter descriptum rectilineum est describēdum. ἡ κατασκευή. Ducatur recta $\delta\zeta$: & constituatur ad rectā $\alpha\beta$, & ad data in ea puncta α, β: angulo ad γ, æqualis angulus $\eta\alpha\beta$: angulo uero $\gamma\delta\zeta$, æqualis angulus $\alpha\beta\eta$. fiet reliquus per consequens $\gamma\zeta\delta$, æqualis $\alpha\eta\beta$, reliquo.

ἡ ἀπόδειξις τῆς κατασκευῆς.

Syllogismi sex.

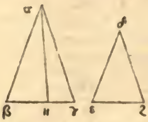
Primus. Aequiangulorum triangulorum latera &c. Trianguli $\zeta\gamma\delta$, $\eta\alpha\beta$, sunt æquianguli. *Ergo,* Latera sunt proportionalia ut se habet $\zeta\delta$, ad $\eta\beta$: ita se habet $\zeta\gamma$, ad $\eta\alpha$, & $\gamma\delta$, ad $\alpha\beta$. *Explicatio.* Maior est quarta sexti. Minor patet ex delineatione ipsa. *Altera pars* τῆς κατασκευῆς. Ad hæc constituatur ad rectam $\beta\eta$, & ad puncta in ea data β, η, angulo quidem $\delta\zeta\epsilon$, æqualis angulus $\beta\eta\theta$, & angulo $\zeta\delta\epsilon$, æqualis angulus $\eta\beta\theta$: tum per consequens angulus ad punctum ϵ reliquus, erit æqualis angulo ad θ, reliquo. ἡ ἀπόδειξις. *Secundus.* Aequiangulorum triangulorum latera &c. Trianguli $\zeta\delta\epsilon$, $\eta\beta\theta$, æquianguli sunt. *Ergo,* Vt se habet $\zeta\delta$, ad $\eta\beta$, sic se habet $\zeta\epsilon$, ad $\eta\theta$, & $\epsilon\delta$, ad $\theta\beta$. *Explicatio.* Maior est quarta sexti. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Tertius.* Rationes quæ ad eandem &c. Vt se habet $\zeta\delta$ ad $\eta\beta$, sic se habet $\zeta\gamma$, ad $\eta\alpha$, & $\gamma\delta$, ad $\alpha\beta$: deinde ut se habet $\zeta\delta$, ad $\eta\beta$: sic se habet $\zeta\epsilon$, ad $\eta\theta$, $\epsilon\delta$, ad $\theta\beta$. *Ergo,* Vt se habet $\zeta\gamma$, ad $\alpha\eta$, sic se habet $\gamma\delta$, ad $\alpha\beta$, & $\zeta\epsilon$, ad $\eta\theta$, & $\epsilon\delta$, ad $\theta\beta$. *Explicatio.* Maior est undecima quinti. Minor est nota ex superioribus syllogismis. *Quartus.* Si æqualibus addas æqualia &c. Angulus $\gamma\zeta\delta$, est æqualis angulo $\alpha\eta\beta$, & angulus $\delta\zeta\epsilon$, est æqualis angulo $\beta\eta\theta$. *Ergo,* Totus angulus $\gamma\zeta\epsilon$, toti angulo $\alpha\eta\theta$, æqualis erit. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Quintus.* Διὰ τὰ αὐτὰ demonstratur angulus $\gamma\delta\epsilon$, æqualis angulo $\alpha\beta\theta$. *Sextus.* Similes figuræ sunt &c. Figuræ $\alpha\theta$, $\gamma\epsilon$, rectilineæ sunt æquiangulæ & habent latera æquales angulos continentia proportionalia. *Ergo,* $\alpha\theta$, $\gamma\epsilon$, figuræ rectilineæ sunt similes. *Explicatio.* Maior est definitio similium figurarum rectilinearū. Minor est ex superioribus syllogismis

gismis manifesta. τὸ συμπέρασμα. A data igitur linea recta αβ, dato rectilineo, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSITIO XIX.
Theorema.

Τὰ ὅμοια τρίγωνα, πρὸς ἄλληλα, ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ, τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Similes trianguli in dupla sunt ratione homologorum laterum.



ἡ ἔκθεσις.

Sint similes trianguli αβγ, δεζ: atque habeant angulum ad β, angulo ad ε, æqualem & sicut se habet αβ, ad βγ, ita se habeat δε, ad εζ. Ita ut βγ, sit similis rationis ad εζ. ὁ διορισμός. Dico quod αβγ, triangulus, ad δεζ, triangulum habeat rationem duplicatam, quam βγ, ad εζ. ἡ κατασκευή. Sumatur lineis βγ, εζ, tertia proportionalis βη, atque fiat ut se habet βγ, ad εζ, ita se habeat εζ, ad βη, atque ducatur recta ηα.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi septem.

Primus. Si quatuor magnitudines sunt proportionales. Sicuti se habet αβ, ad βγ: ita se habet δε, ad εζ. Ergo, ἐναλλὰξ ut se habet αβ, ad δε: ita se habet βγ, ad εζ. *Explicatio.* Maior est propositio decimasexta quinti. Minor est ὑπόθεσις. *Secundus.* Rationes ad eandem habentes rationem &c. Vt se habet βγ, ad εζ: ita se habet εζ, ad βη, & ut se habet βγ, ad εζ, ita se habet quoque αβ, ad δε. Ergo, Sicuti se habet αβ, ad δε, ita se habet εζ, ad βη. *Explicatio.* Maior est undecima quinti. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς partim nota: partim uero cõclusio syllogismi primi. *Tertius.* Triangulorum angulum angulo æqualem habentium, &c. Triangulorum αβη, δεζ, qui angulum angulo habent æqualem latera sunt reciproca, quæ æquales angulos continent. Ergo, Triangulus αβη, est æqualis triangulo δεζ. *Explicatio.* Maior est propositio decimaquinta sexti. Minor nota ex præcedentibus syllogismis. *Quartus.* Si tres magnitudines sunt proportionales, prima ad &c. Sicuti se habet βγ, ad εζ: ita se habet εζ, ad βη. Ergo, βγ, ad βη, habet proportionem duplicatã, quam βγ, ad εζ. *Explicatio.* Maior est definitio decima libri quinti. Minor nota ex primo & secundo syllogismo. *Quintus.* Trianguli sub eadem altitudine &c. Triãguli αβγ, αβη, sunt sub eadem altitudine. Ergo, Vt se habet γβ, ad βη, ita se habet triangulus αβγ, ad triangulum αβη. *Explicatio.* Maior est prima sexti. Minor nota per se. *Sextus.* Quæ rationes ad eandem habent &c. Vt se habet γβ, ad βη, sic se habet triangulus αβγ, ad triangulum αβη, & βγ, ad βη, habet rationem seu proportionem duplicatam, quam βγ, ad εζ. Ergo, Et triangulus αβγ, ad triangulum αβη, habet rationem duplicatam, quam βγ, ad εζ. *Explicatio.* Maior est propositio undecima quinti. Minor partim est conclusio syllogismi quinti, partim conclusio syllogismi quarti. *Septimus.* Aequalia ad idem eandem &c. Triangulus αβη, est æqualis triangulo δεζ, & triangulus αβγ, ad triangulum αβη, habet rationem duplicatam, quam βγ, ad εζ. Ergo, Et αβγ, triangulus ad δεζ, triangulum, habet rationem duplicatã, quam βγ, ad εζ. *Explicatio.* Maior est nona quinti. Minor ex præcedẽtibus syllogismis nota. τὸ συμπέρασμα. Similes trianguli, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

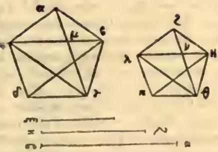
PROPOSITIO XX.
Theorema.

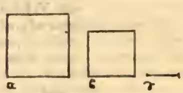
Τὰ ὅμοια πολύγωνα, εἰς τὰ ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ πολύγωνον, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ, πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

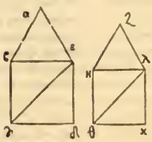
Figuræ multorum angulorum diuiduntur in similes triangulos, & numero æquales, & homologos totis, & figura multorum angulorum, ad figuram multorum angulorum duplicem habet rationem, quam latus homologon, ad latus homologon.

ἡ ἔκθεσις.

Sint similes figuræ multiangulæ seu po-







lygonæ, αβγδε, ζηθκλ: fit etiam αβ, relatiui latus ad ζη. ὁ διορισμός. Dico quod αβγδε, ζηθκλ, polygona diuidantur in triangulos similes, & numero æquales: & relatiuos cum totis: denique quod αβγδε, polygonon ad ζηθκλ, polygonon habeat rationem duplicatam, quam αβ, ad ζη. ἡ κατασκευή. Ducantur rectæ βε, εγ, ηλ, λθ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi decem.

Primus. Similes figuræ rectilineę dicuntur &c. Polygonon αβγδε, est simile ζηθκλ, polygono. *Ergo*, Angulus βαε, est æqualis angulo ηζλ: & ut se habet βα, ad αε: ita se habet ηζ, ad ζλ. *Explicatio*. Maior est definitio similium figurarum. Minor est ὑπόθεσις. *Secundus*. Si duo trianguli angulum angulo habuerint æqualem: & latera &c. Duo trianguli αβε, ζηλ, unum angulum uni angulo habēt æqualem: & latera æquales angulos continentia proportionalia. *Ergo*, Triangulus αβε, triangulo ζηλ, est æquiangulus: & angulus αεβ, angulo ζλη, est æqualis. *Explicatio*. Maior est propos. sexta huius libri. Minor nota ex pręcedentibus. *Tertius*. Similes figuræ rectilineæ sunt &c. Trīāgulus αβε, est æquiangulus triangulo ζηλ, & habet latera æquales angulos continentia proportionalia. *Ergo*, Triangulus αβε, similis est triangulo ζηλ. *Explicatio*. Maior est definitio similium figurarum. Minor est conclusio syllogismi secundi & primi. *Quartus*. Si ab æqualibus auferas æqualia uel communia &c. Angulus αβε, est æqualis angulo ζηλ, & totus angulus αβγ, toti angulo ζηθ, est æqualis, propter similitudinem polygonorum. *Ergo*, Reliquus angulus εβγ, reliquo angulo ληθ, æqualis est. *Explicatio*. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex syllogismo secundo & hypothesi. *Quintus*. Similes figuræ sunt &c. Trianguli αβε, ζηλ, sunt similes. *Ergo*, Vt se habet εβ, ad βα, sic se habet λη, ad ηζ. *Explicatio*. Maior est definitio similium figurarum. Minor est conclusio syllogismi tertij. *Sextus*. Similes figuræ rectilineæ sunt &c. Polygona αβγδε, ζηθκλ, sunt similia. *Ergo*, Vt se habet αβ, ad βγ, ita se habet ζη, ad ηθ. *Explicatio*. Maior ut in quinto syllogismo. Minor est ὑπόθεσις. *Septimus*. Si fuerint aliquot magnitudines & aliæ illis numero &c. Vt se habet εβ, ad βα, sic se habet λη, ad ηζ: & ut se habet αβ, ad βγ, ita se habet ηζ, ad ηθ. *Ergo*, δίίσου. Vt se habet εβ, ad βγ, ita se habet λη, ad ηθ. *Explicatio*. Maior est uigesimasecunda quinti. Minor est conclusio syllogismi quinti & sexti. *Octauus*. Si duo trianguli unum angulum uni angulo &c. Trianguli εβγ, ληθ, habent angulos εβγ, ληθ, æquales & latera æquales angulos continentia proportionalia. *Ergo*, Trianguli εβγ, ληθ, sunt æquianguli. *Explicatio*. Maior est sexta huius libri. Minor nota ex præcedentibus. *Nonus*. Similes figuræ rectilineæ &c. Trianguli εβγ, ληθ, habent angulos æquales & latera proportionalia. *Ergo*, Trianguli εβγ, ληθ, sunt similes. *Explicatio*. Maior est definitio similium figurarum. Minor est conclusio syllogismi octaui. *Decimus*. Διὰ τὰ αὐτὰ demonstrabitur, quod εγδ, triangulus similis fit triangulo λθκ. τὸ συμπέρασμα. Similia ergo polygona αβγδε, ζηθκλ, in similes sunt diuisa triangulos & numero æquales. *Alter* Διορισμός. Dico quod relatiui sint cum totis polygonijs, hoc est, triangulos esse proportionales, & præcedentes esse αβε, εβγ, εγδ, consequentes uero ζηλ, ληθ, λθκ, & quod αβγδε, polygonon ad ζηθκλ, polygonon habeat rationem duplicatam, quam latus relatiui ad latus relatiuum, hoc est αβ, ad ζη. ἡ κατασκευή. Ducantur rectæ αγ, ζθ.

ἡ κατα-

ἡ ἀπόδειξις.

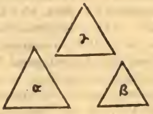
Syllogismi sedecim.

Primus Similes figuræ &c. Polygona αϐγδε, ζηθκλ, sunt similia. *Ergo*, Angulus αβγ, est æqualis angulo ζηθ, & sicut se habet αβ, ad βγ, ita se habet ζη, ad ηθ. *Explicatio*. Maior est definitio figurarum similium. Minor est ὑπόθεσις. *Secundus*. Trianguli qui unũ angulũ uni angulo &c Trianguli αβγ, ζηθ, habent angulum αβγ, angulo ζηθ, æquale & latera proportionalia. Idcirco angulus βαγ, est æqualis ηζθ, angulo & βγα, æqualis ηθζ. *Ergo*, αβγ, triangulus est æquiangulus triangulo ζηθ. *Explicatio*. Maior est propositio sexta huius libri. Minor est conclusio syllogismi primi. *Tertius*. Si ab æqualibus auferas &c. Angulus αβμ, est æqualis angulo ηζν, & angulus αβμ, est æqualis angulo ζην. *Ergo*, Reliquus αϐμ, reliquo ζνη, est æqualis. Vnde triangulus αβμ, triangulo ζην, est æquiangulus. *Explicatio*. Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor est nota ex præcedentibus. *Quartus*. Ομοίως δὴ δείξομεν quod triangulus βμγ, triangulo ηνθ, sit æquiangulus. *Quintus*. Trianguli æquianguli &c. Trianguli βμγ, ηνθ, sunt æquianguli. *Ergo*, Vt se habet αμ, ad μϐ, sic se habet ζν, ad νη: & ut se habet βμ, ad μγ, ita se habet ην, ad νθ. *Explicatio*. Maior est quarta sexti. Minor est cõclusio syllogismi quarti. *Sextus*. Si fuerint aliquot magnitudines &c. Vt se habet αμ, ad μβ, ita se habet ζν, ad νη: & ut se habet βμ, ad μγ, ita se habet ην, ad νθ. *Ergo*, δίισυ ut se habet αμ, ad μγ, ita se habet ζν, ad νθ. *Explicatio*. Maior est propositio uigesimasecunda quinti. Minor est conclusio syllogismi quinti. *Septimus*. Trianguli sub eadem altitudine existentes &c Trianguli αϐμ, μβγ, sub eadem existunt altitudine. *Ergo*, Vt se habet αμ, ad μγ, ita se habet αβμ, triangulus, ad μϐγ, triangulum, & αμε, triangulus, ad εμγ, triangulum. *Explicatio*. Maior est propositio prima sexti. Minor est manifesta ex præcedentibus. *Octauus*. Si fuerint aliquot magnitudines proportionales &c. Vt se habet αϐμ, ad μϐγ, sic se habet αμε, ad εμγ. *Ergo*, Vt se habet αμβ, ad βμγ, ita se habet αβε, ad γβε. *Explicatio*. Maior est propositio duodecima quinti. Minor est conclusio syllogismi septimi. *Nonus*. Quæ ad eandem rationem habent &c. Vt se habet αμβ, ad βμγ, ita se habet αβε, ad γβε, & ut se habet αμϐ, ad βμγ, sic se habet αμ, ad μγ *Ergo*, Vt se habet αμ, ad μγ, sic se habet αϐε, triangulus, ad εβγ, triangulum. *Explicatio*. Maior est propositio undecima quinti. Minor nota ex syllogismis præcedentibus. *Decimus*. Διὰ τὰ αὐτὰ demonstratur ut se habet ζν, ad νθ, ita se habet ζηλ, triangulus, ad ηλθ, triangulum. *Vndecimus*. Quæ ad eandem rationem &c. Vt se habet αμ, ad μγ, ita se habet ζν, ad νθ, & ut se habet αμ, ad μγ, sic se habet αβε, triangulus, ad βεγ, triangulum: & ut ζν, ad νθ, sic triangulus ζηλ, ad triangulum ηθλ. *Ergo*, Vt se habet αβε, triangulus, ad βεγ, triangulum: sic se habet ζηλ, triangulus ad ηθλ, triangulum. *Explicatio*. Maior est undecima quinti. Minor est nota ex syllogismis prioribus. *Duodecimus*. Si quatuor magnitudines fuerint proportionales &c. Vt se habet αβε, triãgulus, ad βεγ, triangulum: sic se habet ζηλ, triangulus ad ηθλ, triangulum. *Ergo*, ἐναλλὰξ ut se habet αβε, ad ζηλ, ita se habet βεγ, ad ηθλ. *Explicatio*. Maior est propositio decimasexta quinti Minor est conclusio syllogismi undecimi. *Decimus tertius*. Ομοίως δὴ δείξομεν si recte βδ, ηκ, fiant quod sicuti se habet ϐεγ, triangulus ad λκθ, triangulũ: sic se habeat εγδ, triangulus ad λθκ, triangulum. *Decimus quartus*. Si aliquot magnitudines fuerint proportionales, &c Sicut se habet αϐε, triangulus ad ζηλ, triangulum: sic se habet εβγ, ad λνθ, & εγδ, ad λθκ *Ergo*, Vt unus ex antecedentibus ad unũ ex consequentibus sic omnes antecedentes ad omnes cõsequentes. Vt se habet αβε, ad ζηλ: ita se habebit αϐγδε, ad ζηθκλ. *Explicatio*. Maior est duodecima quinti. Minor ex prioribus syllogismis manifesta est. *Decimus quintus*. Trianguli similes sunt in duplicata &c. Trianguli αϐε, ζηλ, sunt similes. *Ergo*, Trianguli αϐε, ζηλ, sunt in duplicata ratione laterũ relatiuorum αϐ, ad ζη. *Explicatio*. Maior est propositio decimanona huius. Minor nota ex præcedentibus. *Decimus sextus*. Quæ ad eandem rationem &c. Vt se habet αϐε, triangulus, ad ζηλ, triangulum: ita se habet αβγδε, polygonon ad ζηθκλ, polygonõ & triãguli αϐε, ζηλ, sunt in ratione duplicata laterum relatiuorum αϐ, ζη. *Ergo*, Et αϐγδε, polygonon ad ζηθκλ, polygonon est in ratione duplicata quam latus αβ, relatiuum ad latus ζη, relatiuum. *Explicatio*. Maior est undecima quinti. Minor ex decimoquarto & decimo quinto syllogismo patet. τὸ συμπέρασμα. Similia igitur polygona in triangulos diuiduntur, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO XXI.
Theorema.

Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια· καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

Quæ eidem rectangulo ſunt ſimilia; etiam inter ſe ſunt ſimilia.



ἡ ἔκθεσις.

Sit utrunq; rectilineorum α, & β, ſimile rectilineo γ. ὁ διορισμὸς. Dico quod α, ſit ſimile β.

ἡ ἀπόδειξις.

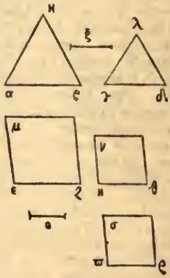
Syllogiſmi quatuor.

Primus. Figuræ ſimiles dicuntur, &c. Figura rectilinea α, ſimilis eſt figuræ rectilineæ γ. *Ergo*, α, figura rectilinea eſt æquiangula figuræ rectilineæ γ: & latera habent proportionalia, quæ æquales illos angulos continent. *Explicatio.* Maior eſt definitio ſimilium figurarum. Minor eſt ὑπόθεσις. *Secundus.* Vt primus. *Tertius.* Trianguli unum angulum uni angulo &c. Figuræ α, & β, habent angulos æquales angulo figuræ γ, & latera proportionalia. *Ergo*, Et α, figura, figure, β, eſt æquiangula, & latera æquales angulos continentia habet proportionalia. *Explicatio.* Maior eſt ſexta ſexti. Minor eſt nota ex prioribus. *Quartus.* Maior eadem quæ tertij. Figuræ α, & β, ſunt æquiangulæ: & latera æquales angulos cōtinentia habēt proportionalia. *Ergo*, Figuræ α, & β, ſunt ſimiles. *Explicatio.* Maior ut ſupra. Minor nota ex præcedētibus. τὸ συμπέρασμα. Quæ igitur, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO XXII.
Theorema.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον ὦσιν: καὶ τὰ ἀπ᾽ αὐτῶν εὐθύγραμμα, ὅμοιά τε, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ἔσται. Κἂν τὰ ἀπ᾽ αὐτῶν εὐθύγραμμα, ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ᾖ: καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι, ἀνάλογον ἔσονται.

Si quatuor lineæ rectæ fuerint proportionales: etiam rectilineæ figuræ ſimiles, ſimiliterq́ ab eis deſcriptæ proportionales erūt. Et ſi rectilineæ figuræ ſimiles, & ab his lineis rectis ſimiliter deſcriptæ fuerint proportionales: etiam ipſæ lineæ rectæ proportionales erunt.



ἡ ἔκθεσις.

Sint quatuor lineæ rectæ proportionales αβ, γδ, εζ, ηθ, ſicut αβ, ad γδ, ita εζ: ad ηθ, atque deſcribantur à lineis rectis αβ, γδ, figuræ rectilineæ ſimiles, & ſimiliter poſitæ καβ, λγδ: & à rectis εζ, ηθ, figuræ ſimiles & ſimiliter poſitæ μζ, νθ ὁ διορισμὸς. Dico quod ut ſe habet κ αβ, ad λ γδ, ita ſe habeat μζ, ad νθ. ἡ κατασκευή. Sumatur rectarum αβ, γδ, tertia proportionalis recta ξ: & rectarum εζ, ηθ, tertia proportionalis ο.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi ſeptem.

Primus. Si fuerint aliquot magnitudines & aliæ &c. Vt ſe habet αβ, ad γδ: ſic ſe habet εζ, ad ηθ, & ut ſe habet γδ, ad ξ, ita ſe habet ηθ, ad ο. Ergo, Δι᾽ ἴσου ut ſe habet αβ, ad ξ: ita ſe habet εζ, ad ο. *Explicatio.* Maior eſt uigeſimaſecunda quinti. Minor ἐκ τῆς ὑποθέσεως nota. *Secundus.* Si tres lineæ rectæ fuerint proportionales, &c. ut ſe habēt tres lineæ αβ, ξ, γδ, item εζ, ο, ηθ, ſunt proportionales. Ergo,

Vt ſe

Vt se habet $\overline{\alpha\beta}$, ad $\overline{\gamma\delta}$, sic se habet $\kappa\overline{\alpha\beta}$, ad $\lambda\overline{\gamma}\delta$,& ut se habet $\overline{\varepsilon\zeta}$,ad $\overline{\eta}$, ita se habet $\overline{\mu\zeta}$, ad $\overline{\nu\theta}$. *Explicatio.* Maior est corollarium secundum, propositionis uigesimæ libri sexti. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς nota. Δευτέρα ἔκθεσις. Sic uero ut $\kappa\overline{\alpha\beta}$,ad $\lambda\overline{\gamma}\delta$, sic $\overline{\mu\zeta}$,ad $\overline{\nu\theta}$. Διορισμὸς δεύτερος. Dico quod sicut se habet $\overline{\alpha\beta}$, ad $\overline{\gamma\delta}$, sic se habet $\overline{\varepsilon\zeta}$, ad $\overline{\kappa\theta}$. ἡ κατασκευή. Fiat ut $\overline{\alpha\beta}$,ad $\overline{\gamma\delta}$,sic $\overline{\varepsilon\zeta}$,ad $\overline{\pi\rho}$: & describatur a recta $\pi\rho$, figuris $\overline{\mu\zeta}$,$\overline{\nu\theta}$, rectilinea figura similis & similiter posita & sit $\sigma\rho$. ἡ ἀπόδειξις. *Tertius.* Si quatuor rectæ fuerint proportionales &c. Vt se habet $\overline{\alpha\beta}$, ad $\overline{\gamma\delta}$, sic se habet $\overline{\varepsilon\zeta}$, ad $\overline{\pi\rho}$. Ergo, Vt se habet $\kappa\overline{\alpha\beta}$, ad $\lambda\overline{\gamma\delta}$, ita se habet $\overline{\mu\zeta}$, ad $\sigma\rho$. *Explicatio.* Maior est huius propositionis prima pars. Minor ἐκ τῆς ὑποθέσεως καὶ κατασκευῆς manifesta. *Quartus.* Quæ rationes ad eandem rationem &c. Vt se habet $\kappa\overline{\alpha\beta}$,ad $\lambda\overline{\gamma\delta}$,ita se habet $\overline{\mu\zeta}$, ad $\overline{\nu\theta}$: item ut se habet $\kappa\overline{\alpha\beta}$, ad $\lambda\overline{\gamma\delta}$: ita se habet $\overline{\mu\zeta}$, ad $\sigma\rho$. Ergo, $\overline{\nu\theta}$,& $\rho\sigma$, eandem habent rationem, *Explicatio.* Maior est undecima quinti. Minor ἐκ τῆς ὑποθέσεως, & conclusione syllogismi tertij nota. *Quintus.* Quæ ad idem eandem habent rationem &c. ad $\overline{\mu\zeta}$,habent $\overline{\nu\theta}$,& $\rho\sigma$,eandem rationem. Ergo, $\overline{\nu\theta}$, & $\overline{\sigma\rho}$,sunt æqualia inter se:& fuerunt similia atque posita similiter. *Explicatio.* Maior est propositio nona quinti. Minor conclusio syllog quarti. *Sextus.* Figuræ rectilineæ æquales & similes:habent latera relatiua æqualia. Figura $\overline{\nu\theta}$,est simslis figuræ $\sigma\rho$. Ergo,Recta $\kappa\theta$, est æqualis rectæ $\pi\rho$. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor ex superiore manifesta. *Septimus.* Idem ad æqualia eandem habet rationem. Recta $\pi\rho$, est æqualis $\overline{\kappa\theta}$, Ergo, Vt se habet $\overline{\varepsilon\zeta}$,ad $\pi\rho$,ita se habet $\overline{\varepsilon\zeta}$,ad $\overline{\kappa\theta}$. Quare ut se habet $\overline{\alpha\beta}$,ad $\overline{\gamma\delta}$, sic se habet $\overline{\varepsilon\zeta}$, ad $\overline{\kappa\theta}$. *Explicatio.* Maior est propositio nona quinti. Minor nota ex superioribus. τὸ συμπέρασμα. Si fuerint igitur quatuor lineæ, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Lemma.

Rectilineæ figuræ æquales & similes, habent latera relatiua inter se æqualia.

ἡ ἔκθεσις.

Sint rectilineæ figuræ æquales & similes $\overline{\nu\theta}$,$\sigma\rho$:& sit sicuti se habet $\theta\kappa$, ad $\kappa\nu$, ita se habeat $\rho\pi$,ad $\pi\sigma$ ὁ διορισμός. Dico quod recta $\rho\overline{\pi}$,sit æqualis rectæ $\theta\overline{\kappa}$. Ἐξέτασις. Recta $\rho\overline{\pi}$, aut est æqualis,rectæ $\kappa\theta$:aut inæqualis. ὑπόθεσις. Ponamus $\overline{\rho\pi}$,esse maiorem $\overline{\pi\sigma}$.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quatuor.

Primus. Si quatuor magnitudines proportionales fuerint &c. Vt se habet $\overline{\rho\pi}$,ad $\overline{\pi\sigma}$, ita se habet $\theta\kappa$,ad $\kappa\nu$. Ergo, Ἐναλλάξ ut se habet $\overline{\rho\pi}$,ad $\theta\kappa$: ita se habet $\overline{\pi\sigma}$, ad $\kappa\nu$. *Explicatio.* Maior est decimasexta quinti. Minor nota ἐκ τῆς ὑποθέσεως. *Secundus.* Si fuerit eadem ratio primæ ad tertiam quæ &c. Vt se habet $\overline{\rho\pi}$,ad $\theta\kappa$:ita se habet $\overline{\pi\sigma}$, ad $\kappa\nu$, & $\pi\rho$, est maior $\theta\kappa$. Ergo, Et $\overline{\pi\sigma}$,maior erit $\kappa\nu$:& per consequens $\overline{\rho\sigma}$,maior quam $\theta\nu$. *Explicatio.* Maior est decimaquarta quinti. Minor conclusio syllogismi primi. Si $\rho\overline{\pi}$, maior est quam $\pi\sigma$,erit etiam $\overline{\rho\sigma}$,maior quam $\theta\nu$. Sed $\rho\sigma$,est æqualis posita $\theta\nu$. Ergo, Non est $\rho\overline{\pi}$, maior quam $\overline{\pi\sigma}$. *Explicatio.* Maior & minor sunt notæ ἐκ τῶν ὑποθέσεων. *Tertius.* ὁμοίως δὴ δείξομεν, quod non sit minor. *Quartus.* Recta $\rho\overline{\pi}$,aut est æqualis $\overline{\kappa\theta}$, aut inæqualis. Sed demonstratum est quod non sit inæqualis. Ergo,Recta $\pi\rho$,est æqualis rectæ $\overline{\kappa\theta}$, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO XXIII. *Theorema.*

Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Parallelogramma æquales angulos habentia, proportionem inter se habent,ex lateribus compositam.

ἡ ἔκθεσις.

Sint parallelogramma æquiāgula $\alpha\gamma$, $\gamma\zeta$, & habeant angulum $\beta\gamma\delta$,æqualem angulo $\varepsilon\gamma\eta$. ὁ διορισμός. Dico quod $\alpha\gamma$, parallelogrammon,ad $\overline{\gamma\zeta}$, parallelogrammon habeat rationem ex lateribus compositam: nempe

quam habet βγ, ad γυ: & δγ, ad γι. ἡ κατασκευή. Ponatur recta βγ, rectæ γκ, ἐπ' εὐθείας: atque sic fiet & ipsa δγ, rectæ γι, ἐπ' εὐθείας: postea perficiatur delineãdo parallelogrammon δυ, ponatur etiam linea quædam recta κ: & fiat ut βγ, ad γυ: ita κ, ad λ, & sicut δγ, ad γι: ita λ, ad μ, rationes igitur κ, ad λ & λ, ad μ, sunt eædem, quæ laterum βγ, ad γυ, & δγ, ad γι. Verum ratio κ, ad μ, composita est, ex ratione κ, ad λ, & λ, ad μ. Quare & κ, ad μ, ratio composita est ex lateribus.

ἡ ἀπόδειξις.

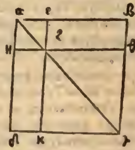
Syllogismi quinque.

Primus. Trianguli & parallelogramma habent rationem &c. Parallelogrãmorum αγ, γθ, baseis sunt βγ, γυ. *Ergo,* Vt se habet βγ, ad γκ, ita se habet αγ, ad γθ. *Explicatio.* Maior est prima sexti. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Quæ rationes eidem rationi sunt eædem &c. Vt se habet βγ, ad γκ, ita se habet κ, ad λ: & ut se habet βγ, ad γκ: ita se habet αγ, ad γθ. *Ergo,* Vt se habet κ, ad λ, ita se habet αγ, ad γθ. *Explicatio.* Maior est propositio undecima quinti. Minor ex ὑποθέσεως, & primo syllogismo manifesta. *Tertius.* Trianguli & parallelogramma, &c. Duorum parallelogrammorum γθ, γζ: baseis sunt δγ, γι. *Ergo,* Vt se habet δγ, ad γι: sic se habet γθ, ad γζ. *Explicatio.* Maior est prima sexti. Minor ex ὑποθέσεως & κατασκευῆς manifesta. *Quartus.* Quæ rationes eidem rationi &c. Vt se habet δγ, ad γι, ita se habet λ, ad μ: & ut se habet δγ, ad γι, ita se habet γθ, ad γζ. *Ergo,* Vt se habet λ, ad μ, ita se habet γθ, ad γζ. *Explicatio.* Maior est undecima quinti. Minor ex prioribus nota. *Quintus.* Si aliquot magnitudines &c. Vt se habet κ, ad λ: sic se habet αγ, ad γθ: & ut se habet λ, ad μ: ita se habet γθ, ad γζ. *Ergo,* δι' ἴσου. Vt se habet κ, ad μ, sic αγ, ad γζ: sed κ, ad μ, habet rationem laterum compositam, unde & αγ, ad γζ, habebit rationem laterũ compositam. *Explicatio.* Maior est uigesima secunda quinti. Minor ex prioribus manifesta. τὸ συμπέρασμα. Parallelogramma æquianguli, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSIT. XXIIII. *Theorema.*

Πάντος παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστι, τῷ τε ὅλῳ, καὶ ἀλλήλοις.

Omnis parallelogrammi, quæ circa diametrum sunt parallelogramma, similia sunt toti parallelogrammo, & inter se.



ἡ ἔκθεσις.

Sit parallelogrammon αβγδ: diameter eius αγ, & circa diametrũ sint parallelogramma ευ, δκ. ὁ διορισμός. Dico quod utrumq: ευ, δκ, sit simile toti αβγδ: & inter se quoque similia.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi duodecim.

Primus. Si alicuius trianguli &c. Trianguli αβγ, lateri βγ, ducta est æquedistans recta εζ. *Ergo,* Vt se habet βε, ad εα: sic se habet γζ, ad ζα. *Explicatio.* Maior est secunda sexti. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς manifesta. *Secundus.* Si alicuius trianguli &c. Trianguli αγδ, lateri γδ, ducta est æquedistans recta ζυ. *Ergo,* Vt se habet γζ, ad ζα: sic se habet δκ, ad κα. *Explicatio.* Maior ut supra. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς nota. *Tertius.* Quæ eidem rationi sunt &c. Vt se habet βε, ad εα, sic se habet γζ, ad ζα: & ut se habet γζ, ad ζα, sic se habet δκ, ad κα. *Ergo,* Vt se habet βε, ad εα: ita se habet δκ, ad κα. *Explicatio.* Maior est undecima quinti. Minor partim primi: partim secundi syllogismi conclusio. *Quartus.* Si magnitudines disiunctæ &c. Vt se habet βε, ad εα, ita se habet δκ, ad κα. *Ergo,* συντιθέντι ut se habet βα, ad αε: ita se habet δα, ad αη. *Explicatio.* Maior est decimaoctaua quinti. Minor conclusio syllogismi tertij. *Quintus.* Si quatuor magnitudines &c. Vt se habet βα, ad εα: ita se habet δα, ad ηα. *Ergo,* ἐναλλάξ ut se habet βα, ad δα: ita se habet εα, ad ηα, atque idcirco latera parallelogrãmorum sunt proportionalia: quæ communem continent angulum βαδ. *Explicatio.* Maior est decimasexta quinti. Minor

nor concluſio ſyllogiſmi quarti. *Sextus.* Si in duas æquediſtantes lineas rectas incidit &c. Recta κζ, æquediſtat rectæ δγ. Et in eas incidit recta αδ. Ergo, Angulus αεζ, externus eſt æqualis angulo αδγ, interno ſibi oppoſito: item angulus εζα, angulo δγα, & angulus δαγ, communis. *Explicatio.* Maior eſt uigeſimanona primi libri. Minor ex prioribus nota. *Septimus.* Διὰ τὰ αὐτὰ, demonſtrabimus αβγ, triangulum, triangulo αζε, æquiangulum eſſe. Vnde & totũ parallelogrãmon αβγδ, eſt æquiangulũ parallelogrammo εη. *Octauus.* Trianguli æquianguli &c. Trianguli αδγ, ακζ, αβγ, αζε ſunt æquianguli. Ergo, Vt ſe habet αδ, ad δγ: ſic ſe habet ακ, ad κζ: & ut ſe habet δγ, ad γα: ſic ſe habet κζ, ad ζα. Item ut ſe habet αγ, ad γβ, ſic ſe habet αζ, ad ζε, denique ut ſe habet γβ, ad βα: ſic ſe habet ζε, ad εα. *Explicatio.* Maior eſt quarta ſexti. Minor ex prioribus ſyllogiſmis nota. *Nonus.* Si aliquot magnitudines &c. Vt ſe habet δγ, ad γα: ita ſe habet κζ, ad ζα: & ut ſe habet αγ, ad γβ: ſic ſe habet αζ, ad ζε. Ergo, Δι᾽ ἴσου. Vt ſe habet δγ, ad γβ: ita ſe habet κζ, ad ζε. *Explicatio.* Maior eſt uigeſimaſecunda quinti. Minor concluſio ſyllogiſmi octaui. *Decimus.* Similes figuræ ſunt &c. Parallelogramma αβγδ, εκ, ſunt æquiangula & habent latera proportionalia. Ergo, Parallelogrammõ αβγδ, εκ, ſunt ſimilia. *Explicatio.* Maior eſt definitio figurarũ ſimilium. Minor nota ex ſyllogiſmis præcedentibus. *Vndecimus.* Διὰ τὰ αὐτὰ, demõſtrabitur, quod αβγδ, parallelogrammon ſit ſimile parallelogrammo κθ. *Duodecimus.* Quæ eidem figuræ ſunt ſimiles &c. Parallelogramma εκ, θα, ſunt ſimilia parallelogrammo αβγδ. Ergo, Et inter ſe ſunt ſimilia. *Explicatio.* Maior eſt uigeſimaprima ſexti. Minor patet ex concluſionibus prioribus. τὸ συμπέρασμα. Omnis igitur parallelogrammi, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO XXV.

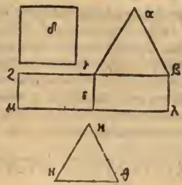
Problema.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Datæ figuræ rectilineæ ſimilem, & aliæ figuræ rectilineæ datæ eandẽ æqualem figuram rectilineam conſtituere.

ἡ ἔκθεσις.

Sit datum rectilineum, cui ſimile eſt con-



ſtituendum αβγ, cui uero ſtatuendum eſt æquale: rectilineum δ. ὁ διορισμός. Rectilineo αβγ, eſt conſtituendum ſimile: ſed rectilineo δ, æquale. ἡ κατασκευή. Applicetur rectæ lineæ βγ, triangulo αβγ, æquale parallelogrammon βε: rectæ uero γε, applicetur æquale parallelogrammon γμ: in angulo ζγε, qui eſt æqualis angulo γβλ, atque idcirco βγ, eſt ἐπ᾽ εὐθείας rectæ γζ: & λε, rectæ εμ, Sumatur etiam rectarum βγ, γζ, media proportionalis recta ηθ: & deſcribatur à recta ηθ, figuræ αβγ, ſimilis & ſimiliter poſita κηθ, figura.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogiſmi quatuor.

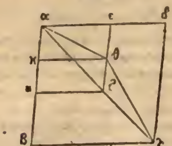
Primus. Si tres lineæ rectæ proportionales ſunt: tũ ut ſe habet prima ad tertiã, ita ſe habebit figura à prima deſcripta, ad figuram à ſecunda deſcriptam ſimilem, & ſimiliter poſitam. Vt ſe habet βγ, ad ηθ: ita ſe habet ηθ, ad γζ. Ergo, Vt ſe habet βγ, ad γζ, ita ſe habet αβγ, triangulus, ad κηθ, triangulum. *Explicatio.* Maior eſt πόρισμα uigeſimæ ſexti. Minor ἐκ τῆς ὑποθέσεως, καὶ κατασκευῆς nota. *Secundus.* Trianguli & parallelogramma &c. Sunt parallelogramma βε, εζ: quorum baſeis βγ, γζ. Ergo, Vt ſe habet βγ, ad γζ. ita ſe habet βε, ad εζ. *Explicatio.* Maior eſt prima ſexti. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Tertius.* Rationes quæ eidem rationi ſunt eædem &c. Vt ſe habet βγ, ad γζ, ita ſe habet αβγ, triangulus ad κηθ, triãgulum: & ut ſe habet βγ, ad γζ: ita ſe habet βε, parallelogrammon ad εζ, parallelogrammon. Ergo, Vt ſe habet αβγ, ad κηθ: ita ſe habet βε, ad εζ. *Explicatio.* Maior eſt undecima quinti. Minor ex prioribus ſyllogiſmis manifeſta *Quartus.* Si quatuor magnitudines ſunt &c. Vt ſe habet αβγ, ad κηθ: ita ſe habet βε, ad εζ. Ergo, Ἐναλλάξ. Vt ſe habet αβγ, ad βε: ita ſe habet κηθ, ad εζ. quoniam uero triangulus αβγ, eſt æqualis parallelogrammo βε, etiam κηθ, triangulus erit, parallelogrammo εζ, æqualis: præte-

rea ιζ, prallelogrammon est æquale δ, rectilineo. Ergo, & κηθ, triangulus est æqualis rectilineo δ. & fuit similis factus triangulus κηθ, triangulo αβγ. Explicatio. Maior est decimasexta quinti. Minor cum conclusione nota ex præcedentibus syllogismis & ipsa ὑποθέσει καὶ κατασκευῇ. τὸ συμπέρασμα. Dato igitur rectilineo, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSIT. XXVI.
Theorema.

Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου, παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ, ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ, καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχων αὐτῷ· περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Si auferatur ex parallelogrammo aliud parallelogrammon simile, & similiter positum toti parallelogrammo, ita ut etiam communem cum ipso habeat angulum: erit circa eandē cum ipso diametrum.



ἡ ἔκθεσις.

Auferatur à parallelogrammo αβγδ: parallelogrāmon αζ, simile, & similiter positū: habēs angulū δαβ cōmunem. ὁ διορισμός. Dico quod circa eandem sint dimetientem hęc duo parallelogramma αβγδ, & αζ. Examen. Hæc duo parallelogrāma uel sunt circa eandem diametrum uel non sunt. ὑπόθεσις. Ponamus non esse circa eandem dimetientem: sed si fieri potest parallelogrammon αζ, habeat αθγ, diametrum. ἡ κατασκευή. Ducatur per punctum θ, rectis αδ, βγ, æquedistās recta θκ.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

Primus. Omnis parallelogrammi, quæ circa &c. Parallelogrāmi αβγδ, circa eandem diametrum est κη, parallelogrammon. Ergo, αβγδ, est simile κη. Explicatio. Maior est uigesimaquarta sexti. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Similes figuræ sunt &c. Parallelogrammon αβγδ, est simile parallelogrammo κη. Ergo, Vt se habet δα, ad αβ: ita se habet κα, ad αη. Explicatio. Maior est definitio figurarū similiū. Minor conclusio syllogismi primi. *Tertius.* Simili ratione propter αβγδ, & ει, parallelogrāmorum similitudinē est ut δα, ad αβ, sic ια, ad αε. *Quartus.* Quæ ad idem eandem habent &c. Vt se habet δα, ad αβ, sic se habet ια, ad αε: & ut se habet δα, ad αβ, sic se habet ια, ad αη. Ergo, κα, ad αη, & αε, eandem habet rationem & idcirco αη, est æqualis αε. Explicatio. Maior est nona quinti. Minor ex præcedentibus syllogismis nota. *Quintus.* Si αθγ, est diameter tum recta αη, est æqualis rectæ αε, minor maiori. Sed hoc nequit fieri. Ergo, Neque αθγ, erit diameter parallelogrāmorum αβγδ, & αζ. Vel αθ, & αβγδ, non sunt circa eandem diametrum. Erit itaque αζ, & αβγδ, circa eandem diametrum. Explicatio. Maior est ὑπόθεσις. Minor per se nota. τὸ συμπέρασμα. Si igitur parallelogrammo, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

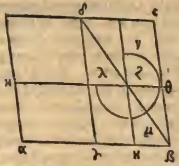
PROPOSIT. XXVII.
Theorema.

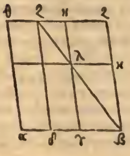
Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις, ὁμοίοις τε, καὶ ὁμοίως κειμένοις, τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ· μέγιστόν ἐστι, τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὄν, τῷ ἐλλείμματι.

Omnium parallelogrammorum quæ ad eandem lineam rectam applicantur, & deficiunt parallelogrammis figuris, similibus & similiter positis, parallelogrammon quod à dimidia describitur, atque defectui simile est: erit maius eo, quod à dimidia describitur.

ἡ ἔκθεσις

Sit linea recta αβ, & secetur δίχα in puncto γ, & ad lineam rectam αβ, applicetur αδ, parallelogrammon deficiens figura parallelogrammo δβ, simili & similiter posita





fita quadrato quod deficit recta dimidia αϛ, hoc est γβ. ὁ διορισμός. Dico quod ex omnibus parallelogrammis, quæ lineę rectę αϛ, applicantur: & deficiunt figuris parallelogrammis similibus, & similiter descriptis figuræ δϛ, maximum fit parallelogrammon αλ. ἡ κατασκευή. Applicetur rectæ αϛ, parallelogrammon αζ: deficiens figura parallelogrammi ζβ, simili similiterque positæ parallelogrãmo δβ. Διορισμὸς τῆς κατασκευῆς. Dico quod αδ, maius fit αζ.

ἡ ἀπόδειξις τῆς κατασκευῆς.

Syllogismus. Si à parallelogrammo auferatur &c. Parallelogrammon δβ, est simile parallelogrammo ζϛ. Ergo, Circa eandem sunt diametrum. Τὸ λοιπὸν τῆς κατασκευῆς. Ducatur diameter & sit ζβ, atque ipsa absoluatur figura delineando.

ἀπόδειξις τῆς προτάσεως.

Syllogismi quatuor.

Primus. Si æqualibus addas &c. γζ, est æquale, ζι, commune addatur ζβ. Totum igitur γθ, toti κι, est æquale. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex propositione quadragesimasecunda primi. *Secundus.* Ab æqualibus lineis rectis ęquales describuntur figuræ. Recta αγ, est æqualis rectæ γβ. Ergo, Et γθ, erit æqualis γκ. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Tertius.* Quæ eidem sunt æqualia &c. γθ, est æquale κι, & eidem γθ, etiam est æquale γκ. Ergo, γκ, & κι, sunt æqualia. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex prioribus. *Quartus.* Si æqualibus addas &c. γκ, est æquale κι, commune addatur γζ. *Ergo,* Totum αζ, est æquale gnomoni λμν, & per consequens δβ, parallelogrammon, hoc est αδ, maius parallelogrammo αζ. *Explicatio.* Maior κοινὴ ἔννοια. Minor ex prioribus nota. τὸ συμπέρασμα. Omnium igitur parallelogrammorum, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἄλλη ἀπόδειξις.

Ἔκθεσις. Sit rursus αϛ, secta δίχα in puncto γ: & applicetur αλ, deficiens figura λβ, rursus applicetur rectæ αβ, parallelogrammon αι: deficiens ιβ, simili & similiter posito quadrato à dimidia ipsius αβ, descripto nempe λβ. Διορισμός. Dico quod αλ, applicatur dimidiæ ipsius αβ: sit maius αι. Ἀπόδειξις. Eadem quæ supra. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSIT. XXVIII.

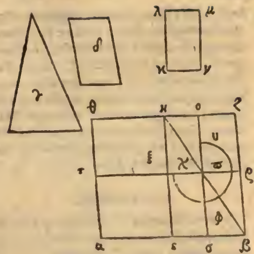
Problema.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. Δεῖ δὴ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι, τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Datæ lineæ rectæ, dato rectilineó æquale parallelogrammon applicare deficiens figura parallelogrammâ, simili datæ figuræ. Sed oportet illud rectilineum, cui æquale ponendum & applicandũ est non esse maius rectilineo, quod à dimidia describitur istis defectibus existẽtibus similibus, eius quod à dimidia describitur, & eius cui simile deficere oportet.

ἡ ἔκθεσις.

Sit data linea recta αϛ: datum rectilineum cui æquale est applicandum γ, quod non maius sit eo quod applicatur dimidiæ similibus existentibus figuris deficientibus: illud uero cui simile esse debet: ipsum δ, rectilineũ. ὁ διορισμός. Lineæ rectæ αϛ, applicandum est pa-



rallelogrammon quod sit æquale rectilineo γ: deficiens figura parallelogrāmo simili existente δ. ἡ κατασκευή. Secetur recta αβ, δίχα in puncto ε. & describatur à recta εβ, simile & similiter positum rectilineo δ, parallelogrammon εβζη. & perficiatur αη, parallelogrammon. Ἐξέτασις. Parallelogrammon αη, uel est æquale γ, uel eo maius ut dictum est. ὑπόθεσις. Si fuerit αη, æquale γ, factum est id quod iubebatur. nam rectæ αβ, datæ rectilineo γ, applicatum est parallelogrammon αη, æquale deficiens parallelogrammo ηβ, simili existenti δ. Ἄλλη ὑπόθεσις. Quod si non fuerit æquale: tum θε, erit maius γ: uerum θε, est æquale ηβ, atque idcirco ηβ, maius erit γ, quo itaque maius est ηβ, quā γ, eo excesso æquale & rectilineo δ, simile similiterque positum constituatur κλμν, sed & δ, est simile ηβ, unde & κμ, erit simile ηβ. Sit igitur ei cōproportionalis nempe κλ, ηε, & λμ, ηζ, & quia ηβ, est æquale γ, & κμ, erit ηβ, maius quam κμ: quare per consequens ηε, maior quam κλ, & ηζ, maior λμ. Fiat igitur rectæ κλ, æqualis recta ηξ: & λμ, fiat æqualis ηο: atque perficiatur ξηοπ, parallelogrammō. itaque æquale & simile fiet ηπ, κμ: & quia κμ, est simile ηβ, etiam ηπ, simile erit ηβ, quare circa eandem sunt diametrum. ηπ, & ηβ. Sit diameter ipsorū recta ηπβ: denique delineando perficiatur figura.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

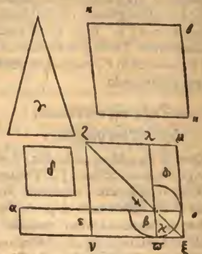
Primus. Si ab æqualibus auferas &c. ηβ, est æquale γ, & κμ, aufer ηπ, & κμ, æqualia. Ergo, Reliquus gnomon ν, & γ: reliquo γ, est æqualis. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex ὑποθέσει, & delineatione. *Secundus.* Si æqualibus addas æqualia &c. ρς, est æquale ξσ, quia sunt παραπληρώματα, commune addatur πβ. Ergo, ρβ, totum erit æquale toti ξβ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex propositione quadragesima secunda primi. *Tertius.* Quæ eidem sunt æqualia &c. ρβ, est æquale ξβ, & eidē ξβ, est æquale τε: quia latus αε est æquale lateri εβ per lemma. Ergo, τε, est æquale ρβ. *Explicatio.* Maior est ἑτέρα ἔννοια. Minor partim ex prioribus partim ex lemmate nota. *Quartus.* Si æqualibus addas æqualia uel communia &c. τε, est æquale ρβ, commune addatur χσ. Ergo, Totum τσ, est ęquale gnomoni υφχ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex prioribus. *Quintus.* Quæ eidē sunt ęqualia &c. gnomon φχυ, est ęqualis γ, & eidē gnomoni φχυ, est ęquale τσ. Ergo, τσ est ęquale γ. *Explicatio* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex prioribus. τὸ συμπέρασμα. Datæ igitur lineæ rectæ, &c. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

PROPOSIT. XXIX.

Problema.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Datæ lineæ rectæ dato rectilineo applicare æquale parallelogrammō, quod excedit figura parallelogramma simili datæ figuræ rectilineæ.



ἡ ἔκθεσις.

Sit data linea recta αβ: & datum rectilineum cui æquale est applicandum parallelogrammon lineæ rectæ αβ: sit ipsum γ: cui ue

to simile est applicandum, fit $\overline{\delta}$. ὁ διορισμός. Rectæ igitur $\overline{\alpha\beta}$, applicandum est parallelogrammon æquale rectilineo $\overline{\gamma}$, excedens parallelogrammo quod simile est rectilineo $\overline{\delta}$. ἡ κατασκευή. Secetur recta $\overline{\alpha\beta}$, δίχα in puncto $\overline{\epsilon}$. & describatur à recta $\overline{\epsilon\beta}$, rectilineo $\overline{\delta}$, simile & similiter positum parallelogrāmon $\overline{\beta\zeta}$, & utrisque $\overline{\beta\zeta}$, $\overline{\gamma}$, æquale: $\overline{\delta}$, uero simile & similiter positum illud ipsum cōstituatur $\overline{\eta\theta}$. hinc fiet ut $\overline{\eta\theta}$, & $\overline{\zeta\beta}$, sint similia. Sit etiam comproportionalis recta $\overline{\kappa\theta}$, rectæ $\overline{\zeta\lambda}$: & recta $\overline{\kappa\eta}$, rectæ $\overline{\zeta\epsilon}$. cum uero $\overline{\kappa\theta}$, sit maius quam $\overline{\zeta\beta}$: etiam $\overline{\kappa\theta}$, maior erit $\overline{\zeta\lambda}$: & $\overline{\kappa\eta}$, maior $\overline{\zeta\epsilon}$. Quare protrahantur rectæ $\overline{\zeta\lambda}$, $\overline{\zeta\epsilon}$. atque rectæ $\overline{\kappa\theta}$, sit æqualis $\overline{\zeta\lambda\mu}$, & rectæ $\overline{\kappa\eta}$, æqualis recta $\overline{\zeta\epsilon\nu}$. atq; perficiatur delineādo $\overline{\mu\nu}$, parallelogrammon. Vnde $\overline{\mu\nu}$, & æquale & simile est $\overline{\kappa\theta}$: sed $\overline{\eta\theta}$, etiam est simile $\overline{\epsilon\lambda}$, quare $\overline{\mu\nu}$, & $\overline{\epsilon\lambda}$, sunt similia: atq; circa eandem diametrū sunt $\overline{\epsilon\lambda}$, & $\overline{\mu\nu}$. sit eorum diameter recta $\overline{\zeta\beta}$, & ipsa postremo absoluatur figura.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi quinque.

Primus. Quæ eidem sunt æqualia illa inter se sunt &c. $\overline{\eta\theta}$, est ęquale $\overline{\epsilon\lambda}$, $\overline{\gamma}$: & $\overline{\kappa\theta}$, est ęquale $\overline{\mu\nu}$. *Ergo,* $\overline{\mu\nu}$, est æquale $\overline{\epsilon\lambda}$, $\overline{\gamma}$. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor nota *ἐκ τῆς ὑποθέσεως, καὶ κατασκευῆς.* *Secundus.* Si ab æqualibus auferas &c. $\overline{\mu\nu}$, est ęquale $\overline{\epsilon\lambda}$, $\overline{\gamma}$, commune auferatur $\overline{\epsilon\lambda}$. *Ergo,* $\overline{\psi\varrho\chi}$, gnomoni est æqualis $\overline{\gamma}$. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor cōclusio partim syllogismi primi: partim per se nota. *Tertius.* Aequalium linearum æquales sunt figuræ. Recta $\overline{\epsilon\alpha}$, est æqualis rectæ $\overline{\epsilon\beta}$. *Ergo,* $\overline{\alpha\nu}$, est æquale $\overline{\nu\beta}$, hoc est $\overline{\lambda o}$. *Explicatio.* Maior est lemma. Minor nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Quartus.* Si æqualibus addas &c. $\overline{\alpha\nu}$, est æquale $\overline{\lambda o}$, commune addatur $\overline{\epsilon\xi}$. *Ergo,* Totum $\overline{\alpha\xi}$, est æquale $\overline{\varrho\chi\psi}$, gnomoni. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor conclusio syllogismi tertij. *Quintus.* Quæ eidem sunt æqualia &c. $\overline{\alpha\xi}$, est æquale gnomoni $\overline{\varrho\chi\psi}$, & eidem gnomoni $\overline{\varrho\chi\psi}$, est æquale $\overline{\gamma}$. *Ergo,* $\overline{\alpha\xi}$, est æquale $\overline{\gamma}$. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor nota ex suprioribus. *τὸ συμπέρασμα.* Datæ igitur lineæ rectæ &c. *ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

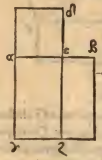
PROPOSITIO XXX.

Problema.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην ἄκρον, καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Datam lineam rectam finitam: extrema & media ratione secare.

ἡ ἔκθεσις.



Sit data linea recta finita $\overline{\alpha\beta}$. ὁ διορισμός. Data recta $\overline{\alpha\beta}$, est secanda media & extrema ratione. ἡ κατασκευή. Describatur à recta $\overline{\alpha\beta}$, quadratum $\overline{\beta\gamma}$: & applicetur rectæ $\overline{\alpha\gamma}$, parallelogrammon $\overline{\gamma\delta}$, quod sit æquale $\overline{\beta\gamma}$. excedens figura $\overline{\alpha\delta}$, simili $\overline{\beta\gamma}$, & quia $\overline{\beta\gamma}$ est quadratū, erit etiam $\overline{\alpha\delta}$, quadratum.

ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi duo.

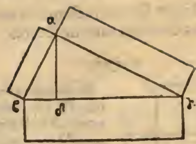
Primus. Si ab æqualibus &c. $\overline{\beta\gamma}$, est æquale $\overline{\gamma\delta}$, commune auferatur $\overline{\gamma\epsilon}$. *Ergo,* $\overline{\beta\zeta}$, reliquum est æquale $\overline{\alpha\delta}$, reliquo. *Explicatio.* Maior est *κοινὴ ἔννοια.* Minor nota *ἐκ τῆς κατασκευῆς.* *Secundus.* Reciprocæ figuræ sunt &c. $\overline{\zeta\beta}$, est æquale $\overline{\alpha\delta}$, & anguli sunt æquales. *Ergo,* Latera æquales angulos continentia sunt reciproca: ut igitur se habet $\overline{\zeta\epsilon}$, ad $\overline{\epsilon\delta}$: sic se habet $\overline{\alpha\epsilon}$, ad $\overline{\epsilon\beta}$: sed $\overline{\zeta\epsilon}$, est æqualis $\overline{\alpha\gamma}$, hoc est $\overline{\alpha\beta}$, & $\overline{\epsilon\delta}$, æqualis $\overline{\alpha\epsilon}$. *Ergo,* Vt se habet $\overline{\beta\alpha}$, ad $\overline{\alpha\epsilon}$, sic se habet $\overline{\alpha\epsilon}$, ad $\overline{\epsilon\beta}$: & $\overline{\alpha\beta}$, est maior $\overline{\alpha\epsilon}$, erit itaque & $\overline{\alpha\epsilon}$, maior $\overline{\epsilon\beta}$. *Explicatio.* Maior est *ἀντιστροφὴ* figurarum reciprocarum. Minor nota ex conclusione syllogismi primi, conclusio ex delineatione. *τὸ συμπέρασμα.* Data igitur recta $\overline{\alpha\beta}$, &c. *ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

PROPOSIT. XXXI.

Theorema.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς, τὴν ὀρθὴν γωνίαν, ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος: ἴσον ἐστὶ, τοῖς ἀπὸ τῶν, τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι, τοῖς ὁμοίοις, καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

In datis triangulis rectangulis, figura quæ describitur à latere subtēdente angulum illum rectum: æqualis est figuris, quæ describuntur à lateribus angulum illum rectum cōtinentibus, similibus similiterq; descriptis.



ἡ ἔκθεσις.

Sit triangulus rectangulus αβγ: habens angulum βαγ, rectũ. ὁ διορισμός. Dico quod figura à latere βγ, sit æqualis figuris à lateribus βα, αγ, similibus & similiter descriptis. ἡ κατασκευή. Ducatur perpendicularis αδ.

ἡ ἀπόδειξις.

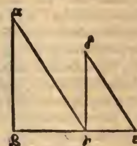
Syllogismi quatuor.

Primus. Si in triangulo rectangulo, &c. In triangulo αβγ, rectãgulo, ab angulo βαγ, recta ad basim est ducta perpendicularis αδ. Ergo, Trianguli αβδ, αδγ, ad perpendicularem constituti similes inter se sunt & triangulo αβγ. *Explicatio*. Maior est propositio octaua sexti. Minor ἐκ τῆς κατασκευῆς manifesta. *Secundus*. Similes figuræ sunt &c. Triangulus αβγ, est similis triangulo αβδ. Ergo, Vt se habet γβ, ad βα, ita se habet αβ, ad βδ. *Explicatio*. Maior est definitio similium figurarum. Minor conclusio syllogismi primi. *Tertius*. Si tres lineæ rectæ fuerint &c. Tres lineę rectę γβ, βα, βδ, sunt proportionales. Ergo, Vt se habet γβ, ad βδ, ita se habet figura à γβ, descripta ad figuram ab αβ, descriptam similẽ & similiter descriptam. *Explicatio*. Maior est decimaseptima sexti. Minor est conclusio syllogismi secundi. *Quartus*. Διὰ τὰ αὐτὰ ut se habet βγ, ad γδ, ita se habet figura αβγ, descripta, ad figuram ab αγ, descriptam. Hinc patet quod ut se habet βγ, ad βδ, δγ, sic se habet figura à βγ, descripta ad figuras à βα, αγ, similes & similiter descriptas uerum βγ, est ęqualis βδ, δγ, quare & figura à βγ, descripta est æqualis figuris βα, αγ, similibus & similiter positis. τὸ συμπέρασμα. In triangulis rectangulis. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSIT. XXXII.
Theorema.

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ, κατὰ μίαν γωνίαν, τὰς δύο πλευρὰς, ταῖς δυσὶ πλευραῖς, ἀνάλογον ἔχοντα, ὥς τε, τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς, καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ, ἐπ' εὐθείας ἔσονται.

Si duo triãguli coniuncti ad unum angulum, habentesque duo latera duobus lateribus proportionalia: ita ut latera homologa sint æquedistantia: tum reliqua triangulorum latera ἐπ' εὐθείας sunt posita.



ἡ ἔκθεσις.

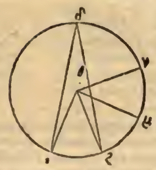
Sint duo trianguli αβγ, δγε, habẽtes duo latera βα, αγ, duobus lateribus δγ, δε, proportionalia. Vt αβ, ad αγ, sic δγ, ad δε, deinde latus αβ, sic æquedistans lateri δγ, & αγ, æquedistet δε. ὁ διορισμός. Dico quod βγ, sit ἐπ' εὐθείας γε.

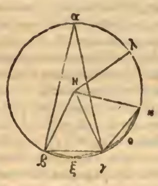
ἡ ἀπόδειξις.

Syllogismi septem.

Primus. Si in duas rectas æquedistantes recta incidens &c. In duas rectas æquedistantes αβ, δγ, incidit recta αγ. Ergo, Anguli βαγ, αγδ, ἐναλλάξ sunt inter se æquales. *Explicatio*. Maior est propositio uigesimanona primi. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus*. Διὰ τὰ αὐτὰ angulus γδε, est æqualis angulo αγδ, & per consequens βαγ, angulo γδε, æqualis. *Tertius*. Si duo trianguli habuerint unum angulum &c. Duo trianguli αβγ, δγε, angulum ad α, angulo ad δ, habẽt æqualem & latera æquales angulos continentia proportionalia. ut βα, ad αγ, sic γδ, ad δε. Ergo, Triangulus αβγ, triangulo δγε, est æquiangulus Itaque angulus αβγ, æqualis angulo δγε. *Explicatio*. Maior est sexta sexti. Minor nota ex præcedentibus. *Quartus*. Si æqualibus addas æqualia &c. Angulus αβγ, est æqualis angulo δγε, & angulus αγδ, demonstratus est ęqualis angulo βαγ. Ergo, Totus angulus αγε, est æqualis duobus angulis αβγ, βαγ. *Explicatio*. Maior est

ior est κοινὴ ἔννοια. Minor ex prioribus manifesta. *Quintus.* Si æqualibus addas &c. Angulus αγι, est æqualis duobus αβγ, βαγ, angulis communis addatur angulus αγβ. *Ergo,* Duo anguli αγι, αγβ, sunt æquales tribus αβγ, βαγ, αγβ. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex conclusionibus syllogismorum præcedentium. *Sextus.* Omnes anguli recti & quæ eidem sunt æqualia. Tres anguli αγβ, βαγ, αβγ, sunt duobus rectis æquales & his tribus etiam sunt æquales duo anguli αγι, αγβ. *Ergo,* Hi duo anguli αγι, αγβ, sunt duobus rectis æquales. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota ex cõclusionibus prioribus. *Septimus.* Si ad lineã rectam & ad datum in ea punctum, &c. Ad datam lineam rectam αγ, & ad datũ in ea punctum γ, ductæ sunt duæ lineæ non in easdem partes & faciunt angulos αγι, αγβ, ἐφεξῆς, duobus rectis æquales. *Ergo,* βγ, recta est ἐπ' εὐθείας rectæ γι. *Explicatio.* Maior est decima quarta primi. Minor ex delineatione nota. τὸ συμπέρασμα. Si igitur duo trianguli, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

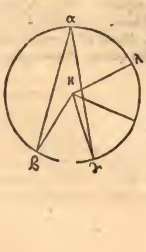




PROPOSIT. XXXIII.
Theorema.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ γωνίαι, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι, ταῖς περιφερείαις ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις, ὦσι βεβηκυῖαι. ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς, ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι.

In circulis æqualibus anguli eandem habent rationem quam circumferentiæ in quibus cõsistunt: siue sint ad cẽtra, siue ad circumferentias constituti. præterea & sectores ad centra scilicet constituti.



ἡ ἔκθεσις.

Sint duo circuli æquales αβγ, δεζ, & cõstituãtur ad illorum centra η, & θ, anguli βηγ, εθζ, ad circũferentias anguli βαγ, εδζ. ὁ διορισμός. Dico quod sit ut βγ, circumferentia, ad εζ, circumferẽtiam sic angulus βηγ, ad angulum εθζ: & angulus βαγ, ad angulum εδζ: denique βηγ, sector, ad εζθ, sectorem. ἡ κατασκευή. Fiant circumferentiæ βγ, aliquot commune æquales nempe γκ, κλ, æquales βγ: & circũferentiæ εζ, æquales aliquot nempe ζμ, μν: denique coniungantur rectæ ηκ, ηλ, θμ, θν.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi quinque.

Primus. In circulis æqualibus &c. Circumferentiæ βγ, γκ, κλ, sunt æquales. *Ergo,* Anguli βηγ, γηκ, κηλ, sunt inter se æquales. *Explicatio.* Maior est propositio uigesimaseptima tertij. Minor nota ἐν τῆς κατασκευῆς. Se-

cundus. Si fuerint aliquot magnitudines &c. Sunt circũferentiæ βγ, γκ, κλ: & anguli δηγ, γηκ, κηλ Quotuplex igitur est βλ, circumferentia circumferentiæ βγ, totuplex erit & βηλ, angulus, anguli βαγ. *Explicatio.* Maior est prima quinti. Minor ἐκ τῆς ὑποθέσεως καὶ κατασκευῆς nota. *Tertius.* Διὰ τὰ αὐτὰ demonstratur quotuplex est νε, circumferentia, circumferentiæ εζ, totuplex, etiã est angulus νθε, anguli εθζ. *Quartus.* Magnitudines in eadem ratione esse dicuntur &c. Sunt quatuor magnitudines duæ circumferentiæ βλ, & εν, et duo anguli βηλ, εθν, multiplices quatuor magnitudinum βγ, εζ, circumferentiarum: & βηγ, εθζ, angulorum: si igitur βλ, est æqualis εν: etiam angulus δηλ, erit æqualis angulo εθν: & si maior est βλ, quam εν, etiam angulus βηλ maior erit angulo εθν. et si minor, minor. Ergo, Vt se habet δγ, ad εζ, ita se habet δηγ, ad εθζ. hoc est, sunt in eadem ratione. *Explicatio.* Maior est ἀντιστροφὴ definitionis quintæ libri quinti. Minor nota ex prioribus. *Quintus.* Sic demonstrabis etiam quod ut se habet βηγ, angulus, ad εθζ, angulũ, sic se habet βαγ, angulus ad angulũ εδζ, cum alter alterius sit duplus. Ergo, Vt se habet βγ, ad εζ, sic se habet βηγ, ad εθζ, & βαγ, ad εδζ. τὸ συμπέρασμα. In circulis æqualibus igitur anguli, &c. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Δεύτερος διορισμός. Dico quod ut se habet βγ, ad εζ, sic se habeat ηβγ, sector ad θζε, sectorem. ἡ κατασκευή. Ducantur rectæ βγ, γκ: atque sumantur in circũferentijs βγ, γκ, puncta ξ, ο, postea coniungantur rectæ βξ, ξγ, γο, οκ.

ἡ ἀπόδειξις.
Syllogismi nouem.

Primus. Si fuerint duo trianguli habentes duo latera &c. Sunt duo trianguli βηγ, ηγκ, quorum duo latera βη, ηγ: duobus lateribus γη, ηκ, sunt æqualia & angulos continẽt æquales. Ergo, Et basis βγ: basi γκ, est æqualis: & triangulus δηγ, æqualis triangulo ηγκ. *Explicatio.* Maior est quarta primi. Minor nota ἐκ τῆς κατασκευῆς. *Secundus.* Si ab æqualibus auferas &c. Est circulus αδγ, aufer ex eo circumferentias βγ, γκ, æquales. Ergo, Reliqua circumferentia, reliquæ circumferentiæ erit æqualis: & per consequens angulus βζγ, angulo γοκ, æqualis. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor nota per se. *Tertius.* Similia circulorum segmẽta sunt &c. Segmenta circuli αδγ, βξγ, & γοκ, habent angulos æquales. Ergo, Segmenta βξγ, γοκ, circuli αβγ, sunt similia: & ut dictum super æqualibus lineis rectis constituta nempe βγ, γκ. *Explicatio.* Maior est definitio similium segmentorum. Minor conclusio syllogismi secundi. *Quartus.* Segmenta circulorum similia super &c. Circuli αβγ, segmenta δξγ, γοκ, sunt super rectis βγ, γκ, æqualibus. Ergo, δξγ, γοκ, segmenta sunt æqualia. *Explicatio.* Maior est uigesimaquarta tertij. Minor nota ex delineatione & prioribus. *Quintus.* Si æqualibus addas æqualia &c. Triangulus δηγ, est æqualis, triangulo ηγκ, & segmentum βξγ, segmento γοκ. Ergo, Totus βηγ, sector: toti ηκγ, sectori est æqualis. *Explicatio.* Maior est κοινὴ ἔννοια. Minor ex syllogismis prioribus nota. *Sextus.* Διὰ τὰ αὐτὰ erit etiã ηκλ, sector æqualis sectoribus ηκγ: ηγδ, itaque tres sectores δηγ, γηκ, κλη, sunt inter se æquales. *Septimus.* Διὰ τὰ αὐτὰ demõstrabitur quod θεζ, θζμ, θμν, sectores sint æquales: & per consequens quotuplex erit λδ, circumferentia circumferẽtiæ γβ, totuplex etiam erit ηβλ, sector ηβγ, sectoris. *Octauus.* Διὰ τὰ αὐτὰ demonstratur quotuplex est νε, circumferentia circumferentiæ εζ: totuplex sit θεν, sector, θεζ, sectoris. *Nonus.* Si fuerint quatuor magnitudinũ sumptę &c. Sunt quatuor magnitudines βγ, εζ, duæ circumferentiæ: & ηδγ, εθζ, duo sectores: atque sumptæ sunt æqualiter multiplices circũferentiæ δγ, & ηβγ, sectoris: βλ, circumferentia & ηδλ, sector: & εζ, circumferentiæ & θεζ, sectoris: εν, circumferentia & θεν, sector & si βλ, excedit εν, etiam βηλ, sector excedet εθν, sectorẽ, & si ea est minor etiam sector sectorẽ minor erit si æqualis æqualis. Ergo, Vt se habet δγ, ad εζ, ita se habet ηδγ, sector ad θεζ, sectorem. *Explicatio.* Maior est ἀντιστροφὴ definitionis quintæ libri quinti. Minor ex superioribus nota.

Finis libri sexti.

Commentaria rerum Geometricarum: & scholia perbreuia sex librorum Geometricorum Euclidis.

Cap. I.

CVM QVANtitas alia sit continua, alia discreta: Pythagorici quatuor cōstituerunt disciplinas seu scientias mathematicas. nam geometriæ & astronomiæ subiecta sunt magnitudines: altera sine motu est: altera perenni agitatur motu & circumuolutione. ita etiā numeri uel sunt absoluti uel relati: absolutorum numerorum doctrinam appellant arithmeticam: relatorum uero musicam. atque hæc est breuis diuisio harum scientiarum. uerum academici, latiorem adferunt diuisionem. nam octo præcipuas scientias ponunt: duas quidem quæ uersantur περὶ τὰ νοητὰ, hoc est contemplantur res mente & ratione perceptas: quarum altera arithmetica, altera geometria nominatur. sex uero reliquæ explicant res sensibus subiectas, quę αἰσθητὰ græcis dicuntur. & sunt istę: Astrologia, Mechanica, Optica, Geodęsia, Canonica, Logistica. Verum illæ rursus sunt diuisæ in alias: geometria enim diuiditur in διαίρεσιν τῶν ἐπιπέδων doctrinā planorum, quia peculiaris doctrina de punctis & lineis non est, & στερεομετρίαν. officium enim geometræ est, uel in planis superficiebus, uel in solidis corporibus, constituere, cōparare, et diuidere ea quę facta & constituta sunt & reliqua. Arithmetica similiter est diuisa in linearium, superficialium, & solidorum numerorum contemplationem: hæ enim sunt substantiales numerorum species. Hisce duabus scientijs correspondent Geodæsia, & Logistica, uerum, non de illis mente & ratione perceptis figuris & numeris doctrinam instituunt: sed quę sensibus obijciuntur, propterea geodæta aceruos pro conis accipit: sic & Logisticus in numeratione multorum hominum unum hominem, pro unitate habet prætereà ex his duabus primis scientijs prognatę sunt optica, & canonica quia optica utitur radijs uisualibus, seu lineis uisualibus, & angulis quos eiusmodi lineæ faciunt. Canonica uero quæ hodie Musica dicitur harmoniarum apparētes proportiones cōtemplatur: ipsamq; canonis sectionē inquirit: & omnino utitur τῇ αἰσθήσει sensu. Verum opticā rursus diuidemus in eam quæ proprie optica dicitur: & catoptricam & sciographicam. Mechanica etiam non unius tantum est generis, uel enim instrumenta conficit: & græcis dicitur ὀργανοποιητική: uel res admiratione dignas affabre conficit: & θαυματοποιητική est nominata: uel denique sphęras cœlestes & terrestres, aut tale quippiam constituit: eaque est appellata σφαιροποιΐα. Restat Astrologia quæ habet has partes. Gnomonicam, Meteoroscopicam, & Dioptricam. Atque hæ sunt illæ disciplinæ mathematicæ: quas enumerasse satis est: neque enim huius est loci, singillatim eas explicare.

Cap. II. De Geometria.

GEometria est scientia magnitudinum, & figurarum: eorumq; quibus illæ circūscribuntur terminorum: præterea rationum atq; proportionū: omnium denique illarum rerum, quę per se magnitudinibus & figuris insunt. Vtpote sunt positiones, tactus, diuisiones, constitutiones, applicationes, &c. Huius uero scientiæ, principalissimum & simplicissimum principium est, σημεῖον punctum: quod diuidi nequit: à quo postea ad lineas: à lineis, ad superficies: à superficiebus uarijs, ad diuersa descendit corpora. Verum linearum, superficierum & corporum uarias multiplicesque constituit species atque differentias: interdum illas componens: interdum uero ab ijs quę iam facta & composita sunt, ad principia recurrens: quia habet suas συνθέσεις, & suas ἀναλύσεις. nunquam tamen nō

utitur hypothesibus: & dialecticorum adhibet methodos: in principijs enim utitur diuisionibus & definitionibus: in propositionibus quæ principia sequuntur: demonstrationibus & resolutionibus. ita ut manifestū fiat quæ nam ex quibus fiant & componantur: aut iam composita, in quæ rursus resoluantur. neque uero illa confundit, sed primū exponit res sibi subiectas: deinde ea ex quibus, & per quę fiunt demonstrationes: denique res illas, quę subiectis per se inesse uel accidere dicuntur. Nam unaquæque scientia, aliud habet ὑποκείμενον γένος: de quo doctrinam instituit: & cuius affectiones scire & cognoscere uult: alia etiam principia, quibus in demōstrationibus utitur: alia quoq; quæ per se rebus insunt. Sed principia quæ axiomata dicuntur: etsi cæteris scientijs sint communia: tamen quisque ijs utitur, & ad suum accommodat subiectum. utpote Geometra, lineis, figuris, et magnitudinibus: Arithmeticus numeris, sic alius suis rebus subiectis. Si itaque uelimus Geometriæ subiecta intueri: sunt illa. lineæ, superficies, figuræ, ut trianguli circuli quadrata: corpora solida: ut sphæra, coni, cylindri, & reliqua huius generis: siue sint figurę, siue magnitudines, siue harum termini: illa uero quæ his inesse dicuntur: sunt uaria. æqualitas, inæqualitas, diuisio, applicatio, parabolæ, hyperbolæ: Elleipsis, contactus, ratio, proportio, & alia. Postulata denique & axiomata: à puncto ad punctum ducere lineam rectam. Quæ eidem sunt æqualia: etiam inter se sunt æqualia: & his similia. Hinc facile colligi potest: non quamuis propositionem esse geometricam: etiamsi talis uideatur esse: sed eam tantum: quæ ex geometriæ principijs orta est. siquidem alia sunt quæ ex geometria: alia etiam quæ ex arithmetica oriuntur. & propterea discrimen inter ipsas faciendum est scientias. Nam Aristoteles in primo libro posteriorū Analyticorum docet: scientiam scientia præstare multis modis. quæ enim simplicioribus utitur principijs: præstat, ea quæ minus simplicibus. & quæ causas rerum exponit: præstantior est ea quæ rem esse tantum docet. adhæc excellentior iudicanda est ea quę uersatur circa res mente & ratione perceptas: quam quæ tractat res sensibus patentes. Ex quibus patet si inter geometriam, & arithmeticam uelimus facere discrimen: tum arithmetica iudicabitur præstantior, ipsa geometria. nam principium primum & simplicissimum arithmeticæ: est ἡ μονὰς unitas, quę dari nequit: sed geometriæ primum & simplicissimum principium est punctum, quod dari potest, & habet θέσιν. Vtut tamen discrimen dicamus esse, inter has duas scientias, quoad principia: nihilominus habent quædam in quibus conueniant: & quæ peculiariter sibi uendicent. Cum enim dico πᾶς λόγος ἐστὶ ῥητὸς. omnis ratio exprimi potest: arithmeticæ est theorema: sic etiam geometria rationes habet irrationales λόγους ἀῤῥήτους: et ea quę habent θέσιν: nam numeri non habent θέσιν: sic et contactus: quia in continuis est τὸ ἅπτεσθαι tangi: item irrationales magnitudines. ubicunque enim est diuisio in infinitum: ibi etiam est τὸ ἄλογον. Verum geometrię et arithmeticæ communia theoremata sunt: ea quæ habent sectiones: quales nobis proponit Euclides libro secundo: præter propositionem quæ habet diuisionem in extremam et mediam rationē. sunt etiam alia quæ cum sint communia ex geometria in arithmeticam: et ex hac in illam transferuntur: uel etiam utrinque se habent: et peræque in geometria, atque in arithmetica considerantur: imo in cæteris quoque disciplinis adhiberi possunt: quia ex illa uniuersali μαθηματικῇ desumuntur: ut sunt ἐναλλαγαὶ, καὶ ἀναστροφαὶ τῶν λόγων: συνθέσεις, διαιρέσεις: et quæ huius sunt generis. quæ uero σύμμετρα dicuntur: prius ad Arithmeticam pertinent: postea hanc imitatur geometria: eodem modo geometria de lineis, triangulis, quadratis, solidis, priore loco docet: postea arithmetica habet numeros lineares, quadratos, solidos, cubos, et similes.

Cap. III.

Sed ut ad rem propius ueniamus, dicendum nobis est de Euclide, et elementis geometriæ: item et collocatione, seu dispositione elementorū: postea ad ipsam accedemus explicationem. Plerosque in ea sentētia esse uideo: geometriam ab Aegyptijs primum fuisse inuentam: nam cum quotannis Nilus, sua inundatione: terminos et limites agrorum confunderet: certam uiam et methodum inuenerunt: qua unicuique suum retribuerent: inde magis magisq; ex quotidiano usu experientiaq; nata est hæc scientia: quemadmodū et Arithmetica dicitur à Phœnicibus, propter cōtractus et mercimonia, inuenta esse. Thales autem Milesius, insignis philosophus: primus fuisse dicitur: qui ex Aegypto in Grǽciam transtulerit

lerit geometriam: quem postea subsequuti sunt perplurimi alij, usque ad tempora Platonis, quibus in flore erant eiusmodi studia: & indies fiebãt συζητήσεις in academia: atque prius inuentis alia addebantur: alia meliora fiebant: tandem factum est ut Euclides Megarensis, qui hęc conscripsit elementa: multa ab Eudoxo insigni mathematico inuenta & tradita: in ordinem redegerit: plurima etiã à Theæteto tradita: perfectiora reddiderit. uixit uero tempore primi Ptolemæi, qui Lagi filius fuit: qui etiam aliquando Euclidem interrogasse dicitur: an uia aliqua esset compendiosior, ad geometriæ cognitionem, his elementis: qui respondisse dicitur nõ esse uiam regiam ad geometriam. fuit Platonicæ philosophiæ studiosus: unde & totius huius elementaris institutionis finem posuit: Platonicas illas figuras, seu quinque corpora regularia. sunt uero multa alia huius uiri scripta mathematica: eruditione & doctrina plena: nempe optica, catoptrica, phænomena, musica, & alia nõnulla: maxime uero laudedigna quispiam iudicabit hæc elementa: partim propter ordinem & collocationem propositionum: partim etiam quod eiusmodi delectu propositionum fit usus: ut non omnia theoremata & problemata: quæ licuisset assumere: sed quæ elementis consentanea essent, assumpserit. Præterea uarios syllogismorum modos: quorum alij fidem à causis, alij à certis rerum notis habent, qui tamen syllogismi omnes, certi, firmi, & indubitati, & cõuenientes geometriæ atq; proprij sunt. utitur etiam omnibus Dialecticorũ methodis: in inuentione specierum, diuisoria: in essentialium rerũ descriptionibus, definitoria: sed in propositionibus quæ principia sequuntur, demonstratione quando à principijs ad quæsita progredimur: & resolutoria quando à quæsitis, ad principia reditus fit. In conuersionibus etiã obseruat, uarias conuersionum species: & simplicium & compositarum: interdum enim totum theorema, cũ toto conuertit: nonnunquam totum cũ parte alterius theorematis, & è contra: aliquando partem unius theorematis, cum parte alterius. neque uero illud prætereundum est: quod in omnibus ijs quæ Euclides complexus est: apparet pulchra, & elegans συνέχεια cohærentia, qualem satis mirari non possumus: talis etiam ordo antecedentium & consequentium: collocatio etiam atque dispositio ut omnia concinna conspiciantur: denique dum quacunque ratione, nunc quędam addit, nunc aufert, nunc immutat et uariat: tamen à tramite et semita ueritatis atque scientiæ non discedit: multa fingit ac si cum ueritate pugnarent: nonnulla proponit ac si ex ipsa orta essent scientia: et tandem nos deducit ad ipsa principia: ut uideamus quomodo quæ proposuit, cum principijs pugnent, uel cohęreant. Scopus autem in his elementis Euclidi duplex est propositus: alter quidẽ pertinet ad res subiectas: alter uero ad geometriæ studiosos. nam uult prima et simplicissima elementa figurarum et magnitudinum explicare: eamque ob causam incipit à simplicissimis: et finem facit in ijs quæ magnam habent uarietatem: nihilominus tamen singula seorsim constituit: tandem in unam sphæram quinque corpora regularia inscribit. uerum ut quibus de rebus doceat: melius cognosci possit: in singulis libris quæ necessaria sunt cognitu præmittit. quantum uero ad alterum scopum, qui ad discentẽ pertinet: sic se habet. is qui bene hæc percepit elementa: facillime omnia geometrarum scripta intelliget. sine his enim fieri nequit ut quispiam geometrarũ libros intelligat: cum ex his tanquam primis, dependeant omnes demõstrationes: ut licet uidere apud Archimedem, Apollonium, Ptolemæum, Menelaum, et alios, qui his propositionibus, ut elementis, sicuti Oratores literis et præceptis Grammaticorum, utuntur.

Cap. IIII. De elementis.

CVm uero dicamus esse στοιχεῖα elementa: uidendum cuiusmodi illa sint: quo et inscriptionis nobis constet ratio. Theoremata igitur sunt triplicia: alia dicuntur στοιχεῖα elementa: alia στοιχειώδη speciẽ habentia elementorum, cum tamen talia nõ sint: nõnulla uero ἔξω τῆς τούτων δυνάμεως, quæ neque elementa sunt: nec speciem elementorum habent. elementa itaque sunt propositiones, quarum contemplatio inseruit, et necessaria est ad omnium aliarum rerum cognitionem et scientiam: quibus etiam solemus uti in resoluendis ipsis rebus: et ad quæ extremo peruenitur. sicuti in logicis artibus elementa sunt literæ, syllabæ, uoces et orationes: quibus etiam hoc nomen στοιχείων imponimus: et ex quibus omnis constat oratio. sic et Geometria, habet certa quædam præcedentia theoremata: et principiorum seu elementorum locum tenentia: quæ se in omnes

alias geometrarũ propositiones diffundunt: & multorum συμπτωμάτων demonstrationes præbent. itaque στοιχεῖα seu elementa appellantur: quamuis etiam alio modo στοιχεῖα dicuntur, ea quę probant & demonstrant: eorum elementa quæ ad probandum & demonstrandum proponuntur τῶ κατασκευαζομένω τὸ κατασκευάζον ut propositio prima, est elementum propositionis secundæ. quarta quintæ: quia ex his illę demõstrantur. adhęc στοιχεῖον etiam dicitur: in quod tanquam simplicius, resoluitur id quod est compositum. atque hinc fiet ut non omnia theoremata στοιχεῖα dicantur: sed ea tantum, quæ principia sunt rerum: & ipsa natura atque collocatione priora: sicuti αἰτήματα καὶ ἀξιώματα sunt στοιχεῖα, theorematum & problematum. Talia sunt elementa geometrię & stereometriæ quæ Euclides conscripsit: cuiusmodi etiã alij in arithmetica et astronomia deinq; alijs etiã in scientijs tradiderunt. in quibus tradendis, uitandum est τὸ περιοσσὸν: obseruanda uero συναφεία, καὶ συντομία ipsumque καθόλου. Στοιχειώδη uero sunt, quæ se quidem late diffundunt: & simplicem quandam habẽt naturam: sed non talem qualem ipsa elementa, hoc est, in specie elementa uidentur: sed reuera esse talia non possunt: reliqua quæ extra hæc duo genera propositionum sunt: cuiusmodi sint facile intelligitur. Quantum uero attinet ad collocationem & dispositionẽ rerum geometricarum: sciendum quod ut reliquæ scientiæ: ita & geometria, certa habet & definita principia: quibus nititur: deinde alia quæ ex his tanquam primis propositionibus demanãt atq; qui elemẽta geometrię tradere uult seorsim explicabit principia: seorsim etiã ea, quæ ex principijs sequuntur. principiorum nullam adferet demonstrationẽ: sed earum rerum demonstrationem adducet: quæ principia sequuntur: nulla enim scientia sua demonstrat principia: sed per se sunt manifesta. cum itaque natura inter se differant: ἀρχὴ καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς collocatione etiam sunt distinguẽda. Illud quidem Euclides facit. nam in unoquoque libro, principia collocat loco priore: eaque si opus est (ut in primo libro) diuidit in hypotheses, postulata & axiomata: quæ tamen etiam inter se differunt. Aristoteles enim inquit, si discenti notum id est quod proponitur: & si per se fidem habet: atque principij loco assumitur: tum ἀξίωμα nominatur. Vt quæ eidem sunt æqualia, illa inter se sunt æqualia. cum uero certam & exquisitam rei notitiam nondum habemus: quæ per se rei fidem faciat: nihilominus tamen conceditur: tum appellatur ὑπόθεσις. quia cum definio circulum, aut triangulum, aut aliquid aliud: antequam audieram communi notione illud nondum perceperam: iam uero cum sum edoctus, & institutus à præceptore illud concedo. sed si igno tum est quod dicitur, & à discente non concessum: nihilominus tamen postulatur: tum dicitur esse αἴτημα postulatum. Vt si dico omnes angulos rectos, inter se esse æquales. atque sic Aristoteles hæc distinguit. Verum apud geometras ὑπόθεσις est propositio in qua rei subiectæ definitio cõtinetur: postulatum uero seu αἴτημα prima & simplex propositio in qua petitur aliquid fieri quod per se facile & manifestum est: ut à puncto ad punctum ducere lineam rectam axioma uero habet rei alicuius simplicem & per se manifestam cognitionem: ut quæ eidem sunt æqualia, illa inter se sunt æqualia: & totum est maius sua parte. Neque uero prætereundum est, quod hæc uocabula aliter atq; aliter sumantur quia interdum omnia theoremata, seu omnes propositiones appellanter ὑποθέσεις: interdum uero ἀξιώματα ut apud Stoicos, hinc fit ut hæc nomina multoties confundantur. Hæc itaque principia, quædam habent communia: ut sunt ἁπλότης, τὸ ἀναπόδεικτον, τὸ αὐτόπιστον. debent enim principia esse simplicissimæ propositiones: deinde absque demonstratione assumi: & quod inde sequitur per se fidem habere. Sed hæc postulata, & axiomata, uel sunt communia cum pluribus sciẽtijs: ut quæ eidem sunt æqualia, illa inter se sunt æqualia: uel sunt propria, & ad unam tantum scientiam pertinentia, ut si dico, datam lineam rectam finitam, in infinitum extendere. Paucis itaque ea sunt explicata, quæ uidebantur pertinere ad cognitionem geometriæ: reliqua si quæ sunt, explicaturi sumus in sequentibus.

Cap. V. Hypotheses seu definitiones.

Punctum σημεῖον dicitur, quod diuidi in partes nequit: aut πέρας ἀδιάστατον: hoc est terminus sine interuallo: aut πέρας γραμμῆς: terminus lineæ. uerum cum in partes non diuidatur: aut quia absque aliqua est magnitudine: sicuti Gręci dicunt ἀμερές τι καὶ ἀμεγεθές: mẽte tantum & ratione percipitur

cipitur: tale igitur est punctum, quale dicimus in temporis consideratione esse tempus præsens: aut tanquam unitatem quæ datur & ponitur: μονὰς θέσιν ἔχων. Et quia principijs primis negatiuæ cõueniunt definitiones: Euclides definit punctum esse ἀμερές: non habere partes.

Γραμμὴ.) secũdum locum tenet linea: quia primum & simplicissimum est interuallum: nam tria sunt interualla: eorumque tres dimensiones: longitudo, latitudo, profunditas seu crassities: dimensio etiam uel in longum tantum, ut in linea: uel in longum & latum: ut in superficie: uel in longum latum & profundum, ut in corpore. definitio hæc à superiore differt: quod puncti definitio sit negatiua: hæc uero partim negatiua, partim affirmatiua: idcirco à puncto differt quia est lõgitudo: à reliquis, quia caret latitudine. quod uero latitudinem non habet: illud caret etiam crassitie: sed non econtra: quare cum inquit ἀπλατὲς: simul intelligitur & ἀβαθές. id est, absque crassitie & profunditate. Sunt & aliæ definitiones, quidam enim ῥύσιν τοῦ σημείου nominant: lineam fieri & nasci ex fluxu puncti: alij μέγεθος ἐφ' ἓν διαστατὸν magnitudinem habentem unum tantum quod est longitudinis interuallum. sed Euclidis definitio essentiam atque substantiam lineę nobis proponit possumus tamen lineam repræsentare cum itineris alicuius interuallum: aut distantiam locorum contemplamur. tum enim non de latitudine aut profunditate, sed de sola agitur longitudine.

Γραμμῆς δὲ.) ea quæ sunt composita: definiuntur per ea quæ simplicia sunt. itaque cum punctum sit simplicius linea, dicitur linea terminari definirique punctis.

Εὐθεῖα.) Plato duas simplicissimas & principalissimas species linearum facit: lineam rectam: & circumferentiam: εὐθεῖαν καὶ περιφέρειαν: reliquas omnes, mixtione harum duarum fieri docet. siue sint in superficiebus, siue in corporibus solidis. quia cum post illud ἓν, cuius formã & imaginem refert punctum: sint tres ὑποστάσεις, essentiæ rerum τὸ πέρας, τὸ ἄπειρον, τὸ μικτὸν finitum, infinitum, mixtum: ex his fiunt species linearum, angulorum & figurarum. finito assimilamus περιφέρειαν circumferentiam, & περιφερόγραμμον γωνίαν, angulum circumferentialem, & circulum in planis, sphærã in solidis corporibus. infinito uero τὸ εὐθὺ rectum in omnibus hisce. sic etiam τὸ μικτὸν mixtum. sunt enim lineæ mixtæ, ut Helices, & anguli mixti, ut angulus semicirculi, & figuræ planæ mixtæ, ut segmenta circulorum: & corpora solida mixta, ut coni & cylindri: & quæ huius sunt generis. in eandem sententiam Aristoteles in primo libro de cœlo disserit: & idcirco facit tres motus: rectum, circularẽ & ex his mixtũ. uerum cum statuamus duas tantum simplices species linearum: uidetur recta linea simplicior esse circulari, quia in linea recta nulla est ἀνομοιότης dissimilitudo. sed in circulari est τὸ κοῖλον καὶ τὸ κυρτὸν, concauum & conuexum. deinde cum rectam contemplor, non etiam simul circularem, cum uero de circulari cogito simul etiam in mentem mihi uenit, distantia illa quæ est à centro, ad circumferentiam. prior igitur & simplicior est linea recta, linea circulari. præterea περιφέρεια ad reliquas lineas se habet ut finitum ad omnes res naturales. hæc enim sola circumscribit & perficit figuram ex linea simplici: linea uero recta, in infinitum usque extendi potest. & sicuti omnia constant ex finito & infinito: ita omnes lineæ, siue in planis, siue in solidis sint ex circulari, recta, & mixta cõstanr. Sed ut ad definitionem accedamus: Euclides uult docere lineam rectam, æquale retinere interuallum: & sua intra quæ posita est extrema non egredi. quantum enim unum punctum ab altero distat: tanta etiam est magnitudo lineæ rectæ. nam si sumas in circũferentia aut alia linea aliqua duo pũcta: tum id nullo modo fieri differte uidebis. Plato definit lineam rectam ἧς τὰ μέσα τοῖς ἄκροις ἐπιπροσθεῖ cuius media extrema obumbrant: Archimedes definit lineam rectam εὐθεῖα γραμμὴ ἐστιν ἐλαχίστη τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν. breuissimam extensionem quæ à puncto ad punctum sit uerum unus idemque sensus est omnium harum definitionum.

Ἐπιφανεία.) Puncto & lineæ ordine naturæ proxime accedit superficies: nam pũctum sub sensum non cadit: & idcirco diuidi non potest: linea quoq; sub dimensionẽ longitunis tantum cadit: sed superficies non tantum longitudinis sed & latitudinis dimensionem recipit. quasi dicat cum à primis & simplicissimis sit progrediendum ad composita: dimensioni longitudinis nunc accedit latitudinis dimensio: & ne quis existimaret in planitiebus etiam esse considerationem profunditatis: addit particulã μόνον. nam crassities spectatur in corporibus. definitur etiam sic ἐπιφάνεια πέρας ἐστὶ τοῦ σώματος superficies est terminus corporis solidi: item μέγεθος δίχῃ διαστατὸν: magnitudo duo habens interualla.

Digitized by Google

cum uero ſimilitudinem ſuperficiei dare uolunt: agros & prata oſtendunt: quorum nulla profunditas, ſed lõgitudo & latitudo conſideratur.

Ἐπιφανείας.) obſeruanda eſt pulchra & cõcinna rerum geometricarum ἀκολουθία conſequentia. quod enim ſimpliciorem habet naturam & eſſentiam: prius etiam eſt eo quod magis eſt compoſitum & circumlimitat atque determinat illud: ſicuti uidemus hoc in loco fieri, corpus ſolidum τὸ στερεὸν terminatur & circumlimitatur ἐπιφανείᾳ ſuperficie: hęc uero ſuperficies pro termino habet γραμμὴν lineam: linea denique terminatur puncto, quod quidem finis & terminus eſt omnium: nec enim ulterius licet progredi.

Ἐπίπεδος) Veteribus philoſophis & geometris uiſum fuit ſuperficiem ſeu ἐπιφάνειαν, & planum τὸ ἐπίπεδον: unum idemque ponere: non autem planum, ſpeciem facere ſuperficiei: nam ſic Plato & ſimul Ariſtoteles dixerunt geometriam cõtemplari ſuperficies planas: ut oſtenderent diſcrimen quod eſt inter geometriam & ſtereometriam. ſed Euclides & eius aſſeclæ, ἐπιφάνειαν ſuperficiem uolunt eſſe genus: ἐπίπεδον ſuperficiem planam, ſpeciem. ſicuti & γραμμὴ ut genus, εὐθεῖα ut ſpecies ponitur. quod ut melius intelligatur: iiſdem propemodum uerbis deſcribit lineam & ſuperficiem: lineam rectam, & ſuperficiem planam: mutato tantum genere. Nam ſupra dictum eſt, eſſe rectum, circumferentiale, & mixtum: quæ quidem à lineis incipiendo, ſe extendũt uſque ad corpora ſolida. ſunt enim hæc in ſuperficiebus, & corporibus ſolidis, certa quadam ratione unde & quæuis figura, iuxta Parmenidem, uel eſt recta σχῆμα εὐθύ: uel σχῆμα περιφερὲς figura circumferẽtialis, uel σχῆμα μικτὸν figura mixta. Si igitur in ſuperficiebus uis contemplari τὸ εὐθὺ rectum: ſume ſuperficiem planam, ſeu ἐπίπεδον: cui omnino conuenit εὐθεῖα linea recta. ſi uero περιφερὲς, tum habes ſuperficiẽ ſphæricam: ſi denique mixtum: conicam uel cylindricam, aut talem aliquam. Sciendum etiam eſt cum tres ſint lineæ ſimilium partium, recta, circularis: & helix circa cylindrum: tamen duæ ſolummodo ſunt ſuperficies ἐπίπεδος καὶ σφαιρικὴ: non autem cylindrica: quia nõ omnino omnes partes cylindricæ ſuperficiei poſſunt applicari. Euclides igitur ſibi deligit ſuperficiem planam: & ea tanquam ſubiecto utetur: in eaque deſcribet & delineabit figuras, figurarumque affectiones. quia in hac ſuperficie plana: faciliores quam in alia fieri poſſunt delineationes, linearum, circulorum, triãgulorum, item conſtitutiones angulorum, ſectiones linearum, contactus figurarum, & quæcunque alia ſunt huius generis. quæ quidem in aliis ſuperficiebus haberi nõ poſſunt: nam in ſphærica ſuperficie, qua ratione conſiderabis aut accipies lineam rectam, aut angulum rectilineũ? uel in ſuperficie conica aut cylindrica circulorum aut linearum rectarum ſectiones? Quare bene ab Euclide factum eſt: quod hanc ſuperficiem planam acceperit: & in ea omnia exponendo & explicando pertractarit: & idcirco appellatur ἐπίπεδος πραγματεία, operatio quæ fit circa plana. nam planum intelligere debemus, id quod ante oculos nobis eſt poſitum: & in quo omnia delineari atque depingi queant.

Ἐπίπεδος γωνία.) Definit hoc in loco eos tãtum angulos, qui in ſuperficie plana delineantur: & commune illis nomen imponit ἐπιπέδου plani. genus definitionis eſt κλίσις: locus in quo fit inclinatio, τὸ ἐπίπεδον, planũ ipſum, quia anguli habent θέσιν, dari poſſunt. fieri autem eos docet, quando duæ ſunt lineæ ad minimum, non autem tres ut in corporibus ſolidis, quæ coeunt, & concurrunt in uno aliquo puncto

Cũ uero anguli diuidũtur: uariis id fiet modis. Nam anguli alii ſunt in ſuperficiebus: alii in corporibus ſolidis: qui uero in ſuperficiebus deſcribũtur: alii in ſimplicibus alii in mixtis exiſtunt. nam in ſuperficie cylindrica & conica fieri poteſt angulus. ſed & illi qui conſtituũtur in ſuperficiebus ſimplicibus: uel in ſphæricis uel in planis cõſtituentur: & hi qui in planis exiſtunt, uel continentur lineis ſimplicibus uel mixtis, uel utriſque. unde apparet uarios & diuerſos eſſe angulos. uerum Euclides excluſis cæteris omnibus angulis, tantum de planis angulis agit quos etiam definit.

Ὅταν δὲ αἱ.) Anguli uel ſunt περιφερόγραμμοι, uel εὐθύγραμμοι, uel μικταί, quia uero tantum utitur angulis rectilineis, reliquas duas ſpecies angulorum planorum omittit. tãtum enim definit quæ neceſſaria ſunt ad hanc doctrinam.

Ὅταν δὲ.) Hæ ſunt tres illæ ſpecies angulorum rectilineorum: angulus rectus diſtinguitur à cæteris æqualitate, ſimili, & eodem, uel ut Græci dicunt κατὰ τὸ ἴσον, ταυτὸν, καὶ ὅμοιον. ſed angulus obtuſus, & acutus: ſecundum maius & minus: & inæquale, deniq; diuerſitatẽ infinite conſtituuntur his igitur utitur tanquã hypotheſi, angulo uero obtuſo &

acuto,

Digitized by Google

acuto, genus addi poteſt εὐθύγραμμος: quia μείζων ὀρθῆς, & ἐλάσσων ὀρθῆς: non eſt ſimpliciter accipiendum: poſſunt enim anguli eſſe maiores recto: & minores recto: cum tamen non ſint obtuſi uel acuti. idcirco genus addẽdum eſt εὐθύγραμμον: μείζων ὀρθῆς καὶ εὐθύγραμμος, ἐλάσσων ὀρθῆς. definit itaque tantum angulos hoſce rectilineos: qui in eodem ſunt plano: & hinc fit non omnem perpendicularem, ſed eam tantum quæ in eodem eſt plano definiri: eſt enim & alia perpendicularis quę in ſolidis eſt figuris.

Ὅρος ἐστίν.) terminum hunc non ad omnes referre debemus magnitudines: ſiquidem & linea, & ſuperficies ſuos habet terminos: ſed tantum ὅροι ἀπὸ τοῦ ὁρίζεσθαι, pertinent ad χωρία areas ſeu figuras: nam ὅρον terminum & limitem uocat: non quod finiat, ſed quod contineat & includat figuram. ut in circulo dicimus circumferentiam eſſe terminum & limitem circuli: in triangulo, tria latera: in quadrato, quatuor latera.

Σχῆμα.) quando inquit τινὸς intelligit circulum τινῶν) reliquas figuras rectilineas: aliaſque quæ in geometria ſunt.

Κύκλος) Hæc eſt prima & ſimplicíſsima atque etiam perfectiſsima figura: cuius quoque definitio omnibus numeris eſt abſoluta. σχῆμα eſt genus definitionis: quo indicat finitum & terminatum quippiam eſſe circulum.

Ἐπίπεδον.) ad differentiam στερεῶν ſolidarum figurarum.

Ὑπὸ μιᾶς.) quoniam ſunt aliæ figuræ quæ pluribus continentur terminis ſeu lineis.

Ἥτις.) Vt ſciamus nomen & proprietatem huius lineæ: nam Ellipſis etiam continetur una linea recta.

Πρὸς ἥν.) proprium indicat quod per ſe circulo ineſt: nam Elleipſis etiam habet unam qua continetur lineam: & duæ lineæ à centro ad extremitatem ductæ ſunt inter ſe æquales: ſed in circulo πᾶσαι omnes. nam lineę rectæ quæ ex medio ducũtur: uel omnes ſunt æquales, uel non omnes.

Ἀφ' ἑνός.) quia plura infinita ſunt intra circulum puncta: ex quibus omnibus, unum tantum hanc habet proprietatem.

Ἐντός.) quia eſt etiam punctum extra circulum: à quo omnes lineæ rectæ ad circumferentiam ductæ: ſunt inter ſe æquales: quod quidem punctum nominatur polus: cuius gratia addit ἐντός.

Διάμετρος.) Manifeſte Euclides indicat quam uelit definire diametrum: non quamuis, ſed eam tantum quæ circuli diameter dicitur. quia & in quadratis, & in parallelogrãmis ſunt diametri: ſic etiam in ſphęra eſt diameter. Verum in quadrilateris figuris dicitur διαγώνιος: in circulo uero διάμετρος. eſt uero etiam ex genere rectarum linearum: ſicuti uero in circulo infinita ſunt puncta: ex quibus tamen unum tantum dicitur centrum: ita quoque multæ ſunt in circulo lineæ rectæ: ſed una tantum appellatur & eſt diameter, quæ per centrum ducta eſt: ſunt enim quæ per centrum non ducuntur: deinde ex utraque parte attingit aut terminatur circumferentia circuli. quia lineæ rectæ per centrum circuli ductę uel ex una tantum parte finiuntur circumferentia circuli: uel ex neutra: uel extra circumferentia educuntur. uerum hæc ex utraque parte definit in circumferentia. hæc itaque omnia nobis indicant, quomodo fiat diameter: ſed quod ſequitur indicat proprietatẽ eius & quod καθ' αὑτὸ (ei ineſt: quod δίχα) id eſt in duas partes æquales circulum diuidat.

Ἡμικύκλιον.) Ex definitione circuli, inuenit naturam centri: quam oſtendit ab omnibus alijs differre: per centrum uero nunc diſtinxit diametrum: iam per diametrum, docet quid ſit ſemicirculus. quæ quidem ἀκολουθία τῶν τῆς γεωμετρίας ἐπιστημόνων: diligenter eſt notanda. Deinde dictum eſt quod circulus uno tãtum termino contineatur: ſed ſemicirculus duobus terminis: natura tamẽ differentibus inter ſe: linea recta. & περιφερείᾳ circumferentia: neq; quauis linea recta: ſed diametro circuli, quia ſegmentũ circuli maius & minus: continẽtur etiã recta, & circũferentia circuli: ſed nõ idcirco ſunt ſemicirculi: cũ per centrũ nõ ſit facta diuiſio. Sciendum tamen: omnes eiuſmodi figuras: ex duabus ſpeciebus diſſimilibus cõſtare: quia circulus uniformis eſt: uerum omnis figura quæ duobus terminis continetur: uel duabus circumferentijs clauditur & eſt uniformis: uel linea recta & circumferentia: ut prædictæ figuræ: aut duabus lineis mixtis ut ſi duæ Elleipſes ſeſe mutuo ſecant. Poſt circulum itaque uniformẽ: tranſit ad ſemicirculum biformem: quia duæ lineæ rectæ figuram non faciunt: ſed recta & circumferentialis. quamuis & duæ circumferentiæ figuram faciãt: eamque duplicem: uel quę angulos faciat: ut in meniſco: uel quę nullam figuram faciat ut in corona. quæ fit duobus circulis ex uno centro deſcriptis. Centrum etiam ſemicirculi, idem eſt cum centro circuli: habet igitur centrum tria loca. aut enim eſt intra figuram, ut in circulo: aut in am

Digitized by Google

bitu ut in semicirculo: aut extra ut in conicis lineis.

Σχήματα.) sequuntur nūc figurę rectilineę: per numeros in infinitū usq; progredictes: uocat enim τρίπλευρα, τετράπλευρα, καὶ πολύπλευρα: uerum figurarum illarum tantum mentionem facit: quæ tribus aut quatuor lateribus continentur: quia & in numeris primū locum tenent ternarius & quaternarius. deinde quia in hoc primo libro, tantum de triangulis & parallelogrammis, doctrinam instituet. facienda tamen est mentio hoc in loco, diuisionis prolixioris figurarū planarum. Figuræ planę, uel continentur simplicibus lineis, uel mixtis, uel utrisque. planę uero figuræ simplicibus cōtentæ lineis: quædam constant specie similibus lineis ut rectilineę: quędam specie dissimilibus, ut semicirculus & segmenta circuli: rursus quæ habent lineas specie similes: alia linea circulari: alia linea recta cōtinetur, quæ uero circulari linea clauduntur uel una linea, uel duabus uel pluribus: una, ut circulus: duabus, ut corona, & Meniscus: pluribus in infinitum. quia tribus quatuor & sic consequenter circumferentijs continētur. Vt si tres circuli sese mutuo tangunt: faciunt figuram trilateram tribus circumferentijs clausam. Sed figuræ planę quæ lineis rectis circumscribuntur: aliæ tribus aliæ pluribus continentur. nulla enim figura plana duabus rectis clauditur, multo minus una.

Τῶν δὲ τριπλεύρων.) Duplex est triangulorum diuisio: una à lateribus sumpta: altera ab angulis præcedit diuisio à lateribus demanans: quia æqualitas & inæqualitas laterum est etiam in alijs figuris non rectilineis. altera ab angulis desumpta hanc sequitur tanquā propria huius doctrinæ: quia hi tres anguli tantum huic conueniunt doctrinæ. In prima igitur diuisione triangulos facit æquilateros æquicruros, & scalenos. nam uel omnia latera sunt æqualia, uel omnia inæqualia: uel duo tantum æqualia, & tertium inæquale. in secunda diuisione triāgulus rectangulus, ab uno angulo recto nomen habet: sic et amblygonius ab uno obtuso angulo: oxygonius uero ab tribus acutis. quia reliqui duo trianguli semper duos habent acutos: tertium uel rectū uel obtusum. tres uero acutos, hic tantum habet. Ex hac uero diuisione patet, esse septem triangulorum rectilineorum species, & neque plures neque pauciores. triangulus æquilaterus solus est oxygonius: reliqui uero tres habent species. nam æquicrurus uel est rectangulus, uel amblygonius, uel oxygonius. sic & scalenus triplex est: rectangulus, amblygonius, & oxygonius.

Τῶν δὲ τετραπλεύρων.) Figuræ rectilineæ quatuor lateribus cōtentæ: diuiduntur hoc in loco in suas species: non quidem omnes, sed eas tantum, quæ ad præsentē doctrinam sunt necessariæ. uerum integra diuisio talis institui potest. quæcunque figuræ quatuor lateribus continentur: illæ uel sunt parallelogramma, uel non parallelogramma. hoc est uel lineis continentur æquedistantibus, uel huius lineis quæ inter se non æquedistant. sed parallelogramma quæ sunt: ea uel sunt rectangula, & æquilatera: sicuti quadrata τετράγωνα dicta: uel sunt neque rectangula, neque æquilatera, ut τὰ ῥομβοειδῆ: quæ speciem rhombi habent, cum tamen non sint. præterea sunt alia quę rectangula quidem sunt, sed non æquilatera: & appellantur τὰ ἑτερομήκη: hoc est altera parte longiora: denique sunt, quæ ęqualia quidem habent latera: sed angulos non rectos: & nominātur rhombi. Nam cum rectanguli, & æqualitas laterum in his figuris cōsideretur: necesse est ut uel hæc duo sint simul: uel neutrum: uel alterutrum: hinc quatuor hæ species figurarū quadrilaterarū constituuntur. quæ uero parallelogramma non sunt: alia quidem duo habent latera æquedistantia: reliquæ uero non: & dicuntur τραπέζια: quæ quidem sunt duplicia, uel enim habent latera æquedistantes lineas coniungentia æqualia: & appellantur τραπέζια ἰσοσκελῆ: uel latera illa lineas æquidistantes coniungētia inæqualia, & dicūtur τραπέζια σκαληνά. Reliqua uero quæ nulla habent latera æquedistantia: nominantur τραπεζοειδῆ. Quare septem sunt species figurarum quatuor lateribus contentarum. quadratum, heteromices, rhombus, rhomboeides, trapezium æquicrurum, trapezium scalenū, & trapezoeides. Hanc tamen perfectam & absolutam diuisionem harum figurarum: in parallelogrammum & non parallelogrammū, Euclides ponere non potuit: cum nulla adhuc facta esset mentio linearum ęquidistantium: eas tamen species quatuor ponit: quæ per priora explicari poterunt: reliquas uno nomine appellat trapezia: ad differentiā quatuor illarum: quibus inest proprium illud parallelogrammorū nempe latera opposita, & angulos oppositos esse æquales. siquidē & quadratum & rhombus, & heteromices habent latera opposita æqualia, & angulos oppositos æquales:

quales: in Rhomboide tamen definiendo ait, quod neque rectangulum neque æquilaterum est. Rhombus tamen uidetur esse quadratum detortum: & Rhomboeides distentum heteromices: propterea lateribus non differunt: sed angulorum diuersitate, quæ fit quod obtusiones, (ut sic dicam) & acutiones fiant: cum tamen quadratum & Heteromeces sint rectangula.

παράλληλοι.) definit lineas rectas æquidistantes: quæ uero illis accidant, postea docebit. Sunt itaque in uno eodemque plano describẽdæ, non in diuersis: postea in infinitum sunt extendendæ: sed illa extensio, non in unam tantum partem, sed in utramque fieri debet. Possidonius aliter definit: αἱ μήτε συννεύουσαι, μήτε ἀπονεύουσαι ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ: ἀλλ' ἴσας ἔχουσαι πάσας τὰς καθέτους, τὰς ἀγομένας ἀπὸ τῶν τῆς ἑτέρας σημείων, ἐπὶ τὴν λοιπὴν Id est lineæ æquedistãtes rectæ sunt, quæ neque annuunt: neque abnuunt, in eodem plano descriptæ: sed quæ omnes perpendiculares, ab una ad alteram ductas habent æquales. nam quæ perpendiculares habent minores, annuunt sibi mutuo: quia perpendiculares altitudines figurarum, & linearum interualla indicare possunt. quapropter si perpendiculares sunt æquales: etiã interualla linearum rectarum erunt æqualia: sin uero fiunt maiores & minores: etiam interualla mutantur. quod si minuuntur: tum ex ea parte concurrunt: ex qua sunt perpendiculares minores.

Cap. VI. De postulatis & axiomatibus.

IN præcedẽtibus diuisimus principia in hypotheses, postulata & axiomata: & quibus inter se differant ostẽdimus: nunc cum hypotheses, seu ut uocant ὅροι definitiones sint explicatæ: pauca de postulatis & axiomatibus, quędam proponemus. Hoc itaque habent commune: quod nulla indigeant fide aut demonstratione: sed quod per se manifesta & cognita sint, & idcirco inter principia numerẽtur. differunt tamẽ inter se quod in postulatis fit ποίησις actio, postulatur aliquid à nobis quod sine difficultate etiam ab imperito fieri potest: in axiomatibus proponitur θεωρία contemplatio rei, quæ tamen facilè & sine negotio percipi & intelligi potest: etiã à quouis mente & ratione iudicioqúe prædito: unde & κοινὴ ἔννοια dicitur. Ergo in postulato est λῆψις ἀνεπιτάσιμος: assumitur illud sine magna aut difficili delineatione. in axiomate γνῶσις ἐναργὴς perspicua & facilis cognitio. differunt uero à propositionibus alijs hæc principia in his tribus ἁπλότητι, τῷ ἀναποδείκτῳ, τῷ αὐτοπίστῳ. Quidam uero omnes propositiones uocant αἰτήματα: alij omnes propositiones ἀξιώματα. Hæc uero postulata & axiomata uel sunt propria alicuius scientiæ: uel sunt communia cum pluribus. ut si dico datam lineam rectam finitã in infinitum extendere: est postulatum geometricum. cum uero dico quæ eidem sunt æqualia: etiam inter se sunt æqualia. communis est sentẽtia qua etiam alij in suis scientijs uti possunt: & suis rebus subiectis attribuere. Aristoteles uero, ut supra dictum est, postulatum seu αἴτημα uult esse propositionem quæ demonstrari potest, & à discente non cõceditur: nihilominus principij loco ponitur. axioma uero propositionem quę non demonstratur: & quam omnes ueram fateri oportet: qui communi sensu & ratione sunt præditi. Cum itaq; his tribus modis hęc distinguantur: secundum primum quo actione & contemplatione differunt inter se axioma & postulatum manifestum est, quod illa propositio πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας εἶναι omnes angulos rectos inter se esse æquales: non fit αἴτημα postulatum. neque etiam illa propositio ἐὰν εἰς δύο εὐθείας. quia nihil hic ad faciendum aut delineandum proponitur: sed accidens aliquod. sic etiam secundo modo propositionem illam δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσι: dicemus non esse axioma. pertinet enim ad materiam geometriæ: sicuti cum dico omnes anguli recti sunt inter se æquales. denique secundum Aristotelem omnes propositiones quæcunque demonstrationibus confirmantur: sunt αἰτήματα: quę uero absque demonstratione assumũtur erunt axiomata. Quare inter principia nonnulla numeráta sunt: quæ sunt ἀποδεικτὰ sicuti nunc diximus. nã omnes angulos rectos esse æquales demonstrationem habet. sic etiam illa si in duas rectas &c. eius enim conuersa ab Euclide demõstratur libro primo propositione decimaseptima. ita quoque duas lineas rectas figuram non facere: probari potest demonstratione. Tria itaque tantum sunt postulata. A puncto ad punctum ducere lineam rectam. Datam lineam rectam finitam: in infinitum extendere. Quouis centro, & quouis interuallo circulum describere. quia hæc & per se manifesta sunt: & aliquid nobis ad comparandum & faciendum proponitur.

Ἀπὸ παντὸς σημείου.) Per consequens sequitur ex eo, cum lineam dicimus nasci ex fluxu puncti, nam si imaginemur punctum moueri uel fluere æquabili & minimo motu & fluxu fiet linea. sic etiam cum linea recta finita extẽditur: quod si uero lineam rectã finitam, in altero extremo collocauerimus immobilem: in altero uero mobilem: fiet tertium postulatum. nam centrum est punctum illud quod manet: linea uero recta *τὸ διάστημα*, interuallum.

Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα) Axiomata alia sunt propria arithmeticæ: alia geometriæ: alia his duabus cõmunia. cum enim dico unitas omnem metitur numerũ: est axioma arithmeticum. si uero dico lineæ rectæ æquales, *ἐφαρμόζουσι* applicatæ conueniunt. aut omnis magnitudo in infinitum usque diuidi potest: pertinet ad geometriam. denique si dico: quæ eidem sunt æqualia: illa etiam inter se sunt æqualia: utrisque cõuenit. Verum his, quisque utitur in sua sciẽtia: quatenus res subiecta patitur. Vt geometria in magnitudinibus: arithmetica in numeris. sic etiam postulata quædam propria sunt scientiarum: quędam communia. Vt pote numerum diuidere in minimas partes: est postulatum arithmeticum. datam uero lineam rectam finitam, in infinitum extendere geometricum. denique quantitatem augere in infinitum commune est: quia & numerus & magnitudo potest in infinitum crescere.

Τὰ τῷ αὐτῷ.) Hæc utraque sunt uera illa, & omnino *ἀναπόδεικτα* axiomata: per se manifesta & nota quę ab Aristotele & geometris *ἄμεσα καὶ αὐτόπιστα* appellantur. præterea etiam *κοιναὶ ἔννοιαι*. sunt uero omnia hæc axiomata cõmunia disciplinis mathematicis: neque tantum in magitudinibus, sed etiam in numeris, in motibus, in temporibus uera, esse deprehenduntur: idque necessario: quia æquale & inæquale, totum & pars, maius & minus communia sunt quantitatibus continuis & discretis: nihilominus tamen quisque utitur his in sua scientia: & demonstrationes ex ijs conficit conuenientes suis subiectis. atque hæc sufficiant de his, quæ partim ad geometrię, rerumque geometricarum explicationem: partim uero principiorum distinxionem pertinebant. Nunc paucis exponemus theoremata & problemata quorum differẽtiam, partes & diuisionem postquam indicauerimus: ad ipsas accedemus propositiones, earumque partes, partiumque resolutiones.

Cap. VII.

Cum in quauis scientia sint duplices propositiones: principia scilicet & propositiones quæ principia sequuntur: et illarũ sit natura diuersa: idcirco singulæ seorsim sunt explicãdæ: id quod & Euclides fecit. easque quæ principia uocauit diuisit in hypotheses, postulata, & axiomata. nunc uero propositiones quę principia sequuntur diuidit in *θεωρήματα, καὶ προβλήματα*: problemata uocat in quibus proponitur aliquid ad faciendũ & in publicũ producendum. theoremata uero, in quibus *τὸ ὑπάρχον ἢ μὴ ὑπάρχον ἰδεῖν καὶ γνῶναι καὶ ἀποδεῖξαι προθέτεται*. hoc est, id quod inest uel nõ inest, ad cognoscendũ, intelligendũ & demonstrandũ proponitur. itaq; problemata habẽt *γενέσεις, θέσεις, παραβολάς, ἀναγραφάς, περιγραφάς, διχοτομίας*, id est, constitutiones, positiones, applicationes, descriptiones, circumscriptiones, diuisiones in duas partes æquales & similia. theoremata uero habent ea quę per se rebus insunt uel accidunt: de quibus itaque potest quæstio institui: de ijs etiam geometria tradit nonnulla in problematibus, alia in theorematibus explicans: ut cum quęrit *εἰ ἐστὶ, τί ἐστι ὅ τι ἐστι καὶ διότι ἐστι*. illas enim quæstiones omnes in geometria inuenies. Differunt itaque hæ propositiones: sicuti antea differre ostendimus postulata & axiomata. nonnulli tamen omnes tales propositiones appellant theoremata: alij uero omnes quæ principia sequuntur propositiones theoremata. Euclides uero habet eiusmodi theoremata & problemata: & in singulis propositionibus in fine addit notas ipsas harum propositionum *ὅπερ ἔδει ποιῆσαι*, problematibus: *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*, theorematibus. sed non uno eodemque modo hæc collocat. nonunquam enim theoremata & problemata coniungit: ut in primo, secundo & tertio libro: nonunquam uero tantum problemata habet ut in quarto: interdum denique sola theoremata ut in quinto.

Omne etiam theorema uel problema quod suis perfectum & absolutum est partibus hæc habere debet *πρότασιν, ἔκθεσιν, διορισμὸν, κατασκευὴν, ἀπόδειξιν, καὶ συμπέρασμα*. propositio quæ habet *δεδόμενον* datum, *καὶ ζητούμενον* quęsitum. explicationem dati: explicationem quæsiti: delineationem, demõstrationem & conclusionem. Propositio igitur docet quid quæratur de dato. Explicatio dati exponit seorsim ipsum datum illud præparat ad

tat ad insequētem delineationem & demonstrationem: diorismus quoque seorsim explicat quid illud sit: quod de dato queritur. Delineatio autē, ea quæ ad inuestigationē quæsiti pertinent, adfert: demonstratio ex rebus cōcessis & affirmatis cōfirmat quod est propositū. tandem cōclusio redit ad propositionem & quod demonstratum sit confirmat. atque hæ sunt omnes propositionum partes: uerum alię ex his sunt necessariæ, aliæ minus necessariæ: necessariæ dicuntur, quę in omnibus sunt & esse debent propositionibus πρότασις, ἀπόδειξις καὶ συμπέρασμα. oportet enim scire quid proponatur in quæstione. deinde illud demōstrare: tandem demonstratum esse cōcludere. reliquæ partes interdum adhibentur, interdum uero non adhibētur. Nam in decimo problemate libri quarti, neq; diorismus, neq; ecthesis est: delineatio etiam in pluribus deest theorematibus: quando scilicet ipsa explicatio dati sufficiens est: ut nulla alia opus sit additione ad id demonstrādum quod proponitur. sed quando explicatio dati deficiet? quando in propositione nullum fuerit datum. si quidem propositio habet datum & quæsitum: uerum non semper, nōnunquam tantum ipsum quæsitum, quod uel considerandum uel comparandum est, ut in prædicto problemate. non enim dicitur cuius dati oporteat triangulum ęquicrurum constituere: habentem alterum ex ęqualibus lateribus duplum reliqui lateris: sed tantum proponitur quod talis sit triangulus æquicrurus constituendus. atque ex ante cognitis & perceptis fit propositionis huius assumptio. quia quid sit ęquale, aut duplum, aut triangulus æquicrurus ante nouimus: sed hoc Aristoteles dicit propriū esse τῆς διανοητικῆς μαθήσεως. nihilominus in ea propositione nihil nobis subiecti loco datur: ut in alijs problematibus: ut cum dico. datam lineam rectam finitam: secare in duas partes æquales: datur linea recta finita: quam iubemur in duas partes æquales secare. seorsim igitur ponitur datum: seorsim etiam quæsitum. quando igitur in propositione hęc duo sunt δεδομένον καὶ ζητούμενον: erit & διορισμὸς καὶ ἔκθεσις. sed si datum nullum est: tum nec διορισμὸς, nec ἔκθεσις erit. Explicatio dati omittitur: quia non est datum: explicatio uero quæsiti non est quod fiat repetitio fastidiosa propositionis. eiusmodi sane propositiones multæ sunt in Euclide, præsertim in arithmeticis & libro decimo. Quia uero dati facta est mentio: sciendum quod δεδόμενον, detur aliquo horum modorum: θέσει, λόγῳ, μεγέθει, εἴδει. positione, ratione, magnitudine, specie. nam pūctum tantum positione datur: linea uero superficies, corpora & alia: dantur omnibus his modis. ut si dico, datum angulum rectilineum secare in duas partes æquales: exprimitur species: ne eadem methodo uelimus angulum circumferentialem secare εἴδει. cum uero dico, datis duabus rectis inæqualibus: à maiore minori æqualem auferre: dātur lineæ rectæ magnitudine. nam maius minus finitum infinitum magnitudinis prædicata sunt. sed si dicamus quādo quatuor magnitudines sunt proportionales: etiā permutatim proportionales erunt. in his magnitudinibus datur ratio seu proportio. denique cum dicitur, ad datum punctū, datę lineæ rectę: æqualem lineā rectam ponere. θέσει positione dantur. cuius quidē puncti positio cum uarijs modis fieri possit: etiam uarietatem habebit ipsa delineatio. Demonstrationem uero etiam considerabimus atque conclusionem. demonstratio igitur quæ ἀπόδειξις Græcis dicitur habet interdum à definitionibus medijs quæsitas rationes. interdum ex certis & ueris signis. nam geometrarum propositiones necessarię propter subiectam materiam, quæ est rerum eiusmodi: sed non semper demonstrant necessario: hoc est per priora. συμπέρασμα denique seu conclusio solet duplex esse: particularis & uniuersalis: nam in dato & iam proposito conclusionem facimus: sed ne uideantur particularia proposuisse: transimus ad uniuersalem conclusionem. cum enim subiectorum proprietate non utantur: sed ob oculos ponant datum: uel angulum, uel lineam rectā: existimāt se in omnibus similibus concludere: quod in hoc proposito angulo &c. concludunt. Restat ut dicamus de his quæ annexa superioribus: hinc in Geometrarū propositionibus apparent: & inter cætera sunt ista: λῆμμα, πτῶσις, πόρισμα, ἔνστασις, ἀπαγωγή. sumptio, casus, corollarium, instantia, deductio. Lemma itaque est propositio quę opus habet demonstratione: quando enim uel in delineatione, uel in demonstratione: aliquid sumitur quod antea non est demonstratum: sed opus habet demonstratione: tum quod sumptum est tanquam ambiguum per se: & inquisitione dignum, lemma nominamus, quod ab axiomate & postulato differt: quia demonstrationem recipit. Casus nihil est aliud quam delineationis uarietas: & positionis mutatio: quæ fit cum puncta lineæ, plana, corpora solida & alia mutātur: & ut uno

dicam uerbo est uarietas delineationis. πόρισμα proprie est, quando ex demonstratis, aliud theorema patefit quod tamen à nobis propositum non fuit.

Ενστασις.) impedit cursum orationis, cum uel contra delineationem, uel demonstrationem aliquid adfertur. quam tamen obiectionem non oportet ut ueram recipere: sed illam remouere: & demonstrare falsam esse.

Απαγωγή.) est transitus ab uno theoremate uel problemate ad aliud: quo cognito etiam illud quod propositum est fit manifestum. Atque hæc de his satis.

Propositio prima.

Επὶ τῆς δοθείσης.) Ex septem triangulorum speciebus: triangulus æquilaterus est omnium simplicissimus: cum quoad laterum æqualitatem: tum & angulorum æqualitatem, qui omnes sunt acuti. idcirco Euclides ab eiusmodi incipit triangulo: elementis in ipsa constitutione simplici & facili, conueniente. nam reliquorũ triangulorum constitutiones uariæ sunt & difficiles: quas tamen Euclides in hoc primo libro: suo quoque loco tradet. non itaque in principio quęrenda est aliorum triangulorum cõstitutio: alias enim & rerum dispositio & ordo seu οἰκονομία τῶν λόγων inuertetur. Satis nobis est in inquisitione æqualitatis laterum & angulorum ipsorumque triangulorum: habere τὴν γένεσιν τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου.

Επὶ τῆς.) propositio hæc habet simplex datum: & simplex quæsitum: & est problema, quia iubet nos constituere triangulum ęquilaterũ, datur igitur linea recta: quæritur qua ratione super hanc sit constituendus triangulus æquilaterus.

Πεπερασμένης.) nisi enim esset data linea recta: eaque finita non possent fieri anguli.

Εστω.) post propositionem sequitur ἔκθεσις quæ tantum habet datum propositionis: & omittit quæsitum.

Δεῖ δή.) διορισμὸς explicatio quæsiti quæ nos quodammodo reddit attentos: dum indicat ζητούμενον, id quod est in quęstione. sicut dati explicatio nos dociles facit, cum nobis rem subiectam ob oculos ponit.

Κέντρῳ μὲν τῷ.) Κατασκευὴ delineatio quæ ut licet uidere utitur postulatis. nam ipsis delineationibus inseruiunt postulata & problemata: sed demonstrationibus axiomata & theoremata.

Επεὶ) ἀπόδειξις demonstratio facta ex principijs, partim enim habet hypotheses seu definitiones: partim axiomata.

Επὶ τῆς ᾱβ.) συμπέρασμα cõclusio primum eius quod ad hanc pertinet explicationem propositionis: eamque particularem deinde uniuersalis sequitur: siue enim duplo siue triplo sumas lineam rectã finitam maiorẽ hac, quæ proposita est: eadem delineatione & demonstratione uti licebit.

Οπερ ἔδει.) ostendit propositionem illam esse problema. sicut theorematibus subiungit ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Atque hæc explicatio partium in alijs propositionibus sex librorum Euclidis: à nobis in insequentibus tradetur: nam scire & intelligere quæ sint assumpta, quæ omissa in propositionibus: quot modis etiam aliquid detur: ex quibus principijs dependeat delineatio: aut facta sit demõstratio: hęc inquam omnia nosse: multum lucis, multumque utilitatis adfert in geometricę pręceptis: nunc uero pergemus ad explicationem propositionis secundæ.

Propositio secunda.

Πρὸς τῷ δοθέντι) Est inter problemata & theoremata differentia: alia enim sunt ἄπτωτα, alia πολύπτωτα.

Απτωτα.) sine casu sunt propositiones, quæ unam tantum habent delineationem: & unicam demonstrationem: quanquam in delineationem maxime incidat πτῶσις casus. sed quæ πολύπτωτα dicuntur & multos habent casus: sunt illa quorum uis se per plura extendit: & positiones uarias habent manente tamen salua & integra demonstrationis ratione. Hoc itaque problema est πολύπτωτον. Nam datur θέσει tantum ipsum punctum: linea uero recta εἴδει καὶ θέσει. quæritur, qua ratione huic lineæ datæ, alia æqualis poni possit ad datum punctum. manifestum uero est, quod punctum, & lineę rectę in uno eodemque sint plano: deinde quod finitam, non uero infinitam proponat lineam rectam: sed quod diximus hanc delineationem habere multos casus, uerum est. propter uariam positionem puncti. uel enim extra lineam datam ponitur, uel in ea: & si in ea datur, uel extrema tenet: uel inter extrema collocatur. quod si uero extra lineam rectã est: uel ex obliquo positum erit: ita ut si quædam linea recta, à data linea, ad datũ punctum ducatur, faciat angulum: uel è directo posita est, ut si ducatur linea recta à puncto dato, ad datam

lineam

lineam rectam fiat una linea. Geometra igitur accepit lineam rectam, & punctum datũ extra lineam rectã. Nos uero exercitationis gratia, & ut studiosi adolescentes hanc casuum uarietatem melius intelligant, in nostris resolutionibus singulos casus persequemur.

Propositio tertia.

Δύο δοθεισῶν.) Hæc propositio etiam est problema, in quo dantur lineæ rectæ magnitudine: est uero etiam πολύπτωτον. nam datæ lineæ rectę uel distant inter se, ut apud Euclidem: aut in una parte copulantur: aut sese mutuo secant: uel una alteram sua extremitate secat: idque dupliciter: uel maior minorem, uel minor maiorem. de quibus etiam infra in nostris resolutionibus.

Propositio quarta.

Εἀν δύο τρίγωνα.) Primum in his elementis theorema: præcedentes enim tres propositiones fuerũt problemata. quorum primum docuit, qua ratione sit constituendus triangulus: alterum uero ostendit, quomodo linea aliqua nondum existens, sit æqualis facienda datæ lineæ rectæ: tertium denique per ἀφαίρεσιν aufert ex maiore minori æqualem. quæ quidem problemata necessario erant præmittenda. Nam quomodo potuisset τὸ καθ' αὑτὸ συμβεβηκὸς, hoc est æqualitatem triangulorum & linearum rectarum docere: nisi prius etiam constituisset triangulum: aut lineas lineis docuisset facere æquales. primum igitur σύμπτωμα, quod est ἰσότης æqualitas, traditur in hoc theoremate. Dantur autem duo: latera duo, duobus lateribus æqualia, alterum alteri: & angulus angulo æqualis, quem æqualia illa latera continent. data uero hæc sunt τῷ λόγῳ ratione. quęruntur tria basis unius trianguli, ad alterius trianguli basim æqualitas: deinde trianguli ad triangulum: tertio reliquorum angulorum ad reliquos angulos æqualitas.

Εκατέραν ἑκατέρᾳ.) Nam fieri potest ut utrumque latus utrique sit æquale, sed non alterum alteri: propterea non simpliciter hanc trilaterum æqualitatẽ intelligere debemus.

Τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων.) Ne acciperemus aliquem ex angulis qui sunt ad basim. nam cũ tria sint in triangulo latera: duo quæ angulum superiorem continent: appellantur περιέχουσαι πλευραί: tertium ὑποτείνουσα πλευρά: καὶ βάσις.

Καὶ τὸ τρίγωνον.) triangulus triangulo dicitur æqualis: quando ipsa area seu figura lineis illis rectis contenta consideratur. Græci appellant ἐμβαδὸν, hoc est illa figura quæ lateribus trianguli clauditur.

Υποτείνουσι.) illud latus subtendere dicitur angulum, quod angulo opponitur. πᾶσα γὰρ τριγωνικὴ γωνία: περιέχεται μὲν ὑπὸ δύο τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν: ὑποτείνεται δὲ ὑπὸ τῆς λοιπῆς. idcirco itaque adiunxit hæc: ne existimaremus, nullam esse inter angulos differentiam: & licere quemcunque accipere.

Propositio quinta.

Τῶν ἰσοσκελῶν.) Notandum est in hac & alijs huius generis propositionibus: quod quædam theoremata sint ἁπλᾶ, simplicia: quædam uero σύνθετα composita. sunt autem simplicia theoremata, quę unum habent datum, & unum quęsitum: ut cum dico datam lineam rectam finitam: diuidere in duas partes ęquales. Composita uero dicuntur, quæ ex pluribus constant uel datis, uel quęsitis: cum plura sunt data, & unum quæsitum: uel plura quæsita & unum datum: uel denique plura data: & plura quæsita. neque hæc unius sunt tantum generis: quia alia dicuntur ἀσύμπλεκτα, quæ cum sint composita: tamen diuidi non possunt in alia theoremata simplicia. quale est theorema præcedẽs propositione quarta. alia uero συμπεπλεγμένα: ac si dicas ita composita, ut disiungi si opus sit facile posſint: & in simplicia theoremata diuidi. ut est illud theorema: Trianguli & parallelogramma quæ sunt sub eadem altitudine, habent eandem proportionem cum basibus. potest enim hoc etiam seorsim demonstrari in triangulis, & seorsim in parallelogrammis. In hoc autem theoremate, facta est σύνθεσις compositio in dato, & in quęsito: eamque ob causam Euclides unum quodque seorsim proponit: & diuidit dãtũ, atque ipsum quæsitum. Trianguli duo habentes latera æqualia: etiam angulos ad basim habent ęquales. deinde lateribus trianguli æquicruri extensis: anguli sub basi sunt æquales. non enim existimandum est, esse duo theoremata: sed unum, idque compositũ, quoad datum, & quoad quæsitum: & utrũque perfectum atque uerum. Sed quærat aliquis, quæ nam est causa, quod Euclides angulos sub basi demonstret esse æquales: cum tamen posthac nunquam his sit usurus. responderi commode poterit, quod & si non usurus sit hac pro-

Digitized by Google

positione: tamen idcirco eam demonstrauit quod uellet obiectionibus quę accidere possent, occurrere. Est enim illud proprium artis atque scientiæ: ipsis præuenire obiectionibus: ut non tantum rerum uerarum sint demonstrationes, ex prius concessis & affirmatis: sed & ἔλεγχοι refutationes falsorum. aut eorum quæ possent obijci.

Propositio sexta.

Ἐὰν τριγώνου) in hac propositione duo sunt imprimis obseruanda: ἀντιστροφὴ τῶν προτάσεων: & ἡ ἀπαγωγὴ εἰς τὸ ἀδύνατον. de quibus quantum in hoc loco dicendum erit uerba faciemus. Geometrę ἀντιστροφὴν conuersionem propositionum appellãt: quando ex conclusione, fit hypothesis: aut cum theoremata permutationẽ faciunt conclusionis seu eius quod quæritur, cum hypothesi. ut quod primi fuit quæsitum: alterius fiat datũ: & ècontra. exempli gratia. Triãgulus æquicrurus: habet angulos ad basim inter se æquales. conuerte, Triangulus qui habet angulos ad basim æquales: est æquicrurus. atque hæc primaria & simplex est conuersio. est enim altera ἀντιστροφὴ quæ fit ποιᾷ τινὶ τῶν συγκειμένων ἐναλλαγῇ. permutatione quadam eorũ quę cõposita sunt Nam si theorema aliquod fuerit compositum, ex pluribus hypothesibus uel datis: & uno quæsito. si acceperimus quæsitum, & unum aliquod ex datis, quod pro quæsito accipitur: aut etiã plura. atque eiusmodi conuersio facta est in octaua propositione. Primum autem conuersionis genus, unius speciei tantum est: & finitum: alterum uero habet uarietatem & per multa se diffundit theoremata. ita ut non in uno tantum, sed in multis propter copiam hypothesium quæ sunt in compositis theorematibus fit sæpe etiã id quod duas habet hypotheses conuertitur: quando hypotheses non sunt finitæ, sed infinitæ quodammodo Illud uero etiam sciendum est, quod multæ sint ἀντιστροφαὶ falsæ: quæ non proprie dici possunt conuersiones. Vt cum dico omnis hexagonus numerus est trigonus: sed non omnis trigonus est hexagonus. quia alterum est communius, alterũ particularius. & alterum de altero κατὰ παντὸς tantum prædicatur. sed quando primo, & per se in est, πρώτως καὶ ᾗ αὐτὸ ὑπάρχει: tum fit uera conuersio. appellantur autem discriminis gratia theoremata illa quæ conuerti possunt προηγούμενα: conuersa uero ἀντίστροφα. Nam si proponamus aliquod genus subiectum, eique attribuamus quippiam quod per se ei inest: nominatur προηγούμενον θεώρημα. cum uero è contra, quod per se rei in est pro subiecto & dato sumitur: atque ὑποκείμενον γένος in quęstione ponitur: appellatur ἀντίστροφον. atque hæc satis de conuersionibus propositionum. Reductio ad impossibile ἀπαγωγὴ εἰς τὸ ἀδύνατον: est quando in manifestum absurdum aut impossibile incidimus, cuius etiam ἀντικείμενον oppositum uerum & confessum est: ut cum reductiones fiunt ad illa quæ cum axiomatibus aut postulatis aut hypothesibus pugnãt: aut cum ijs quæ proposita & concessa atque prius demonstrata sunt. exempli gratia reductio ad impossibile, facta in propositione sexta: pugnãs adducit cum axiomate: totum est maius sua parte. sed octaua habet reductionem ad id quod pugnat cum demonstrato & concesso in propositione septima. Quare omnis reductio ad impossibile accipit id quod pugnat cum quæsito: & id proponens progreditur, donec in manifestũ absurdum incidat: & idcirco hanc suam hypothesin falsam remouet: atque confirmat id quod ab initio erat positum. Mathematicæ enim demonstrationes: uel sunt ἀπὸ τῶν ἀρχῶν, uel ἐπὶ τὰς ἀρχάς, hoc est uel à principijs egrediuntur ad ea quæ sunt proposita: uel ab his redeunt ad principia. Quæ etiam dicuntur ἀπὸ τῶν ἀρχῶν, duplices sunt: aut enim à communibus sententijs oriuntur: aut ab ijs quæ iam fuere demonstrata. illa uero quæ appellantur ἐπὶ τὰς ἀρχάς, uel sunt θετικαί: confirmãt ipsa principia: & cũ illis concordãt: uel ἀναιρετικαί, cum principijs pugnant. θετικαὶ nominantur ἀναλύσεις resolutiones, quibus opponuntur συνθέσεις compositiones. ἀναιρετικαὶ uero etiam nominantur reductiones ad impossibile. utitur uero ἀπαγωγὴ εἰς τὸ ἀδύνατον alio syllogismorum genere quam ἀνάλυσις, sed secũdo syllogismorum hypotheticorum genere. ut cum dico si latera angulos æquales subtendentia, non sunt æqualia: totum æquale est parti, sed hoc impossibile. Ergo latera æquales angulos subtendentia, sunt æqualia.

Propositio septima.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς.) In geometria & arithmetica pleræque propositiones sunt affirmatiuæ, non autem negatiuæ quoniam τὸ καθόλου καταφατικόν: uniuersale affirmatiuum scientijs maxime cõuenit: tanquam per se sufficiens & nulla indigens negatione: sed

uniuer-

Digitized by Google

uniuersale negatiuum opus habet affirmatione. nam ex solis ut tradunt dialectici negatiuis sine affirmatione aliqua, non potest neque demonstratio, neque syllogismus fieri. propterea scientiæ apodeicticæ, habent demonstrationes affirmatiuas: raro utuntur negatiuis. sicuti & Euclides in hoc loco negatiuam habet propositionem: quam tamen multis & uarijs muniuit additamentis: ut impugnari & in disceptationem uocari à nemine posit. Primum inquit ἐπὶ τῆς αὐτῆς, ne quis super alia quadam linea recta, ab hac diuersa constituat.

Ἑκατέρα ἑκατέρᾳ.) quia una existente linea ambæ ambabus constitui possent æquales, Secundo loco itaque ponit altera alteræ. Tertio πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ.) fieri enim posset ut existentibus duabus prioribus conditionibus: duas duabus applicaremus ad unum idemque punctum uerticale, & hæc omnia conuenirent. Quarto ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.) fieri enim potest ut una existente linea recta, constituamus duas lineas rectas in hanc: alias duas rectas in aliam partem: propterea hoc adiunxit

Τὰ αὐτὰ πέρατα.) possunt enim prioribus omnibus saluis, duæ rectæ constitui æquales duabus rectis, quæ tamen non habēt eadem extrema cum lineis ab initio positis.

Propositio octaua.

Ἐὰν δύο τρίγωνα.) Hæc propositio conuertitur cum quarta: non quidem simplici & uera conuersione: quia non fit ex dato quæsitum: & ex quæsito datum. sed partem aliquam dati in propositione quarta, & partem quæsiti eiusdem propositionis sumit atque cōnectit: & in quæsito unum aliquod tantum ponit quod in quarta propositione, erat datum. Nam duo latera duobus lateribus esse æqualia, alterum alteri: in utroque theoremate datur. sed basim basi esse æqualem, in altera propositione fuit quęsitū: nunc uero est datum. Facta igitur est συναλλαγὴ permutatio. Verū ut supra ostendimus τὴν τάξιν, collocationem quatuor propositionum: ita & nunc docebimus cum octauo loco hęc sit posita propositio: & nō subsequuta sit suam cum qua conuertitur propositionem: plęrumque enim fieri solet, ut antecedentes propositiones & conuersæ sese mutuo subsequantur. Hæc propositio per septimam erat demonstranda, propterea septima antecedit hanc. quia uero septima erat demonstranda per quintam, quinta suum occupauit locum: sexta uero est conuersa cum quinta, idcirco eam naturali quodam ordine subsequitur: pręsertim cum facilem habeat demōstrationem: & principijs repugnans impossibile ostendat.

Propositio nona.

Τὴν δοθεῖσαν.) Geometra theoremata & problemata miscet: & illa inter se coniungit: totamque hanc Geometricam doctrinam sic absoluit. dum interdum non facta, comparat atque constituit: interdum eorum quæ facta sunt per se accidentia contemplatur. Cum itaque in prioribus demonstrarit non solum in uno triangulo laterum æqualitatem, sequi ęqualitatem angulorum, & econtra: similiter etiam in duobus triangulis idem fecerit. transit nunc ad problemata, & ad nouam se parat doctrinam. primum igitur docet, quomodo angulus rectilineus sit secandus in duas partes æquales: datur autem angulus τῷ εἴδει specie: dicit enim εὐθύγραμμον: ut sciamus eum non quemuis angulum, sed rectilineum tantum secare.

Propositio decima.

Τὴν δοθεῖσαν.) proponit lineam rectam ex utraque parte finitam: quia ex utraque parte infinita diuidi in duas partes æquales nequit quod si uero ex una tantum parte finita: & ex altera infinita sumatur: fieret sectio in partes inæquales. semper enim maior pars esset ex eo loco, quo uergit infinitum illius lineæ rectæ. necessario igitur relinquitur, ut ex utraque parta sit finita.

Propositio undecima.

Τῇ δοθείσῃ.) Sic finitam ex utraque parte siue infinitam ex utraque parte: siue partim finitam, partim infinitam lineam rectā accipias: semper Euclides hoc problemate tibi ad angulos rectos, à puncto quod in lineā recta datur ducet lineā rectam.

Propositio duodecima.

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν.) κάθετον appellat ueteri more γνώμονα: qui gnomon ad angulos rectos est Horizōti: huic uero ad angulos rectos existit κάθετος. quæ à priore τῇ χρήσει differt: quoad subiectū, nullam habēs differentiam. sed κάθετος perpendicularis duplex est, altera quidem plana, altera solida.

quando enim in uno eodemque plano & subiecto sunt, punctum à quo perpendicularis: & linea recta dicitur perpendicularis plana: si uero ex loco sublimiore in planum subiectum ducatur à puncto aliquo linea recta punctūque illud fit extra planum: dicitur perpendicularis solida. deinde differunt, quod perpendicularis plana, tantum ad unam lineam rectam perpendicularis est: sed perpendicularis solida, ad omnes lineas rectas que in codē sunt plano. In hac autem propositione, Euclides docet lineam rectam perpēdicularem planam ducere. quia unam tantum lineam rectam proponit: & in uno tantum plano existunt hæc. Præterea sciendum, quod in propositione præcedenti cum ad angulos rectos duxit lineam non indigebat ἀπείρου. sed in propositione ista sumit lineam rectam infinitam: quia punctum non in ipsa linea recta data, sed extra ipsum est.

Propositio decima tertia.

ΩΣ ἂν εὐθεῖα.) Redit ad theoremata, sequutus ea quæ tum sunt demonstrata. postquam enim perpendicularem, & lineam rectam ad angulos rectos duxit: proximum erat inquirere quales nam fierēt anguli, si neque perpendicularis, neque ad angulos rectos, linea recta aliqua super alteram constituentur, sed quocunque modo. docet igitur quod faciat angulos & si non rectos, sed duobus rectis æquales. Verum & in hac propositione quæ cauenda erant, cauet: inquit enim γωνίας ποιεῖ. posset enim ita constitui, ut unum tantū angulū faceret: si in extremitate lineæ rectæ datæ statueretur. qui quidem angulus non esset æqualis duobus rectis. Omnis enim angulus rectilineus, duobus rectis minor est: sicuti omnis angulus solidus quatuor rectis minor est. oportet itaque sic constituere lineam rectam: non ut angulum, sed ut angulos faciat.

Ἤτοι δύο ὀρθάς.) hoc est communne rectis, obtusis, & acutis angulis. sed δύο ὀρθαῖς.) ἴδιον proprium. Solet enim fieri ut si quando & proprium & cōmune uerum est, unumquodque significetur à suo proprio. quod si uero proprio caremus: sufficit nobis commune, ut rerum essentia declaretur. cum enim dico angulos contiguos seu ἐφεξῆς, rectis æquales esse, commune est cum rectis: sed non tantum de rectis dicitur. quando itaque dicitur δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι) intelliguntur anguli inæquales. Hinc uidemus æqualitatem esse inæqualitatis mensuram. quantumuis enim angulus obtusus maior fiat & augeatur: acutus uero minor fiat, atque minuatur: tamen angulo recto finiuntur atque terminantur.

Propositio decima quarta.

ΕΑν πρός τινι.) Hæc propositio conuertitur cum priore. demonstratio est indirecta ut solēt esse conuersarū propositionum demonstrationes. muniuit & hanc suis certis & firmis additamentis: ne quispiam aliquid in ea reperire posset, quod oppugnet.

Propositio decima quinta.

ΕΑν δύο εὐθεῖαι.) angulos ἐφεξῆς contiguos: dicimus differre ab angulis, qui ad uerticem appellantur. quia κατὰ κορυφὴν anguli fiunt, quando duæ lineæ rectæ sese mutuo secant: uerum anguli ἐφεξῆς si altera alteram tantum secat, uocantur autem κατὰ κορυφὴν quia uertices in uno cōiungunt puncto. nam κορυφαὶ uertices dicuntur puncta illa, ad quæ plana illa ducta angulos faciunt.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν.) est πόρισμα. Vocant autem geometræ πορίσματα propositiones, quę in aliarum propositionum demonstrationibus apparent & conspiciuntur: cum tamen ipsæ nullam habeant singularem & cæteris præcedentem demonstrationem, quæ nobis non inquirentibus occurrunt, & manifesta fiunt, dum alia agimus. Verum hæc πορίσματα sunt uaria. primum enim iuxta scientias distinguuntur. alia namque geometrica, alia arithmetica sunt: deinde quædam in problematibus, nōnulla in theorematibus apparēt. tertio sunt quæ simul demonstrantur in demonstratione directa: sunt etiam quæ indirecta apparent.

Propositio decima sexta.

ΠΑντὸς τριγώνου.) In triangulo si latus aliquod extendatur, & angulorum fiat comparatio: ad eum qui extra triangulum est: tum alter dicetur esse ἐφεξῆς, qui proximus est externo angulo: reliqui duo ἀπεναντίον oppositi: docet igitur Euclides, quod angulus externus alterutro angulorum internorum oppositorum sit maior. nam postea docebit quod his sit æqualis: neque uero aliter comparare inter se potuit: quam si externum cūm internis oppositis: non autem cum eo qui ἐφεξῆς ei est conferret. siquidem ille uel

æqualis

æqualis uel minor esse potest. sed comparatus cũ oppositis omnino maior erit. Si enim triangulus sit rectangulus, & latus quod ad angulum est rectum extendas: tum externus angulus angulo sibi contiguo erit æqualis. sed si fuerit triangulus amblygonius poterit internus contiguus seu ἐφεξῆς esse maior. Idcirco fit angulorum internorum oppositorum comparatio ad externum.

Propositio decima septima.

ΠΑντὸς.) Nunc quidem indefinite demonstrat duos angulos internos, in trĩagulo esse minores duobus rectis: sed postea in insequentibus quanto minores sint demõstrabit, nempe tertio. nam in omni triangulo, tres anguli sunt æquales duobus rectis.

Propositio decima octaua.

ΠΑντὸς τριγώνου.) Quod in uno quoque triangulo: æqualitatem laterum subsequatur æqualitas angulorum: & hãc etiam angulorum æqualitatem, consequatur æqualitas laterum in quinto & sexto theoremate demonstratum est. uerum inæqualitatem angulorum consequi inæqualitatem laterum: & laterum inæqualitatem sequi etiam angulorum inæqualitatem in his duobus theorematibus demonstratur. decimo octauo & decimo nono. Nam alterum maiorẽ angulum habere latus maius quod eum subtendat: alterum latus maius subtendere maiorem angulum demonstrat. & hæc quidem inter se conuertuntur. manifestum tamen est quod maius & minus latus certa ratione & proportione sit sumendum. & diuidemus in maximum mediũ & minimum: eodem modo & angulos in triangulis scalenis. nam in æquicruris maius & minus simpliciter accipitur. quia unus tantum est angulus, qui reliquis uel maior uel minor constituitur: sicuti in æquilateris triangulis hæc locum non habent: & uidere licet quomodo in triangulis æquilateris & æquicruris æqualitatis ratio conuenit. sed in æquicruris & scalenis inæqualitatis & laterũ & angulorum demonstratio. Causa hæc est quod quidem trianguli solam habent æqualitatem, alij solam inæqualitatem, nõnulli utrumque & æquale, & inæquale.

Propositio decima nona.

ΠΑντὸς τριγώνου.) Hæc cum præcedenti conuertitur: & est simplex datum: simplex etiam quæsitum. latera dicuntur περιέχειν continere angulos: anguli uero περιέχεσθαι contineri.

Propositio uigesima.

ΠΑντὸς τριγώνου.) Etsi multi hãc irrideant geometrarum propositionem: nec ullã opus habere demonstratione affirment: tamen facile illis responderi potest. quia concedimus sensibus etiam patere, & manifestum esse: sed rationibus & demonstrationibus indigere. multa enim talia sunt quæ sensibus patent: ut ignem esse calidum: sed quomodo & qua ui atque potentia fit calidus, sensu non depræhenditur: uerum scientia & ratione. Sic etiam hæc propositio manifesta est sensibus: sed quomodo id fiat, quod duo latera sint maiora tertio: scientiæ officium est demonstrare.

Propositio uigesima prima.

ΕΑν τριγώνου.) Hęc propositio uidetur continere geometricum παράδοξον. cum dicimus latera minora, continere angulum maiorem. sed necessario muniuit suis firmamentis hanc propositionem: maxime cum inquit ἀπὸ τῶν περάτων τῆς βάσεως. alias enim non constaret.

Propositio uigesima secunda.

ΕΚ τριῶν εὐθειῶν.) Redit ad problemata, & docet nunc rationem constituendi quemuis triangulum rectilineum. non quidem ex datis tribus lineis, ijsque quibuscunque, sed ex tribus alijs quæ datis tribus rectis sint æquales, & quæ tales sint, ut duæ sint maiores tertia. nam ex tribus datis rectis non potest fieri triangulus, sed ex tribus quæ datis rectis sint æquales. deinde non potest triangulus ex quibusuis tribus rectis fieri: sed ex ijs tantum quę hanc in se habent cõditionem quam supra demonstrauit: ut scilicet duo latera sint maiora tertio. Hinc patet esse problema διωρισμένον, nõ autem ἀδιόριστον cuiusmodi inueniri possunt multa & theoremata & problemata.

Propositio uigesima tertia.

ΠΡὸς τῇ δοθείσῃ.) Tria in hoc problemate dantur, & unum in quæstione. sed disertè angulũ proponit rectilineum, quia de illis tantum in hoc loco fit mentio.

neque etiā aliquis ex mixtis angulis, aut circularibus hic conſideratur: ſed tantum rectilineus.

Propoſitio uigeſima quarta.

E Αν δύο τρίγωνα.) Redit Euclides ad theoremata: & quæ in æqualitate demonſtrauit: iam in ipſa demonſtrat inæqualitate. Nam cum duos angulos proponat, habentes latera lateribus æqualia alterum alteri: uel proponit angulum angulo æqualē, quem æqualia illa latera cōtinent: ut in theoremate quarto: uel angulū angulo inæqualem, ut in hac. deinde rurſus proponit duos triangulos habentes duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & baſim baſi, uel æqualem ut in octauo: uel baſim baſi inæqualem, ut in uigeſimo quinto theoremate. Itaque hæ quatuor propoſitiones tantum differunt inter ſe ratione & conſideratione æqualitatis, & inæqualitatis, & quarto, appoſitum eſt theorema uigeſimæ quartæ propoſitionis: octauo uero uigeſimæ quintæ.

Propoſitio uigeſima quinta.

E Αν δύο τρίγωνα.) Hoc theorema, ut dictū eſt, oppponitur theoremati octauæ propoſitionis: conuertitur uero cum præcedenti.

Propoſitio uigeſima ſexta.

E Αν δύο τρίγωνα.) Geometra qui uult collationem facere triangulorum: in lateribus, in angulis, in ipſis areis ſeu ambitibus: oportet ut uel ſola ſumat latera: & quærat æqualitatem angulorum, aut ſolos angulos æquales dare: & inquirere æqualitatem laterum: aut denique mixtim & angulos, & latera proponere: de illorumque æqualitate inſtituere quæſtionem. quod ſi igitur ſolos angulos æquales ſumpſiſſet: uoluiſſetque latera inde demonſtrare eſſe æqualia: id quidem facere non potuiſſet. quia etiam minimi trianguli, maximis triangulis conferri poſſunt: & cum illis habere angulos æquales: ſed latera & alia adhæc pertinentia non fuiſſent æqualia. Itaque in octaua propoſitione omnia latera æqualia demonſtrauit: & idcirco angulos quoque æquales: ipſoſque triangulos æquales. Cum uero latera accipe ret & angulos, aut unum tantum latus oporrebat accipere uni lateri æquale: & unum angulum uni angulo æqualem: aut unum latus & duos angulos: aut ècontra unum angulum et duo latera: uel etiam unum angulū et tria latera: uel tres angulos et unum latus: uel denique plura latera quam unum: & plures angulos quam unum. ſed ſi unum latus, & unum angulum det: non fiet demonſtratio. Ex hac doctrina triangulorum habemus cognitionem earum rerum quæ triangulis per ſe ineſſe poſſunt: neque uero omnium, ſed earum tantum quæ in ipſis elementis explicari ſolent. ſequitur nunc ſecunda huius libri pars, quæ eſt de lineis æquediſtantibus: & parallelogrammis.

Propoſitio uigeſima ſeptima.

E Αν εἰς δύο εὐθείας.) De quadrilateris figuris proximum nunc eſt ut dicatur: tum de triangulorum conſtitutione, æqualitate & inęqualitate quantum in ipſis fieri poterat elementis, ſit dictum. In primis uero de parallelogrammis nos docet, ſimulque illis annectens doctrinam trapeziorum. uerum cum ſine cognitione linearum æquediſtantium, nihil neque de conſtitutione, neque de æqualitate, aut inæqualitate parallelogrammorum doceri poſſit: initium huius doctrinæ facit à lineis æquediſtantibus: donec pedetentim incidat in ipſa parallelogramma: uſus unico theoremate, quod uidetur quidem aliquid per ſe accidens parallelis lineis, uelle indicare: & nihilo minus tradit parallelogrammi conſtitutionem. Eſt autem parallelogrammum figura quadrilatera, quę lateribus oppoſitis ęquediſtantibus continetur. Quantum uero pertinet ad lineas ęquediſtantes: tria ſunt quę per ſe illis inſunt: & quę αὐτοχαρακτηριστικὰ dicuntur: & inter ſe conuertuntur. quorum unumquodque ſeorſim ſumptum: linearum æquediſtantium naturam explicare poteſt. primum eſt, ſi recta in duas rectas incidit, & facit angulos ἐναλλάξ ęquales: alterum, ſi recta in duas rectas incidat, & faciat duos angulos internos, æquales duobus angulis rectis. poſtremum, ſi recta in duas incidat rectas, & faciat angulum externum angulo interno ſibi oppoſito æqualem.

Ἐὰν εἰς δύο, &c.) ἐναλλάξ duplici modo accipitur ab Euclide. interdum enim refertur ad qualemcumque poſitionem: ut in hoc loco. interdum uero ad ipſam conſequentiam proportionum, ut in quinto libro & libris arithmeticis. Sunt autem anguli ἐναλλάξ permutatim

tatim sumpti: cum anguli non ex ijsdem partibus positi: neque cõtigui: seu ἐφεξῆς: sed disiuncti: ambo tamen interni fuerint: uerum inter se differunt, ut alter superior, alter inferior existat.

Propositio uigesima octaua.

EAν εἰς δύο.) Persequitur nunc reliquas notas, per quas cognoscimus, lineas rectas esse æquedistantes.

Propositio uigesima nona.

Hεἰς τὰς.) Hoc theorema conuertitur cum duobus superioribus, quod enim in utroque fuit quæsitum: hic datur. & quæ erant data: uenerunt in quæstionem. sciendum itaque est, quod in conuersionibus, uel unum uni, ut sextũ quinto, uel pluribus unum conuertatur. utitur in demõstratione illa propositione, quę & si axioma non sit: tamen inter principia est posita.

Propositio trigesima.

Aἱ τῇ αὐτῇ.) ostendit Euclides τῶν ταυτότητα in omnibus esse rebus. sic enim in axiomatibus & in insequentibus illud demõstrabit: uerum sciendum quod non in omnibus uerum sit, sed in ijs quę συνωνύμως cõuerti possunt: ut est ἰσότης, ὁμοιότης, ταυτότης, & θέσις τῶν παραλλήλων. Nam æquedistans æquedistanti est ęquedistans: idem eidem est idem: simile simili simile. nam æquedistantia est similitudo quędam positionis.

Propositio trigesima prima.

Διὰ τοῦ.) Non tantum necesse fuit nobis explicare ea quæ τὰ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα sunt lineis æquedistantibus: sed etiã docere uiam: qua lineæ æquedistantes sunt constituendæ. id igitur in hoc problemate, facit, sumit enim punctum quod extra lineam est: & lineam rectam: per punctum ducit lineam rectam, datæ lineæ rectæ æquedistantem. Notandũ uero est discrimen in his phrasibus ἐπὶ τῆς, & διὰ τοῦ, & ἀπὸ τοῦ. In perpendiculari ait ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν, & c. ἀπὸ τοῦ δοθέντος. Ibi diserte indicat & lineam rectam, & punctum datum. sic etiam in hoc loco διὰ τοῦ. in eo itaque hæc conueniunt, quod utrobique punctum extra lineam rectã sumitur. sed differunt quod per alterum, & ab altero sint ducendæ lineæ rectæ, altera æquedistans, altera perpendicularis. per punctum unum non ducentur plures æquedistantes eidem lineæ rectæ: nec etiam ab uno puncto plures perpendiculares ad eandem lineam rectam: propterea singulari usus est numero, non autem plurali. Quando igitur punctum quod datur, est principium lineæ illius quæ ducenda est: ἀπὸ τοῦ σημείου à pũcto duci dicitur. cum uero illud punctum est in ipsa linea recta ducenda: dicitur διὰ τοῦ σημείου. per punctum.

Propositio trigesima secunda.

Παντὸς τριγώνου.) Ea quæ in propositionibus duabus, 16 & 17 deficiebãt: in hac propositione cõplet. non enim tantũ demonstrat angulum externum, duobus angulis internis sibi oppositis maiorem esse: sed quanto sit maior. cum enim ambobus sit æqualis, erit altero maior: præterea non tantum dicimus duos angulos minores esse duobus rectis: sed etiam quanto sint minores. nempe reliquo angulo. Duo itaque superiora theoremata infinita quodammodo fuerunt: hoc uero utrumque perficit atque absoluit: neque idcirco superiora erunt dicẽda superflua: quoniam ijs in multis usi sumus demonstrationibus: imo & hoc theorema per illa demonstramus. præterea id plerunque fieri solet, ut ab ijs quæ infinita sunt ad finita et exactiora perueniamus. Multum Aristoteles utitur hac propositione: maxime cum agit de eo quod ᾗ αὐτὸ est.

Propositio trigesima tertia.

Aἱ τὰς ἴσας τε παραλλήλους.) Per hoc theorema Euclides à doctrina ęquedistantium linearum transit: ad ipsa parallelogramma: nam uidetur dicere & explicare σύμπτωμα accidens aliquod, linearum æquedistantium. uerum simul docet, quomodo fiant parallelogramma. Fit autem parallelogrammum ex lineis rectis ab initio positis æquedistantibus & æqualibus: & ex ijs quæ illas connectunt: quas nunc demonstrat æquales quoque esse & æquedistantes. Propterea statim subiungit nomẽ parallelogrammi: eiusque affectiones, quasi iam esset factũ & constitutum.

Propositio trigesima quarta.

Παντὸς παραλληλογράμμου.) Ex præcedenti theoremate manifestum est, iam factum esse parallelogrammum: nunc in

hoc theoremate contemplatur quę primo & per se illi insunt. Sunt autem hæc. Latera opposita esse æqualia: angulos oppositos esse æquales: & ipsa χωρία ipsasque figuras, à diametro diuidi in duas partes ęquales, sunt itaque tria πλευρῶν ἰσότης. γωνιῶν ἰσότης: ἡ τῶν χωρίων, κατὰ τὰς διαμέτρους διχοτομία. Ergo ęqualitas parallelogrammorum in lateribus, in angulis, in figuris ipsis nunc est inuēta. Cum uero quatuor sint species, quadrilaterûm figurarum: quadratum, heteromices, rhombus, rhomboeides. operæpræcium est uidere, quomodo diameter illas secet. quod si igitur secundum ὀρθογώνια: id est angulos rectos contēplemur: non tantum inueniemus ipsas diametros parallelogrāma rectangula, secare in duas partes æquales: sed & ipsas diametros ęquales esse ad angulos illos rectos. quę uero eiusmodi non sunt: inæquales, sicuti antea est dictum. Sin uero secundum æqualitatem laterum cōsideremus hanc διχοτομίαν: in æquilateris non tantum figuræ sectæ erunt per illas diametros in duas partes æquales: sed & angulos facient æquales. sicuti in quadrato & rhombo: in heteromice & rhomboeide non item. Vt igitur paucis totum negotium expediatur: in quadrato, diametri sunt æquales: propter angulorum rectitudinem. & anguli secantur in duas partes æquales: propter æqualitatem laterum. & ἐμβαδὸν ipsum seu ipsa figura, in partes æquales diuiditur per διαγώνιον propter cōmunem illam parallelogrāmorum ἰδιότητα proprietatem. deinde in heteromice diametri sunt ęquales: sed anguli non secantur in duas partes æquales per diametrū: uerū ipsa figura, secatur in duas æquales partes: idque quatenus est parallelogrammū. in rhombo, diametri sunt inæquales: nihilominus tamen non tantum figuræ tanquam parallelogramma: sed & anguli tanquam ἰσόπλευρον: in duas partes ęquales diuiduntur. In rhomboeide etiam diametri sunt inæquales quia non est rectāgulum: & anguli diuidūtur in partes inęquales, quia non est æquilaterum. sed tantum ipsæ figuræ in partes æquales per diametrum diuiduntur quia est parallelogrammum. atque hæc sint dicta de differentia quę est in his figuris.

Propositio trigesima quinta.

Τὰ παραλληλόγραμμα.) Hoc theorema etiam cōtinet geometricum παράδοξον. deinde sciendum quod hic nihil de laterum æqualitate, sed ἐμβαδῶν, hoc est arearum seu figurarum æqualitate tradatur præterea primo loco mentionem facit trapeziorum in ipsa demonstratione: hinc uidemus Euclidem non sine causa, in principijs fecisse mentionem trapeziorum. quæ trapezia sunt quadrilateræ figuræ genere quidem: sed specie ipsa non sunt parallelogramma.

Propositio trigesima sexta.

Τὰ παραλληλόγραμμα.) theorema præcedens unam eandemque habet basim: hoc uero differentes quidem, sed æquales commune tamen habent: quod parallelogrāma, inter easdē lineas rectas æquedistantes sint posita. atq; idcirco, neq; intra æquedistantes lineas rectas, neque extra eas cadūt. illa enim parallelogramma dicuntur esse inter easdem æquedistātes lineas rectas: quando bases & rectæ his oppositæ eisdem ἐφαρμόζονται applicantur æquedistantibus lineis rectis.

Propositio trigesima septima.

Τὰ τρίγωνα.) Hæc quatuor theoremata, quorum duo de parallelogrāmis: duo de triangulis doctrinā habent: unicam habent demonstrationem in libro sexto propositione prima. sicuti eo in loco latius explicabitur.

Propositio trigesima nona.

Τὰ ἴσα τρίγωνα.) prætermissę sunt duę propositiones ἀντίστροφοι. conuersæ, cum duabus superioribus quæ de parallelogrammis erant: & positæ sunt duæ de triangulis. causa hæc est, quia eadem est & delineatio, & demonstratio in illis ut in his.

Ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.) quidam hæc omittunt, alij uero ut Proclus necessario additum esse contendunt. quia fieri potest ut duo trianguli æquales, habeant eandem basim: sed alter in hanc, alter in illam cōstituetur partem. sed omnino hi trianguli sunt inter easdem æquedistantes rectas.

Propositio quadragesima.

Theorema est, quod præcedenti correspondet, & cum superiore conuertitur.

Propositio quadragesima prima.

Ἐὰν παραλληλόγραμμον.) Seorsim triangulorum, seorsim etiā parallelogrammo rum

rum doctrinam tradidit. & quam inter se habeant rationem ostendit. nunc uero illa coniungit. primam inæqualitatis rationem demonstrat: nempe διπλάσιον duplum.

Propositio quadragesima secunda.

Τῷ δοθέντι.) Redit ad problemata, cum enim sint inter se conferenda, quæ hactenus constituta fuerunt: ut trianguli, & parallelogramma: quorum & laterum & angulorum ęqualitas & inęqualitas fuit examinata: necesse erat quibusdam problematibus docere, quomodo triangulo fieri possit æquale parallelogrammon: quia inæquale iam antea scimus esse illud, quod cum triangulo eandem habet basim. Datur triãgulus, & datur angulus rectilineus: quæritur constitutio parallelogrammi æqualis.

Propositio quadragesima tertia.

Παντός.) Omne parallelogrammon diuiditur in alia minora parallelogramma: quatuor uero sunt quorum duo dicuntur περὶ τὴν διάμετρον circa diametrum: quia illa per medium hæc secat: duo uero ad complendum totum parallelogrammum necessaria appellantur παραπληρώματα, cõplementa. De his tamen latior instituetur doctrina in libro secundo. Verum hic mentionem horum fecit: quia ad demonstrãdas propositiones sequentes necessaria fuerunt.

Propositio quadragesima quarta.

Παρὰ τὴν.) παραβολὴ, ὑπερβολὴ, καὶ ἔλλειψις τῶν χωρίων: applicatio, hyperbole, & Elleipsis figurarum sunt uocabula antiquioris geometriæ, quæ postea fuerunt trãslata ad lineas conicas, quarum parabole una dicitur, altera Elleipsis, alia denique hyperbole. Verum antiqui in plana delineatione figurarum usi sunt his uocabulis. quando cunque enim data fuerit linea recta: & ei applices figuram: quæ datam rectam non excedat neque deficiat, sed conueniat dicetur παραβάλλειν. cum uero figurę lõgitudinem, extra lineam datam extendes: ὑπερβάλλειν dicetur: denique si minor fuerit figura: & de linea recta proposita, aliquid sit extra figuram, dicetur ἐλλείπειν. Sicuti in libro sexto Euclides de his quoque docebit. In hoc uero loco opus habuit παραβολῆ.) applicatione. ut & σύστασιν & παραβολὴν.) habeamus parallelogrammi, quod sit æquale dato triangulo. Tria uero sunt δεδομένα data in hoc problemate: εὐθεῖα linea recta, ad quam oportet applicare parallelogrammum: ut totum latus sit ipsius figuræ applicandæ. deinde triangulus, cui æquale parallelogrammon applicatur. tertio angulum ad quem aut cui æqualem facere debemus figuræ applicandæ angulum. Manifestum uero est quod si angulus datus fuerit rectus: figura quæ applicabitur datæ lineæ rectæ, aut erit quadratum, aut heteromices: si angulus acutus, uel obliquus: figura applicabitur quæ uel rhombus, uel rhõboeides erit.

Propositio quadragesima quinta.

Τῷ δοθέντι.) Duobus præcedentibus problematibus, in quibus tradebatur σύστασις καὶ παραβολὴ parallelogrammi, quod esset æquale dato triangulo: hoc problema est uniuersalius. siue enim triangulum quadrilaterum, aut quadratum, aut multilaterũ tibi detur: modo sit rectilinea figura, per hoc problema poterimus constituere æquale parallelogrammum. Omne uero εὐθύγραμμον, καθ' αὑτὸ resoluitur in triangulũ: Sed nũc satis est dictum de triangulis & illorum proprietatibus. idcirco si datum rectilineum resoluatur in triangulos, & uni ex his triangulo, constituetur æquale parallelogrammum: reliquis uero applicetur ad datam lineam rectam æquale uel æqualia parallelogramma: tum per pręcedentia habebimus illud, quod cupimus parallelogrammum: æquale existẽs rectilineo, quod fecimus ex illis triangulis. & tandem id quod propositum fuit: factum erit. Si igitur fuerit ὀκτάπλευρον: tum in octo resoluetur triangulos: atque uni triangulo constituetur æqualis triangulus: deinde septies applicabuntur trianguli æquales. & id quod in quæstione est manifestum fiet. Ex hoc denique problemate ueteres τετραγωνισμὸν τοῦ κύκλου inquisiuerunt. Nam digna res est inquisitione. si enim omni figuræ rectilineæ: æquale potest inueniri parallelogrãmum. qui fit quod περιφερογράμμοις æqualia inueniri nõ possunt. atque ipse Archimedes demonstrauit, quod omnis circulus æqualis sit triangulo rectangulo: cuius talis sit conditio: ut linea recta ex centro ducta æqualis sit uni lateri eorum quæ rectum continent angulum: & περίμετρος æqualis basi: atque hæc paucis obiter sint dicta.

Propositio quadragesima sexta.

Ἀπὸ τῆς.) Hoc problema positum est, propter insequentia: ad quorum delinea-

tionem opus habebat descriptione quadrati. Videtur uero Euclides studio delegisse sibi constitutionem trianguli æquilateri: & descriptionem quadrati: ut nos redderet in rerum naturalium inquisitione paratiores. Diligenter tamen notanda sunt hæc uocabula: συστῆσαι καὶ ἀναγράψαι: nam triangulum constituere oportet ex multis: quadratum uero ab uno describitur latere tantum. ut in alijs latius explicabitur locis, cum reliqua & geometrica & geodætica in lucem edemus.

Propositio quadragesima septima.

EN τοῖς ὀρθογωνίοις.) Habet hæc propositio singularia quædam notatu digna: quæ tamē in eum locum differemus, in quo exposituri sumus propositionem libri sexti, quæ huic correspondet: ut ex collatione harum duarum propositionum appareat: qua methodo utantur geometræ in suis rebus εὐτάκτως disponendis.

Propositio quadragesima octaua.

EAν τετραγώνου.) Hæc propositio cum priore conuertitur, & totum datum, cum toto quæsito est conuersum: in demonstratione adhibentur duo lemmata: quæ etsi demonstrari possint & debeant: tamen ita assumuntur, ut pro indubitatis habeantur: sunt autem hæc. Aequaliū linearum, æqualia sunt quadrata. & Aequalium quadratorum, ęqualia sunt latera. Atque hæc sufficiant: de illis quæ breuiter dici poterant in elementari & simplici explicatione libri primi: non enim omnia persequi, nobis animus fuit: sed nonnulla tantū annotare: & ea tantum, quæ incipientibus uidebātur esse cognitu necessaria. Ræstat ut quæ in alijs dici & explicari possunt libris, persequamur. quę tamen nō multis uerbis in longum deducemus: sed quod res est ipsa dicemus: & uniuscuiusque rei quæ aliquam insignē habebit obscuritatem: adferemus explicationem. Neque enim mei est ingenij, neq; facultatis atq; industriæ: id præstare quod nemo ante me fecit: ita explicare & interpraetari Euclidis sex libros ut in eiusmodi enodatione & interpraetatione nihil posset desiderari. Spero ęquum lectorem: & studiosum geometriæ: fore cōtentum hac mea qualicunque opera, qua uolui φιλογεωμέτρους leuare multis & magnis contemplationibus: in ijs rebus quæ ueteribus notissima fuerunt: nobis obscurissima hodierno die uidentur.

LIBER SECVNDVS.

ΠΑν παραλληλόγραμμον.) Euclides hūc secundum librum incepit in posterioribus propositionibus libri primi: & persequitur illam quam inceperat potentiam linearum rectarum. quæ quidem doctrina utilissima est, cum in geometria & arithmetica: tum etiam in alijs scientijs. Sicuti enim supra dictum est geometria & arithmetica τὴν τομὴν habent communem, propterea & per numeros ex principijs arithmeticæ, eadem quæ per figuras & lineas demonstrauit Euclides, possunt demonstrari. quemadmodum Barlaam Monachus (quem superiobus annis in lucem emisi) fecit. qui quidem libellus etsi sit exiguus, multum tamen lucis adfert rebus his quæ hoc in libro traduntur. Quare cum ea à me antea sint tradita & illustrata: non arbitror operæ precium esse hoc in loco repetere. breuior itaque ero in his, & in sequentibus.

Περιέχεσθαι.) sumit duo latera, unum longitudinis alterum latitudinis. nam si longitudinis latus ducatur in latus latitudinis, fiet totum rectangulum. ὑπὸ semper significat rectangulum. & apud arithmeticos est ἀριθμὸς ἐπίπεδος planus: aut productum ex multiplicatione unius numeri in alterum: sicuti ἀπὸ significat quadratum: aut numerū quem quadratum nominamus.

Γνώμων.) Hæc definitio nobis ostendit quo modo fiat gnomon. & ex quibus cōstet: cum enim in parallelogrammo, sint duo circa diametrū: & duo supplementa: inquit quodcunque ex illis duobus quæ circa diametrū sunt, sumpseris: & cōiunges duobus complementis, ea inquit figura nominabitur gnomon.

Propositio prima.

EAν ὦσι.) habet Euclides uarias sectiones linearū, εἰς ἔτυχε, εἰς ἴσα, εἰς ἄνισα &c. primum uero simpliciores ponit sectiones: & simpliciores contemplatur demonstrationes rectangulorum & quadratorum.

Notandum & illud, quod in denotatione figurarum, sumātur literæ oppositæ: ne repetitio multarum linearum perturbet contemplationes nostras. ut cum dico rectangulum αι: hoc est rectangulum αδιβ.

In secunda propositione confert rectangula segmentorum cum quadrato totius. sed in tertia rectangulum totius cum rectangulo segmentorū & alterius segmēti quadrato.

Propo-

Propositio quarta, utilissima est in reddendis causis extractionis radicis quadratæ apud Arithmeticos, quæ quidem cum uulgaria sint, omnibusque nota, data opera præter mittimus. illud tantum addam: cum duplex sit demonstratio, alteram omisimus, quia in paucis tantum à præcedenti uariat.

Δὶς ὑπὸ.) quasi dicat duplum illius rectanguli.

Ἐκ δὴ τούτου.) porisma hoc ualde est pulchrū, & usum quoque magnum habet, & nunc melius propositio quadragesima quarta libri primi intelligi potest ex hoc theoremate & corollario.

Εἰς ἴσα καὶ ἄνισα.) alter sectionis modus cum in partes æquales: & in partes inæquales data linea recta secatur.

Δίχα.) hunc sectionis modum supra quoque habuimus. differt à priori: quod δίχα fit in partes duas tantum, easque æquales: εἰς ἴσα uero in partes non duas tantum, sed & plures, easque æquales fieri potest.

Propositio septima magnum habet usum in libro decimo.

Propositio undecima per numeros demonstrari nō potest. & in libro sexto propositione trigesima repetitur alijs uerbis. duodecima & decimatertia propositio cum penultima primi: inseruiunt doctrinæ triangulorum, quæ cognitis lateribus inuestigat ambitum areæ: & in alijs rebus magnum quoque usum habent.

LIBER TERTIVS.

SI quis quærat causam cur Euclides priore loco de triangulis & parallelogrāmis tradiderit, quam de circulo: cum tamen circulus sit omnium perfectissima & capacissima atq; simplicissima figura. hæc adferri potest, quod scilicet multa sint quę nullo modo poterant in doctrina circulorum demonstrari: nisi prius de figuris rectilineis ea tradidisset, quæ eis accidere solēt. Siquidē ex prioribus & iam affirmatis fieri debet demonstratio. Quare & si natura circulus prior sit: tamen demonstrandi ratione, figuræ rectilineæ præcedunt. Sicuti etiam Geometria secundo post arithmeticā loco natura est: docendo tamen & demonstrando prior.

Ἴσοι κύκλοι.) Circumferentia circuli præ se fert τὸ ἄπειρον, linea uero recta τὸ πεπερασμένον: propterea dimensio circulorum est petenda dimetiente seu linea recta, non autem à circumferentia. alia huius libri theoremata & problemata facilitatem quādam habent, & idcirco non indigent ulla prolixiore explicatione. preterquam trigesima quinta, propter uarium usum singulariter cōmedatur: nam ex hac quadragesima tertia libri primi, & ultima secundi dependēt: item & alia complura theoremata & problemata.

LIBER QVARTVS.

QVartus liber de inscriptionibus et circūscriptionibus circulorū et figurarū rectilinearū docet: & ex puris cōstat problematibus: sicuti supra est dictū, Euclidē interdum problemata seorsim posuisse, ut in hoc libro: nonunquā uero theoremata separasse ut in libro quinto. denique problemata theorematibus miscuisse pro natura & affectione rerū: sicuti in reliquis libris factū est.

LIBER QVINTVS.

HIc quintus liber peculiarem doctrinā instituit de proportionibus: quę diffusæ sunt per uniuersam rerū naturam, & nō ad geometriā tantum aut arithmeticā pertinēt, sed & ad alias scientias. atque idcirco potius referri debet, ad uniuersalem illā disciplinam mathematicā, quę reliquas omnes tanquam species sub se cōpręhendit. diuiditur uero in partes duas: prima cōtinet prima & simplicissima huius doctrinæ theoremata. Vt sunt pars & multiplex: altera uero uniuersalem proportionū, persequitur doctrinā.

Μέρος.) Pars et multiplex sunt τὰ πρός τι: id est quę relationem inter se habent. Nam pars est multiplicis pars, & multiplex partis multiplex. Vt si habeam lineā rectam duodecim pedum, & aliam sex pedum, tum prima dicitur multiplex altera pars.

Καταμετρεῖν.) est ita diuidere, ut facta diuisione nihil supersit, sicuti loquuntur λογιστικοί: uel aliquoties exacte contineri in altera magnitudine, sicut iam diximus 6 & 12. Verum 6 & 8. non exacte minor in maiore continetur: idcirco non est καταμέτρησις.

Μετρεῖν.) est uocabulū generale. nam quæuis minor quantitas dicitur quamuis maiorem metiri. Vnde & μέτρησις apud λογιστικοὺς dicitur diuisio.

Ὁμογενῶν.) habitudinē appellat Euclides, certum respectum unius alicuius magnitudinis ad aliam magnitudinem, qui quidem respectus quantitatis est. uerum consistit in rebus eiusdem generis. ut linea ad lineam: su

perficies ad fuperficiem, corpus ad corpus, tempus ad tẽpus, dicitur habere relationem, aut refpectũ, aut proportionẽ. illa enim funt ὁμογενῆ, fed linea ad fuperficiẽ, aut ad corpus, aut ad tempus, hoc loco non dicitur habere σχέσιν. Talis igitur refpectus rerũ ὁμογενῶν, iuxta quem altera dicitur effe πολλαπλάσιον multiplex alterius, uel altera alterius pars aut partes, eft proportio.

Λόγον ἔχειν.) Quia in proportione cõferuntur ea quæ eiufdem funt generis: etiam inter fe funt conferenda, quæ fefe mutuo excedere poffunt: ut fi lineam finitam, cum infinita cõferã: non erit λόγος, aut proportio aliqua. quia inter fe non poffunt multiplicari aut fefe excedere: fic fi conferam duas infinitas inter fe. Ergo fic tenendum eft. proportionem effe rerum finitarũ, quia iftæ folæ fefe mutuo poffunt excedere per multiplicationem. & ut dicitur rerum infinitarum nulla eft perceptio. fic etiam res infinitæ uel inter fe, uel cum finitus collatæ proportionem non habent.

Υπερέχειν.) Vt fi habeo 3 & 6, eft λόγος. nam fi multiplico 3 per 2, fiunt 6. & fi 6 multiplico per 3, fiunt 18. ergo fefe excedunt facta multiplicatione.

Ισάκις πολλαπλάσια.) per quantitates multiplices, examinat proportiones magnitudinum. Vocat autem ἰσάκις, quia toties prima eft multiplicanda, aut tot in fe habere debet fui partes: quoties tertia, feu quot tertia in fe habet fui partes. & uice uerfa, ut 3. 6. 12. 24. fi nunc primũ fumo 3. funt 9. toties etiam accipio 12, funt 36. ita etiam quoties accipitur fecundus numerus, toties & quartus.

Ὁποιονοῦν.) fiue fit eadem multiplicatio, fiue alia.

Εκάτερον.) Nempe prima, fecunda, & tertia, quarta.

Κατάλληλα.) Facta fcilicet collatione, comparata altera ad alteram. Quare ἰσάκις πολλαπλάσια fic intelligimus ut dictum eft, nempe quæ ab eodem numero denominationẽ habent tripla, quadrupla, quintupla, &c. Verum Euclides regulam nobis & normã præfcribit, iuxta quam examinare debemus magnitudines in proportione aliqua exiftẽtes: an fint in eadem proportione, an uero non. fiquidem in eo multum eft fitum, fcire qualis fit proportio. quod fi igitur conferre uolueris inter fe magnitudines, in proportione exiftentes: tum accipe primam & confer eam fecundæ: & tertiam quartæ. In illa collatione: fi incides in aliquam multiplicẽ magnitudinẽ, ita ut multiplex primæ fit maior quã fecundæ, & tertiæ multiplex non fit maior quartæ. dices illas non effe in eadem proportione: fi uero fuerit maior, tum in eadem erunt proportione: item dicendum fi minor aut æqualis fimul fuerit.

Exemplum.

α β γ δ
2. 4. 8. 16. Accipiam æqualiter multiplices primi & tertij numeri, id eft, ego per eundem numerum multiplicabo primum & tertiũ. nempe 3. tum prodibit multiplex primi 6. & multiplex tertij 24. Deinde accipio multiplices fecundi & quarti, id eft, multiplico eos per eundem numerũ. nempe 2. & prodibit multiplex primi 8. multiplex quarti 32. Sic 6. 8. 24. 32. quanto nunc minor eft primus fecundo: tanto etiam tertius minor eft quarto. poteft illud fieri hac etiam ratione. Sint numeri α, β, γ, δ. 10. 3 20. 6. Quæro an fint in eadẽ ratione: cum fit prima maior fecunda, tertia etiã maior eft quarta. multiplico igitur eas quæ funt minores, fecundam fcilicet & quartam incipiendo à minimis multiplicibus, nempe duplis fic.

α	β	γ	δ
10	3	20	6
10	6	20	12
10	9	20	18
10	12	20	24
20	12	40	24
20	15	40	30
20	18	40	36
20	21	40	42
30	21	60	42
30	24	60	48
30	27	60	54
30	30	60	60
æquales.		*æquales.*	

Poftea tamdiu multiplico donec multiplex fecundæ fit maior quam primæ, & multiplex quartæ maior quam tertiæ: hoc facto, multiplico etiam primam & tertiam à minimis eodem modo incipiendo donec multiplex primæ fit maior multiplicis fecundæ, & multiplex tertiæ quàm multiplex quartæ.

Ανάλογον καλείσθω.) Dictum eft proportionem effe duarum magnitudinum habitudinem: duæ illæ magnitudines, appellantur termini quorum alter ἡγούμενος antecedens, alter ἑπόμενος confequens dicitur.

Ομοιότης.) eft quædam fimilis collatio proportionum in qua uidentur quatuor requiri termini, duo antecedentes & duo confequentes; uerum poffunt etiam ad minimum effe

tres

tres non autem pauciores, ita ut medius terminus: fit consequens primi, & antecedens τῇ δυνάμει tertij. Vt 8. 4. 2. ficut fe habet 8. ad 4. ita fe habet. 4. ad 2. Neque uero id prętereundũ eſt: eſſe duplicem ἀναλογίαν proportionem altera continua, altera incontinua, ſeu diſiuncta uel ſeparata Continuam nominamus quando inter duas, uel plures proportiones ſimiles, nulla intercedit diuerſa proportio. Separata aut incontinua cum inter duas ſimiles intercedit aliqua propõrtio à priore diuerſa. Verum Euclides de continua proportione tantum loquitur: & quoniam in tribus terminis ſunt duæ proportiones in quatuor tres, in quinque quatuor. & ita deinceps inquit Euclides: proportionũ primæ ad tertiam eſſe duplicatam, ad quartam triplicatam, ad quintam quadruplicatam &c.

Ὁμόλογα.) eiuſdẽ rationis, aut comproportionales, utpote proportio magnitudinis $\bar{\alpha}$, ad magnitudinẽ $\bar{\beta}$, eſt ſicut $\bar{\gamma}$, ad $\bar{\delta}$, hic duæ magnitudines prima & tertia, nempe $\bar{\alpha}$, & $\bar{\gamma}$, dicuntur cõproportionales: ita $\bar{\beta}$, & $\bar{\delta}$, comproportionales. Verum hæc definitio facilius intelligetur ex quarta & quinta propoſitione libri ſexti.

Ἐναλλάξ.) ut ſicuti ſe habet $\bar{\alpha}$, ad $\bar{\beta}$, ita ſe habet $\bar{\gamma}$, ad $\bar{\delta}$. Ergo permutatim ut $\bar{\alpha}$, ad $\bar{\gamma}$, ſic $\bar{\beta}$, ad $\bar{\delta}$, fit terminorum tranſpoſitio: ex tertio fit ſecundus, & ex ſecundo tertius.

Ἀνάπαλιν.) ut ſicut ſe habet $\bar{\alpha}$, ad $\bar{\beta}$, ita ſe habet $\bar{\gamma}$, ad $\bar{\delta}$. Ergo conuerſa proportione ut $\bar{\beta}$, ad $\bar{\alpha}$, ſic $\bar{\delta}$, ad $\bar{\gamma}$, ex conſequentibus fiunt antecedentes & ècontra.

Σύνθεσις.) ut $\bar{\alpha}$, ad $\bar{\beta}$, ſic $\bar{\gamma}$, ad $\bar{\delta}$. Ergo, ut $\overline{\alpha\beta}$, ad $\bar{\beta}$, ſic $\overline{\gamma\delta}$, ad $\bar{\delta}$. Hic ex duobus, præcedente ſcilicet & conſequente, fit unus antecedens.

Διαίρεσις.) ut $\overline{\alpha\beta}$, ad $\bar{\beta}$, ſic $\overline{\gamma\delta}$, ad $\bar{\delta}$. Ergo ut $\bar{\alpha}$, ad $\bar{\beta}$, ſic $\bar{\gamma}$, ad $\bar{\delta}$, tollitur conſequens ab antecedẽte, & qui relinquitur fit antecedens.

Ἀναστροφή.) ut $\overline{\alpha\beta}$, ad $\bar{\beta}$, ſic $\overline{\gamma\delta}$, ad $\bar{\delta}$. Ergo ut $\overline{\alpha\beta}$, ad $\bar{\alpha}$, ſic $\overline{\gamma\delta}$, ad $\bar{\gamma}$. Hic conſequens terminus ab antecedẽte tollitur, & qui relinquitur fit terminus conſequens.

Δι' ἴσου) ut $\bar{\alpha}$, ad $\bar{\beta}$, ſic $\bar{\gamma}$, ad $\bar{\delta}$, deinde ut $\bar{\beta}$, ad $\bar{\varepsilon}$, ſic $\bar{\delta}$, ad $\bar{\zeta}$. Ergo ut $\bar{\alpha}$, ad $\bar{\varepsilon}$, ſic $\bar{\gamma}$, ad $\bar{\zeta}$. Hic duo conſtituuntur ordines magnitudinum, in uno tot ſunt quot in altero, et in unoquoque ſunt eæ proportiones, quæ in altero etiam, conferũtur in utroque ordine extremi termini.

Τεταγμένη.) Hæc proportio quæ ex æquo aliâs *δι' ἴσου* dicitur: duas habet ſub ſe ſpecies. una eſt ordinata, altera confuſa. Ordinata dicitur quando nec tantum eædem ſunt proportiones magnitudinum in utroque ordine: uerumetiam eodem modo eademque uia collocatæ, ut quæ in primo ordine eſt prima in ſecundo etiam ſit prima, & quæ ſecunda ſecunda &c. Confuſa aut perturbata uero eſt, quando manẽtibus ijſdem proportionibus, non eadem tamen eſt collocatio in utroque ordine.

Ordinata.

$\bar{\alpha}$ ad $\bar{\beta}$, $\bar{\gamma}$ ad $\bar{\delta}$. Et $\bar{\beta}$ ad $\bar{\varepsilon}$, $\bar{\delta}$, ad $\bar{\zeta}$. Ergo $\bar{\alpha}$ ad $\bar{\varepsilon}$ & $\bar{\gamma}$ ad $\bar{\zeta}$.

$$\begin{array}{cc} \bar{\alpha} & \bar{\gamma} \\ \bar{\beta} & \bar{\delta} \\ \bar{\varepsilon} & \bar{\zeta}. \end{array}$$

Inordinata.

$\bar{\alpha}$ ad $\bar{\beta}$, $\bar{\gamma}$ ad $\bar{\delta}$. Et $\bar{\beta}$ ad $\bar{\varepsilon}$, & $\bar{\zeta}$ ad $\bar{\gamma}$. Ergo $\bar{\alpha}$ ad $\bar{\varepsilon}$, & $\bar{\zeta}$ ad $\bar{\delta}$.

$$\begin{array}{cc} \bar{\alpha} & \bar{\zeta} \\ \bar{\beta} & \bar{\gamma} \\ \bar{\varepsilon} & \bar{\delta} \end{array}$$

LIBER SEXTVS.

In ſexto libro tractat ſimilitudinẽ & proportionem figurarũ rectilinearũ, & quia præcedentium librorũ doctrina intellecta: omnia fiunt in hoc libro facilia: noluimus eſſe prolixiores. Vocabula geometrica, ſi quæ ſunt in prioribus non explicata: facile poſſunt percipi.

Lectorem etiam atque etiam rogo, ut hac pertenui mea explicatione contentus ſit, neque enim inſtitueram cõmentaria in omnes libros: taceo in ſingulas propoſitiones edere: uerum tantũ obiter percurrere, & nonnulla annotare ex quorum cognitione fierent reliqua manifeſtiora. Reſolutiones autẽ meas ea methodo (pro tenuitate mei ingenij) inſtitui, qua præceptor meus Chriſtianus Herlinus piæ memoriæ, & ſcio potuiſſe illas fieri prolixiores: uerum alijs anſam præbere uolui, idem faciendi cum in his, tum in reliquis libris.

FINIS.

Digitized by Google

Index rerum & uerborum memorabilium, quæ in hoc opere continentur.

Geo=

Digitized by Google

FINIS.

Digitized by Google

Digitized by Google